

УДК 37.015:007.002.645:519.722

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ОПТИМАЛЬНИХ ПОКАЗНИКІВ
РЕНТАБЕЛЬНОСТІ КАПІТАЛУ ПІДПРИЄМСТВА НА ОСНОВІ МЕТОДУ
НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ**

Лисогор В.М., д.т.н., професор
Мазур К.В., к.е.н., доцент
Гесик Н.І.

Вінницький національний аграрний університет

Розроблена і впроваджена математична модель оцінки оптимальних показників рентабельності капіталу підприємства на основі методів нечіткої логіки.

Ключові слова: моделі оцінки діяльності підприємства, рентабельність підприємства, методи нечіткої логіки.

Постановка завдання. Капітал у цілому характеризує суму коштів, основних фондів, нематеріальних активів. У момент створення стартовий капітал підприємства міститься в активах, інвестованих засновниками і становить вартість його майна.

Для реалізації інвестиційного проекту [2] підприємство досить часто, крім залучення акціонерного капіталу, використовує кредити, облігації або інші форми довгострокового фінансування. Усі зазначені форми фінансування утворюють його капітал. Показник рентабельності капіталу важливий для інвесторів. Він дає можливість кредиторам-акціонерам дізнатися про спроможність проекту обслуговувати і повертати кредит, тому важливим для аналізу є питання ефективності використання капіталу, ефективність якого найповніше характеризується його рентабельністю.

Господарство вважається рентабельним, якщо, виручка від реалізації продукції відшкодовує всі витрати на її виробництво і реалізацію, що характеризує перевищення доходів над витратами. Сьогодні, в умовах фінансової і політичної кризи, особливим питанням є формування оптимальних показників рентабельності капіталу підприємства. Аналізуючи вищесказане, тема публікації є достатньо актуальною, що також підтверджується аналізом останніх публікацій і досліджень [2,3,4].

Мета публікації. Розробити і впровадити математичну модель оцінки оптимальних показників рентабельності капіталу підприємства на основі використання методів нечіткої логіки

Основний результат дослідження. Сьогодні, в умовах фінансової і політичної кризи, важливим питанням є визначення рентабельності капіталу підприємства. Для визначення рентабельності капіталу підприємства пропонується використання апарату нечіткої логіки з метою побудови

функціональної залежності між вхідним і вихідним даними.

Математична модель складається основі фактичних даних рентабельності капіталу підприємства за період 2007 – 2009 років (табл. 1)

Таблиця 1. Показники рентабельності підприємства

№ зп	Назва показників	Роки			Відхилення (+; -) 2009 від 2007 р.
		2007	2008	2009	
1.	Чистий дохід (виручка) від реалізації, тис грн	21030,9	21331	25331,5	+4300,6
2.	Загальна сума капіталу, тис.грн	6733,7	10538	12356	+5623
3.	Рентабельність (збитковість) продукції	0,39	0,52	0,30	-0,9
4.	Рентабельність власного капіталу	0,09	0,64	0,29	0,2
5.	Коефіцієнт оборотності обігових коштів	3,90	2,57	2,26	1,64
6.	Коефіцієнт рентабельності активів	0,14	0,17	0,08	-0,06
7.	Коефіцієнт рентабельності діяльності	0,18	0,24	0,09	-0,09
9.	Коефіцієнт стійкості економічного зростання	1,37	0,52	1,94	0,57
10	Співвідношення сплачених відсотків і прибутку	0,24	0,20	0,46	0,22

Для моделювання функціональних залежностей рівнів показника рентабельності від вхідних даних використовуємо модель «багато входів – багато виходів» (рис. 1) [2].

Для оцінювання показника рентабельності від вхідних факторів сформуємо базу даних (табл. 2)

Показник рентабельності оцінюється такими факторами: чистий дохід від реалізації (x_1), загальна сума капіталу (x_2), рентабельність продукції (x_3),

рентабельність власного капіталу (x_4), коефіцієнт оборотності обігових коштів (x_5), коефіцієнт рентабельності активів (x_6), коефіцієнт рентабельності діяльності (x_7), коефіцієнт стійкості економічного зростання (x_8), співвідношення сплачених відсотків і прибутку (x_9).

