УДК 631.589.2 (082)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОБАРАБАННОЙ ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ГИДРОПОННОЙ ПРОДУКЦИИ

Головач І.В. *д.т.н, професор*
Національний університет біоресурсів і природокористування України
Калетнік Г.М. *чл.-кор. НААН України,*
Кравченко І.Є. *к.т.н, доцент*
Цуркан О.В. *к.т.н, доцент*
Пришляк В.М. *к.т.н, доцент*
Вінницький національний аграрний університет

На основе обоснованных гипотез и допущений выведены дифференциальные уравнения динамики однобарабанных подъемных установок с учетом упругости валов и упруго-вязких весомых канатов переменной длины, которые могут использоваться при проектировании установок для производства гидропонного зеленого корма.

On the basis of the proved hypotheses and assumptions the differential equations of dynamics of elevating installations are deduced in view of shaft of the machine elasticity and elastic - viscous powerful ropes of variable length. The received equations can be used at projection of installations for production of hydroponic green food.

Постановка проблемы. В настоящее время широкое распространение получили башенные гидропонные теплицы и подземные гидропонные цеха.

Башенные гидропонные теплицы достигают значительных высот. Так, вблизи Еревана высота такой теплицы составляет 70 м, а под Ригой – 140 м. Высота гидропонной башни "Солнце" – 82 в Японии – 240 м.

Существующие подземные гидропонные горизонты располагаются на глубине от 200 до 600 метров.

Доставка исходного посевного материала на такие высоты и глубины, а также вывоз выращенного урожая может в данном случае осуществляться только с помощью подъемных установок, которые монтируются на верхних ярусах башен или на поверхности земли. Поэтому необходимо создание обоснованной инженерной методики расчета указанных установок с целью обоснования их рациональных конструктивно-технологических параметров. Одним из главных этапов на пути создания такой методики есть составление дифференциальных уравнений динамики подъемных установок.

Подъемная установка состоит из подъемной машины с приводом и концевых грузов на канатах. Подъемная машина представляет собой устройство, преобразующее вращение вала двигателя в поступательное движение концевых грузов посредством навивки каната на вращающийся барабан. В настоящее время в странах дальнего зарубежья используются однобарабанные и двухбарабанные подъемные установки.

Анализ исследований и публикаций по данной проблеме. В работе [1] рассматривается динамика двух- и однобарабанных установок.

Тут расчетные схемы представляются в виде многомассовых крутильных систем, при этом массы канатов приводятся к массам концевых грузов, а изменение длины каната не учитывается.

В работе [2] рассматриваются динамические усилия в весомом упруго-вязком канате переменной длины в отрыве от подъемной машины, где взаимное влияние неизбежно.

В работе [3] наиболее четко сформулирована "Вторая основная задача динамики каната переменной длины", однако в дальнейшем исследуются частные задачи динамики каната.

В представленной работе, в отличие от указанных выше, выведены дифференциальные уравнения динамики подъемных установок как единого электромеханического комплекса: машина – канаты – концевые грузы.

Цель исследований. Создание динамической теории расчета однобарабанных подъемных установок гидропонных комплексов на базе дифференциальных уравнений, описывающих динамические процессы во всех упругих элементах подъемной установки как в едином комплексе.

Вывод дифференциальных уравнений динамики однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов. Рассмотрим механическую модель однобарабанной установки, изображенной на рисунке.

К сосредоточенным массам относятся вращающиеся массы (имеющие соответствующие моменты инерции), показанные на рисунке: ротор I_1, редуктор I_2, барабан I_3, направляющие шкивы I_4, I_5, а также концевые грузы, обозначенные на рисунке через Q_1, Q_2.

Маховые массы с моментами инерции I_i соединены между собой соответственно стационарными связями крутильной и продольной жесткости C_{12}, C_{23}, K_1, K_2.

Концевые грузы веса Q_1 и Q_2 связаны с барабаном I_3 и направляющими шкивами I_4, I_5 упруго-вязкими нестационарными связями – канатами. К массе I_1 прикладывается момент электродвигателя $M_1(t)$. Крутящий момент от двигателя через вращающиеся массы и упругие связи передается к концевым грузам, в результате чего вся подъемная установка приводится в движение. С барабана I_3 канат свивается, опуская при этом концевой груз Q_1. Одновременно на указанный барабан навивается вторая ветвь каната, производя подъем груза Q_2.

