

Войтюк Д. Г.
Човнюк Ю. В.
Гуменюк Ю. О.
Гуцол А. П.

**Национальный
университет
биоресурсов и
природопользования
Украины**

УДК 631.316

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ВИБРАЦИОННОЙ РЫХЛИТЕЛЬНОЙ ЛАПЫ КУЛЬТИВАТОРА

У роботі розглянуті причини виникнення фрикційних автоколивань в процесі реалізації робочих режимів функціонування вібраційних розпушувальних лоп культиваторів.

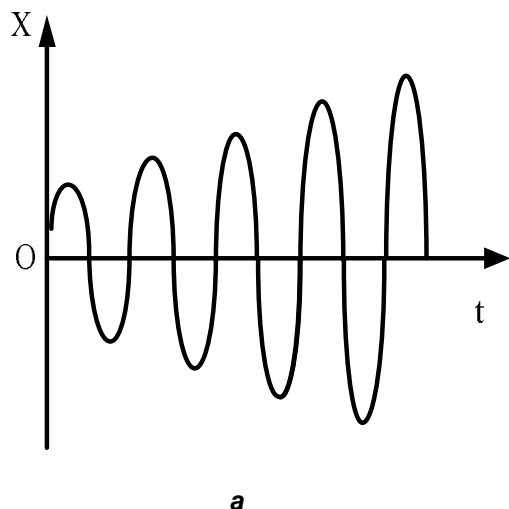
The article considers the causes of appearing of friction self-oscillations in the implementation of the functioning of the operating modes of vibration cultivator tillage tools.

Постановка проблемы.

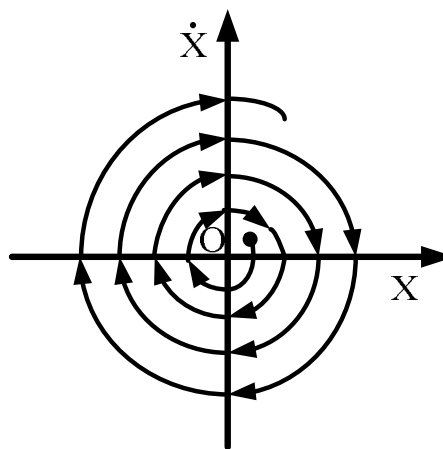
Взаимодействие рабочего органа вибрационной рыхлительной лапы культиватора с почвой можно рассматривать в пределах систем с неупругими сопротивлениями, которые поддерживают стационарные колебательные процессы. Последние становятся возможными благодаря существованию внешних влияний (со стороны почвы) периодического характера. Однако в таких системах стационарные колебания возможны и без периодических влияний извне (т. е. такие системы относятся к классу автоколебательных/самовозбуждаемых). Поскольку в любом реальном колебательном процессе неизбежно возникает рассеивание энергии, то любая автоколебательная система имеет источник энергии, который пополняет

все энергетические потери, но по своей природе источник энергии не имеет колебательных свойств.

Самовозбуждение колебаний часто связано с неустойчивым состоянием равновесия системы; таким образом, после любого нарушения этого состояния колебания не будут затухающими, а наоборот «раскачиваются» все больше и больше; при этом силы созданы источником энергии, способствуют «раскачиванию» системы и сами зависят от ее движения (в положении равновесия они равны нулю). Процесс самовозбуждения представлен на рис. 1, а; соответствующая фазовая траектория представлена на рис. 1, б; в этом случае точка, которая отображает положение равновесия, есть неустойчивым фокусом.

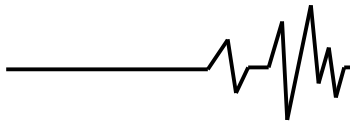


а



б

Рис. 1. Процесс самовозбуждения колебаний (а) и соответствующая фазовая траектория (б)



Особого внимания заслуживают механические автоколебания, которые возникают в системах с трением. Сила трения, которая в основном есть причиной затухания колебаний, может стать причиной их «раскачивания».

По мнению авторов данной работы, именно последняя сила и есть причиной возникновения фрикционных автоколебаний в процессе реализации рабочих режимов функционирования вибрационных рыхлительных лап культиваторов. Поэтому необходим всесторонний анализ процесса выведения из состояния покоя всей системы от действия возбуждения со стороны почвы.

Анализ публикаций по теме исследования.