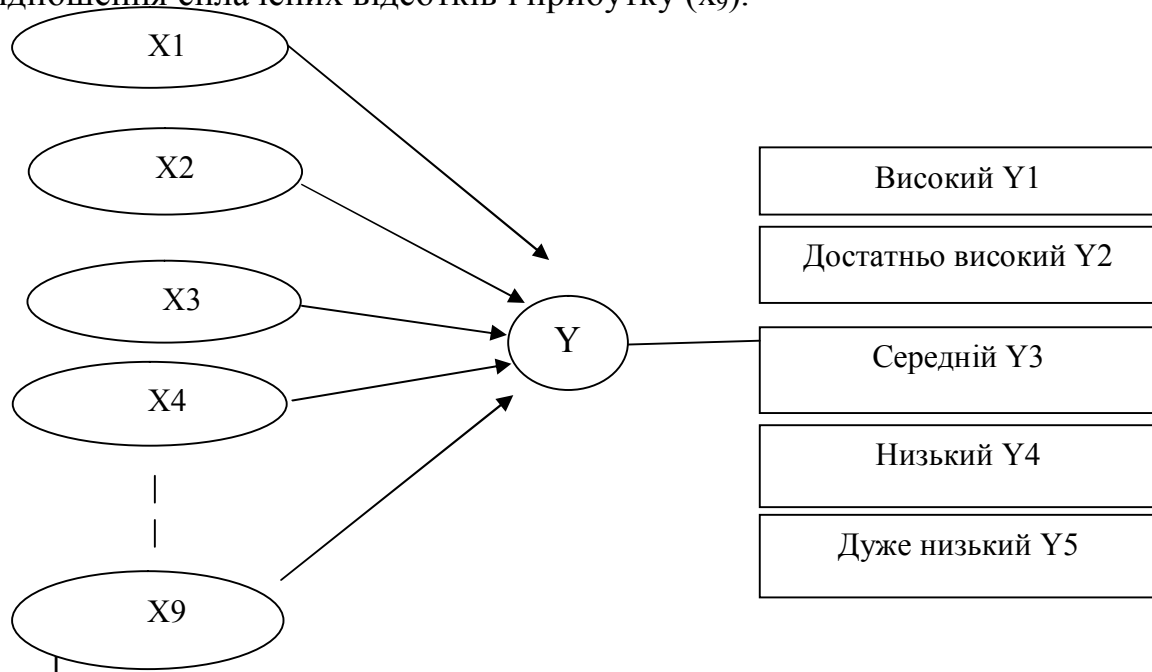


Рис. 1. Математична модель показника рентабельності від вхідних даних

Для оцінювання рентабельності капіталу підприємства вибрано 5 рівнів: високий, достатньо високий, середній, низький, дуже низький. Зміна факторів $x_1 \div x_9$ подано у вигляді шкали якісних термів: низький (Н), нижче середнього (НС), середній (С), вище середнього (ВС), високий (В).

Таблиця 2. Залежність показника рентабельності від вхідних даних

Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
Y ₁ (Високий)	В	В	В	В	В	В	В	В	В
Y ₂ (Достатньо високий)	В	ВС	В	ВС	В	ВС	В	ВС	В
	ВС	ВС	ВС	ВС	В	ВС	ВС	ВС	ВС
	ВС	ВС	ВС	ВС	ВС	ВС	ВС	ВС	ВС
Y ₃ (Середній)	С	ВС	С	ВС	С	ВС	С	ВС	С
	С	С	С	С	С	С	С	С	С
	С	НС	С	НС	С	НС	С	НС	С
Y ₄ (Низький)	НС	НС	С	НС	НС	С	НС	НС	С
	НС	НС	НС	НС	НС	НС	НС	НС	НС
	НС	Н	НС	Н	НС	Н	НС	Н	НС
Y ₅ (Дуже низький)	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н

Для кожної з баз даних з метою формалізації наведених факторів визначаються відповідні функції належності (1 – 5). Логічні рівняння для визначення показника рентабельності, виходячи з бази даних, будуть мати такий вигляд:

$$\mu^{d1}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = \mu^B(X_1) \cdot \mu^B(X_2) \cdot \mu^B(X_3) \cdot \mu^B(X_4) \cdot \mu^B(X_5) \cdot \mu^B(X_6) \cdot \mu^B(X_7) \cdot \mu^B(X_8) \cdot \mu^B(X_9); \quad (1)$$