Таким образом, подъемная установка работает как бы в маятниковом режиме, поочередно поднимая полезный груз, то одним, то другим канатом.

При выводе дифференциальных уравнений динамики подъемных установок для производства гидропонной продукции будем исходить из следующих основных допущений:

1) сосредоточенные массы крупных конструктивных узлов подъемных установок представляют собой абсолютно твердые тела;

2) соединения сосредоточенных масс установки – абсолютно упругие невесомые связи с постоянными коэффициентами жесткости;

3) внешнее трение и силы аэродинамического сопротивления отсутствуют;

4) подъемные канаты переменной длины представляют собой весомые упруго-вязкие нити и являются идеально-гибкими и некрутящимися;

5) поперечные колебания канатов отсутствуют;

6) канат в точках набегания на барабан и шкивы и схода с барабана и шкивов не проскальзывает относительно навивочной поверхности;

7) податливость опор барабана и направляющих шкивов пренебрежимо мала по сравнению с податливостями упругих связей силовой линии подъемной установки.

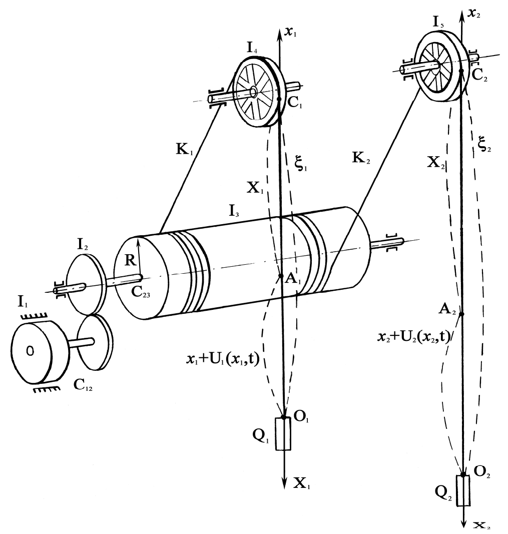

Рис. 1 Механическая модель и расчетная схема однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов

Отдельно то или иное из перечисленных допущений использовалось различными авторами в частных задачах динамики каната или машины, подтверждены теоретическими или экспериментальными исследованиями [1,2,3].

Вывод указанных дифференциальных уравнений основывается на составлении общего уравнения динамики механической системы.

С этой целью перейдем к выбору систем отсчета и обобщенных координат. Поместим начало осей неподвижной системы координат в точках набегания C_2 и схода C_1 накатов со шкивов. Оси C_1X_1 и C_2X_2 направим вниз по отвесам канатов. Начало осей подвижной системы координат поместим в точках O_1 и O_2 соединения канатов с грузами Q_1 и Q_2 соответственно. Оси O_1X_1 и O_2X_2 направим вверх по канатам. Тогда для произвольных точек сечений канатов A_1 и A_2 будем иметь:

$$\begin{aligned} X_1 &= \xi_1 - x_1 - U_1(x_1, t), \\ X_2 &= \xi_2 - x_2 - U_2(x_2, t), \end{aligned} \tag{1}$$

где ξ_1, ξ_2 – абсолютные координаты точек O_1 и O_2;

x_1, x_2 – относительные координаты точек A_1 и A_2 для недеформированных канатов;

U_1, U_2 – деформация длин частей канатов O_1A_1, O_2A_2.

Связь между ξ_1, ξ_2 и переменными длинами канатов выразится следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= l_1(t) + U_1(l_1, t), \\ \xi_2 &= l_2(t) + U_2(l_2, t), \end{aligned} \tag{2}$$

где $l_1(t)$ и $l_2(t)$ - переменные длины канатов в момент времени t без учета деформации канатов; $U_1(l_1,t), U_2(l_2,t)$ - деформации канатов длины $l_1(t)$ и $l_2(t)$ соответственно.