$$\mu^{d2}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = \mu^B(X_1) \cdot \mu^{BC}(X_2) \cdot \mu^B(X_3) \cdot \mu^{BC}(X_4) \cdot \mu^B(X_5) \cdot \mu^{BC}(X_6) \cdot \mu^B(X_7) \cdot \mu^{BC}(X_8) \cdot \mu^B(X_9) \vee \mu^{BC}(X_1) \cdot \mu^{BC}(X_2) \cdot \mu^{BC}(X_3) \cdot \mu^{BC}(X_4) \cdot \mu^B(X_5) \cdot \mu^{BC}(X_6) \cdot \mu^{BC}(X_7) \cdot \mu^{BC}(X_8) \cdot \mu^{BC}(X_9) \vee \mu^{BC}(X_1) \cdot \mu^{BC}(X_2) \cdot \mu^{BC}(X_3) \cdot \mu^{BC}(X_4) \cdot \mu^{BC}(X_5) \cdot \mu^{BC}(X_6) \cdot \mu^{BC}(X_7) \cdot \mu^{BC}(X_8) \cdot \mu^{BC}(X_9); \quad (2)$$

$$\mu^{d3}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = \mu^C(X_1) \cdot \mu^{BC}(X_2) \cdot \mu^C(X_3) \cdot \mu^{BC}(X_4) \cdot \mu^C(X_5) \cdot \mu^{BC}(X_6) \cdot \mu^C(X_7) \cdot \mu^{BC}(X_8) \cdot \mu^C(X_9) \vee \mu^C(X_1) \cdot \mu^C(X_2) \cdot \mu^C(X_3) \cdot \mu^C(X_4) \cdot \mu^C(X_5) \cdot \mu^C(X_6) \cdot \mu^C(X_7) \cdot \mu^C(X_8) \cdot \mu^C(X_9) \vee \mu^C(X_1) \cdot \mu^{HC}(X_2) \cdot \mu^C(X_3) \cdot \mu^{HC}(X_4) \cdot \mu^C(X_5) \cdot \mu^C(X_6) \cdot \mu^{HC}(X_7) \cdot \mu^C(X_8) \cdot \mu^{HC}(X_9); \quad (3)$$

$$\mu^{d4}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = \mu^{HC}(X_1) \cdot \mu^{HC}(X_2) \cdot \mu^C(X_3) \cdot \mu^{HC}(X_4) \cdot \mu^{HC}(X_5) \cdot \mu^C(X_6) \cdot \mu^{HC}(X_7) \cdot \mu^{HC}(X_8) \cdot \mu^C(X_9) \vee \mu^{HC}(X_1) \cdot \mu^{HC}(X_2) \cdot \mu^{HC}(X_3) \cdot \mu^{HC}(X_4) \cdot \mu^{HC}(X_5) \cdot \mu^{HC}(X_6) \cdot \mu^{HC}(X_7) \cdot \mu^{HC}(X_8) \cdot \mu^{HC}(X_9) \vee \mu^{HC}(X_1) \cdot \mu^H(X_2) \cdot \mu^{HC}(X_3) \cdot \mu^H(X_4) \cdot \mu^{HC}(X_5) \cdot \mu^H(X_6) \cdot \mu^{HC}(X_7) \cdot \mu^H(X_8) \cdot \mu^{HC}(X_9); \quad (4)$$

$$\mu^{d5}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = \mu^H(X_1) \cdot \mu^H(X_2) \cdot \mu^H(X_3) \cdot \mu^H(X_4) \cdot \mu^H(X_5) \cdot \mu^H(X_6) \cdot \mu^H(X_7) \cdot \mu^H(X_8) \cdot \mu^H(X_9); \quad (5)$$

Для розв'язання цих рівнянь необхідно визначити функції належності $\mu^i(x_i)$ всіх нечітких термів \mathcal{J} (Н, НС, С, ВС, В) для всіх факторів x_i (в даному випадку i - значення показника рентабельності капіталу підприємства, i - кількість факторів, $I = (1 \dots 6)$).

Рівняння складаються для всіх п'яти нечітких термів (Н, НС, С, ВС, В). При моделюванні припускаємо, що \underline{x}_i і \overline{x}_i нижня та верхня межі діапазону фактору x_i . Виразимо інтервал $[\underline{x}_i, \overline{x}_i]$ через інтервал $u[0;4]$, на якому задані функції належності $\tilde{\mu}^i(u)$, та $u \in \mathcal{U}$ для нечітких термів $\mathcal{J} = \text{Н, НС, С, ВС, В}$.

Графічний вигляд функцій належності зображений на рис. 2. Вибір подібних кривих обумовлений тим, що вони є кусково – лінійними апроксимаціями експертних функцій належності $\mu^i(x_i)$, отриманих для факторів $x_1 \div x_6$ методом парних порівнянь.

Перехід від функції $\tilde{\mu}^i(u)$ до пошуку функцій $\mu^i(x_i)$ здійснюється таким чином:

$$u_i = 4 \frac{\bar{x}_n - x_n}{\bar{x}_n - \underline{x}_n}, \tilde{\mu}^i(u_n) = \tilde{\mu}^i(x_n), \quad (6)$$

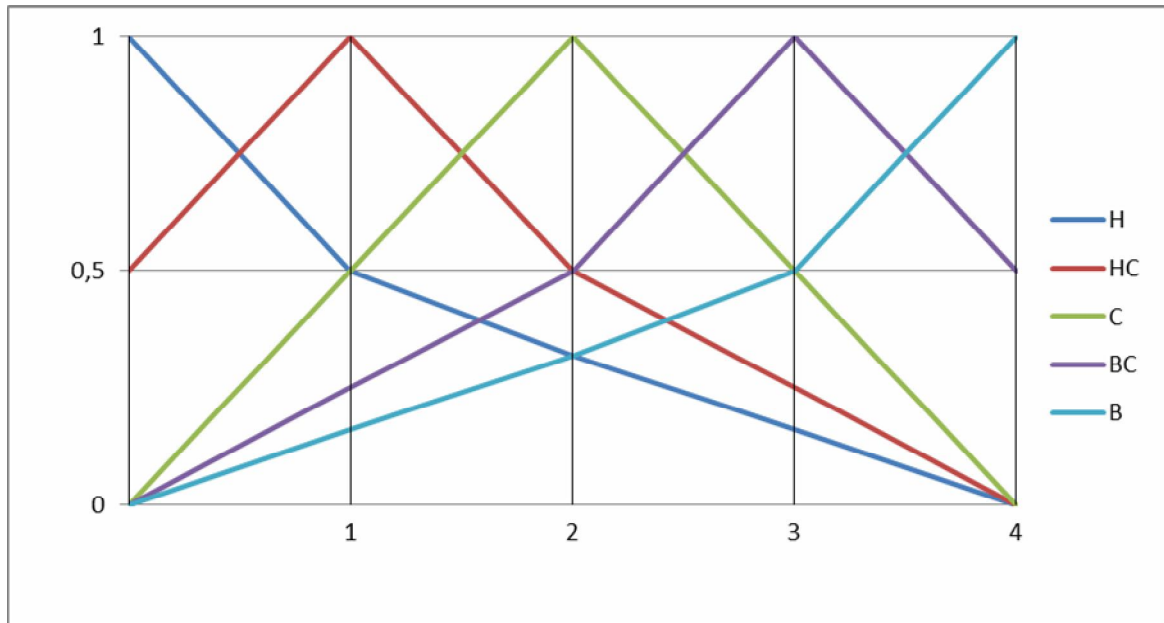


Рис. 2. Графіки функцій належності п'яти нечітких термів

Аналітичні вирази цих функцій визначаються за допомогою формул (7 – 11):

$$\tilde{\mu}^H(u) = \begin{cases} 1 - 0,5u, u \in [0,1] \\ \frac{4-u}{6}, u \in [1,4] \end{cases} \quad (7)$$

$$\tilde{\mu}^{HC}(u) = \begin{cases} 0,5 + 0,5u, u \in [0,1) \\ 1,5 - 0,5u, u \in [1,2) \\ 1 - 0,25u, u \in [2,4] \end{cases} \quad (8)$$

$$\tilde{\mu}^C(u) = \begin{cases} 0,5u, u \in [0,2) \\ 2 - 0,5u, u \in [2,4] \end{cases} \quad (9)$$

$$\tilde{\mu}^{BC}(u) = \begin{cases} 0,25u, u \in [0,2) \\ 0,5u - 0,5, u \in [2,3) \\ 2,5 - 0,5u, u \in [3,4] \end{cases} \quad (10)$$

$$\tilde{\mu}^B(u) = \begin{cases} \frac{1}{3}u, u \in [0,3) \\ 0,5u - 1, u \in [3,4] \end{cases} \quad (11)$$

Визначення показника рентабельності капіталу підприємства проводиться за таким алгоритмом:

1. Фіксуються значення факторів $x_n (n = \overline{1,6})$;
2. За формулами 1 – 5 визначаються значення функцій належності $\mu^j(x_n)$ при фіксованих значеннях факторів x_n ;
3. Користуючись лінійними рівняннями визначаються функції належності $\mu^{d_{in}}(\overline{x_1, x_6})$, де $n=9$, для всіх $d_n, x_n (n = \overline{1,6})$. При цьому операції над функціями належності $\mu(a)$ та $\mu(b)$ замінюються на операції *min*:

$$\mu(a) \cdot \mu(b) = \min[\mu(a), \mu(b)] \quad (12)$$

4. Визначається рішення d_0 , для якого

$$\mu^{d_0}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9) = \max[\mu^{d_n}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9)] \quad (13)$$

Цьому рішенняю і буде відповідати оптимальний показник рентабельності капіталу підприємства, який ставилось за мету визначити.