Будем считать, что в точках набегания каната на барабан и шкив и его схода с барабана и шкива канат не проскальзывает относительно навивочной поверхности. Тогда в точке схода и набегания канатов на шкивы имеют место следующие соотношения:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = V_1 + \left.\frac{\partial U_1}{\partial t}\right|_{x_1 = l_1}, \qquad (3)$$
$$\frac{d\xi_2}{dt} = V_2 + \left.\frac{\partial U_2}{\partial t}\right|_{x_2 = l_2},$$

где V_1 и V_2 – окружные скорости шкивов.

Если обозначить абсолютные углы поворотов соответствующих сосредоточенных масс через φ_K $(K = 1,2,...,5)$, то переменные длины канатов определяются по следующим зависимостям:

$$l_1 = l_{0_1} + \varphi_4 \cdot r, \qquad (4)$$
$$l_2 = l_{0_2} - \varphi_5 \cdot r,$$

где l_{0_1} и l_{0_2} – начальные длины отвесов канатов; r – радиус шкивов.

В соответствии с зависимостями (1), (2) и (4) можно записать общие выражения:

$$X_1 = X_1(\Phi_1, \Phi_2, l_1, t), \quad X_2 = X_2(\Phi_3, \Phi_4, l_2, t), \qquad (5)$$
$$\xi_1 = \xi_1(\Phi_1, \Phi_2, l_1, t), \quad \xi_2 = \xi_2(\Phi_3, \Phi_4, l_2, t),$$

Здесь $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$ – неизвестные функции времени в формулах, предложенных Г.Н.Савиным [3], для абсолютного удлинения сечений канатов, которые входят в следующие зависимости:

$$U_1 = X_1\Phi_1 + X_1^2\Phi_2, \qquad (6)$$
$$U_2 = X_2\Phi_3 + X_2^2\Phi_4.$$

Принимая φ_K, X_1, X_2 за обобщенные координаты, на основании общего уравнения динамики получим следующую систему дифференциальных уравнений динамики однобарабанной подъемной установки для подземных гидропонных цехов:

$$I_1\ddot\varphi_1 + C_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) = M_1(t),$$
$$I_2\ddot\varphi_2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - iC_{12}(\varphi_1 - i\varphi_2) = 0,$$
$$I_3\ddot\varphi_3 - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + K_1R(\varphi_3R - \varphi_4r) + K_2R(\varphi_3R - \varphi_5r) = -M_3(t),$$
$$I_4\ddot\varphi_4 + K_1r(\varphi_3R - \varphi_4r) = Q_1\left[1 - \frac{1}{g}\left(\ddot l_1 + \dot l_1\dot\Phi_1 + l_1\ddot\Phi_1 + 2l_1\dot l_1\dot\Phi_2 + l_1^2\ddot\Phi_2\right)\right]r +$$
$$+ ql_1\left[1 - \frac{1}{g}\left(\ddot l_1 + \dot l_1\dot\Phi_1 + \frac{1}{2}l_1\ddot\Phi_1 + 2l_1\dot l_1\dot\Phi_2 + \frac{2}{3}l_1^2\ddot\Phi_2\right)\right]r,$$
$$I_5\ddot\varphi_5 - K_2r(\varphi_3R - \varphi_5r) = -Q_2\left[1 - \frac{1}{g}\left(\ddot l_2 + \dot l_2\dot\Phi_3 + l_2\ddot\Phi_3 + 2l_2\dot l_2\dot\Phi_4 + l_2^2\ddot\Phi_4\right)\right]r -$$
$$- ql_2\left[1 - \frac{1}{g}\left(\ddot l_2 + \dot l_2\dot\Phi_3 + \frac{1}{2}l_2\ddot\Phi_3 + 2l_2\dot l_2\dot\Phi_4 + \frac{2}{3}l_2^2\ddot\Phi_4\right)\right]r,$$
$$\frac{l_1}{g}\left(Q_1 + \frac{ql_1}{3}\right)\ddot\Phi_1 + \left[\frac{\dot l_1}{g}\left(Q_1 + \frac{ql_1}{2}\right) + \alpha\right]\dot\Phi_1 + K\Phi_1 + \frac{l_1^2}{g}\left(Q_1 + \frac{5ql_1}{12}\right)\ddot\Phi_2 +$$
$$+ l_1\left[\frac{2}{g}\left(Q_1 + \frac{ql_1}{2}\right)\dot l_1 + \alpha\right]\dot\Phi_2 + l_1K\Phi_2 = \left(Q_1 + \frac{ql_1}{2}\right)\cdot\left(1 - \frac{\ddot l_1}{g}\right),$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{l_1}{g}\left(Q_1+\frac{5ql_1}{12}\right)\ddot{\Phi}_1+\left[\frac{\dot{l}_1}{g}\left(Q_1+\frac{2ql_1}{3}\right)+\alpha\right]\dot{\Phi}_1+K\Phi_1+\frac{l_1^2}{g}\left(Q_1+\frac{8ql_1}{15}\right)\ddot{\Phi}_2+\\
&+l_1\left[\frac{2}{g}\left(Q_1+\frac{2ql_1}{3}\right)\dot{l}_1+\frac{4}{3}\alpha\right]\dot{\Phi}_2+\frac{4}{3}Kl_1\Phi_2=\left(Q_1+\frac{2ql_1}{3}\right)\left(1-\frac{\ddot{l}_1}{g}\right),\\
&\frac{l_2}{g}\left(Q_2+\frac{ql_2}{3}\right)\ddot{\Phi}_3+\left[\frac{\dot{l}_2}{g}\left(Q_2+\frac{ql_2}{3}\right)+\alpha\right]\dot{\Phi}_3+K\Phi_3+\frac{l_2^2}{g}\left(Q_2+\frac{5ql_2}{12}\right)\ddot{\Phi}_4+\\
&+l_2\left[\frac{2}{g}\left(Q_2+\frac{ql_2}{2}\right)\dot{l}_2+\alpha\right]\dot{\Phi}_4+Kl_2\Phi_4=\left(Q_2+\frac{ql_2}{2}\right)\left(1-\frac{\ddot{l}_2}{g}\right),\\
&\frac{l_2}{g}\left(Q_2+\frac{5ql_2}{12}\right)\ddot{\Phi}_3+\left[\frac{l_2}{g}\left(Q_2+\frac{2ql_2}{3}\right)+\alpha\right]\dot{\Phi}_3+K\Phi_3+\frac{l_2^2}{g}\left(Q_2+\frac{8ql_2}{15}\right)\ddot{\Phi}_4+\\
&+l_2\left[\frac{2}{g}\left(Q_2+\frac{2ql_2}{3}\right)\dot{l}_2+\frac{4}{3}\alpha\right]\dot{\Phi}_4+\frac{4}{3}Kl_2\Phi_4=\left(Q_2+\frac{2ql_2}{3}\right)\left(1-\frac{\ddot{l}_2}{g}\right).
\end{aligned}
\tag{7}
$$

К уравнением (7) следует присоединить уравнения нестационарных связей (4).

В полученной системе уравнений:

i – передаточное число редуктора;

C_{12}, C_{23}, K_1, K_2 – жесткости соответствующих упругих связей;

R – радиус барабана;

I_K – моменты инерции сосредоточенных масс подъемной установки;

Q_1, Q_2 – концевые грузы;

q – вес одного погонного метра каната;

S_1 и S_2 – усилия в канатах.

Полученные дифференциальные уравнения динамики подъемной установки могут быть использованы для расчета усилий в канатах и моментов сил упругости в валах барабана при любых режимах работы установки. Это дает возможность научно обосновать конструктивные и кинематические параметры рассматриваемых подъемных установок.

Выводы. Получена система дифференциальных уравнений динамики подъемных установок как единого электромеханического комплекса. Дальнейшее решение указанной системы дифференциальных уравнений позволит определить как динамические усилия в упруго-вязких канатах переменной длины, так и момент сил упругости в валах установки. Более того, эти уравнения приемлемы для решения задач синтеза подъемных установок других типов.

Література

1. Голубенцев А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами. – М.: Машгиз, 1969. – 146 с.

2. Глушко Я.М. Динамические усилия в подъемных канатах переменной длины. – Труды МакНИИ, – 1969.

3. Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. – К.: Изд-во АН УССР, 1962. – 426 с.