Наведемо приклад визначення показника рентабельності капіталу підприємства за даними такими, наведеними в табл. 3:

$$X_1 = 21331 \text{ тис. грн.}; X_2 = 10538 \text{ тис. грн.};$$

$$X_3 = 0,52; X_4 = 0,64; X_5 = 2,57;$$

$$X_6 = 0,17; X_7 = 0,24; X_8 = 0,52; X_9 = 0,20$$

Складемо таблицю значень $\mu^j(x_i)$ для всіх факторів x_i

За формулами 1 – 5 визначаємо значення функцій належності.

Знаходимо *min* значення в кожній функції і проводимо заміну:

$$\mu^{d^1}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = 0,1$$

$$\mu^{d^2}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = 0,15$$

$$\mu^{d^3}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = 0,28$$

$$\mu^{d^4}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = 0,2$$

$$\mu^{d^5}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9) = 0,15$$

Визначаємо рішення d_0 , шляхом вибору $\max[\mu^{d_n}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9)]$

Максимальне значення відповідає третьому діапазону $u_3 = 0,28$, тобто при існуючих вхідних даних буде середній рівень показника рентабельності капіталу підприємства.

У ході досліджень виникає задача настроювання нейронечіткої мережі (рис. 1). Для настроювання параметрів цієї мережі використовуються рекурентні співвідношення, запропоновані проф. Ротштейном О. П. [1,4]. Сутність настроювання моделі полягає у підборі таких параметрів функцій належності $(b_i^{jp}(t), c_i^{jp}(t))$ та ваг нечітких правил $(w_{jp}(t))$, які забезпечують мінімум розходження між моделями та економічними результатами

$$\sum_{i=1}^M (F_y(x_1^l, x_2^l, \dots, x_{12}^l, W_i) - y_l)^2 = \min_{W_i} \quad (14)$$

де $\langle x_l^l, y_l \rangle, l = \overline{1, M}$ - дані експериментальних досліджень; b - координата

максимуму; c – параметр ущільнення та розтягування.

Таблиця 4. Таблиця значень $\mu^l(x_i)$ для всіх факторів x_i

у	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉
у ₁ (Високий)	0,1	0,35	0,6	0,65	0,18	0,65	0,38	0,18	0,2
у ₂ (Достаньо високий)	0,1	0,6	0,6	0,85	0,18	0,85	0,38	0,26	0,2
	0,15	0,6	0,92	0,85	0,18	0,85	0,7	0,26	0,32
	0,15	0,6	0,92	0,85	0,3	0,85	0,7	0,26	0,32
у ₃ (Середній)	0,28	0,6	0,4	0,85	0,6	0,85	0,72	0,26	0,57
	0,28	0,95	0,4	0,3	0,6	0,3	0,72	0,55	0,57
	0,28	0,45	0,4	0,2	0,6	0,2	0,72	0,95	0,57
у ₄ (Низький)	0,7	0,45	0,4	0,2	0,92	0,3	0,36	0,95	0,57
	0,7	0,45	0,25	0,2	0,92	0,2	0,36	0,95	0,85
	0,67	0,3	0,25	0,15	0,92	0,15	0,36	0,46	0,85
у ₅ (Дуже низький)	0,67	0,3	0,18	0,15	0,46	0,15	0,25	0,46	0,45

У нашому випадку $X^l = (x_1^l, x_2^l, \dots, x_{12}^l)$ - результати попередніх досліджень, y_l - результат в l -му дослідженні.

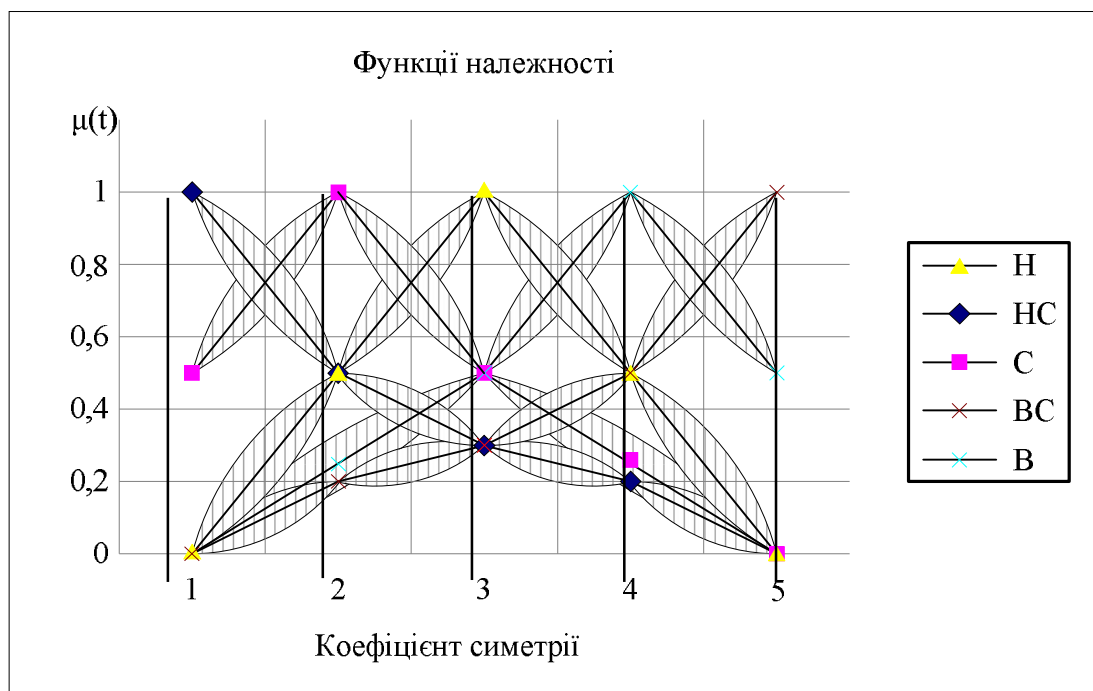


Рис. 3. Функції належності нечітких термів після процедури настроювання

Для вирішення нелінійної задачі оптимізації (14) застосовується алгоритм „грубого” та „точного” настроювання [1,4] у режимі off-line та on-line.

Для настроювання параметрів нейронечіткої мережі застосовуються рекурентні співвідношення на основі співвідношень [1]:

$$\begin{aligned}w_{jp}(t+1) &= w_{jp}(t) - \eta \frac{\partial E_t}{\partial w_{jp}(t)}; \quad c_i^{jp}(t+1) = c_i^{jp}(t) - \eta \frac{\partial E_t}{\partial c_i^{jp}(t)}; \\b_i^{jp}(t+1) &= b_i^{jp}(t) - \eta \frac{\partial E_t}{\partial b_i^{jp}(t)},\end{aligned}\tag{15}$$

де $w_{jp}(t)$, $c_i^{jp}(t)$, $b_i^{jp}(t)$ - ваги правил та параметри функцій належності на t -му кроці навчання; η - параметр навчання.

Ці співвідношення мінімізують критерій $E_t = \frac{1}{2}(\bar{y}_t - y_t)^2$, який застосовується для настроювання даної мережі.

Висновок. Складена модель дозволяє визначити оптимальний показник рентабельності капіталу підприємства шляхом використання експертної системи на базі апарату нечіткої логіки. Таким чином, складена модель є універсальною.

Література

1. Тян Р.Б. Управление проектами: Пособие //Р.Б.Тян; Б.А.Холод; В.А.Ткаченко// - Київ: Центр навчальної літератури. – 2004. – 224 с. ISBN. - 966-8253-31-0
2. Rotshtein A. Design and Tuning of Fussy IF – THEN Vuly for Medical Didicol Diagnosis. In Fussy and Neuro-Fussy Systems in Medicine (Eds: N. Teodovescu, A. Kandel, I. Lain.). – USA. CRC-Press, 1998, pp. 235–295.
3. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к понятию приближенных решений / Заде Л. — М. : Мир, 1976. — 165 с.
4. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети / Ротштейн А. П. – Винница. : УНИВЕРСУМ – Винница, 1999. – 320 с.

Summary

Mathematical model evaluation of optimal capital profitability of enterprises on the basis of fuzzy logic / Lysogor V.M., Mazur K.V., Gesyk N.I.

Designed and implemented a mathematical model for the assessment of the best indicators of profitability of the enterprise capital based on methods of indistinct logic.

Key words: model evaluation of business, profitability, methods of fuzzy logic.