Анализ механических автоколебаний при наличии трения разной физической природы рассмотрен в работах [1 - 4]. Однако авторам данной работы не известны публикации, в которых был бы проведен всесторонний анализ процесса возникновения и устойчивого длительного существования фрикционных автоколебаний вибрационных рыхлительных лап культиваторов, взаимодействующих с почвой.

Цель работы заключается в определении основных закономерностей возникновения и устойчивого длительного существования фрикционных автоколебаний вибрационных рыхлительных лап культиваторов, взаимодействующих с почвой путем всестороннего детального физико-механического анализа (этого взаимодействия) для оптимизации рабочих режимов функционирования подобных систем.

Изложение основного содержания исследования.

1. Физико-механическая природа автоколебаний.

Вибрационный рабочий орган может быть представлен в виде кривого бруса прямоугольного сечения, геометрическая форма осевой линии которого описывается уравнением [5 - 7]:

$$f = \xi + \tilde{c} \cdot \zeta^\gamma \quad (1)$$

где, f - функция поверхности рабочего органа (описывает уравнение этой поверхности в плоскости XOZ ($\xi O\zeta$)) (рис. 2.);

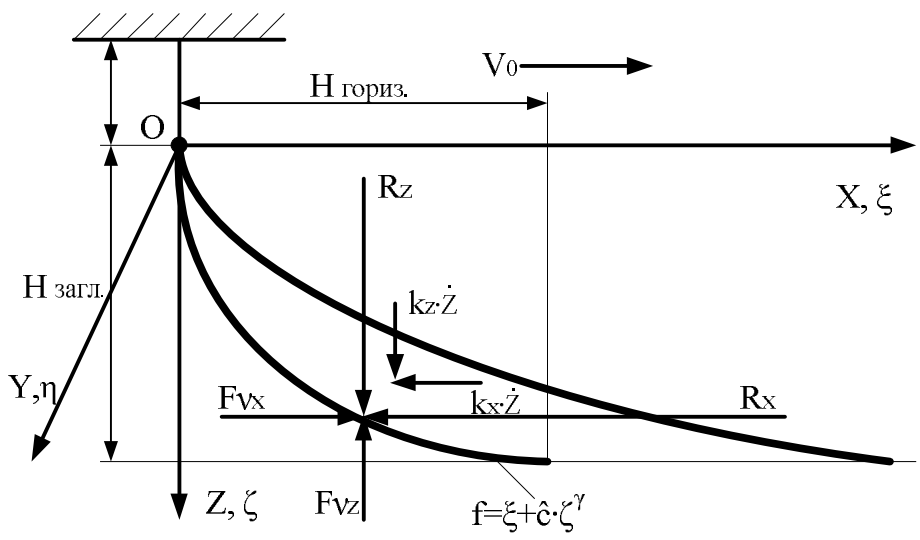


Рис. 2. Эквивалентная схема вибрационного рабочего органа (лапы культиватора)

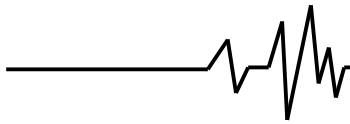
ξ, ζ – координаты точки на поверхности рабочего органа;
 \tilde{c}, γ – коэффициенты уравнения поверхности

На рис 2. приняты следующие условные обозначения :

R_x, R_z – реакция почвы от воздействия на нее лапы культиватора;

F_{vx}, F_{vz} – проекции восстанавливающей силы на оси OX и OZ соответственно;

$k_x \cdot \dot{x}, k_z \cdot \dot{z}$ – проекции различных неупругих сопротивлений, действующих на



рабочий орган, объединенных в одну составляющую типа силы вязкого трения (~ скорости движения вдоль соответствующей оси), k_x, k_z – коэффициенты вязкого трения вдоль осей OX и OZ соответственно. (в дальнейшем $(k_x, k_z) = const$). Обычно $\frac{d}{dt}(\dot{}) \equiv (\ddot{})$, таким образом, эти условные обозначения дифференцирования функции по времени t приняты и в данной работе;

\vec{V}_0 – скорость (равномерного) движения рабочего органа, $\vec{V}_0 \parallel OX$.

В наиболее общем случае $R_x = R_x(\dot{x}), R_z = R_z(\dot{z})$,

где \dot{x}, \dot{z} – скорости вертикальных и горизонтальных колебаний лапы вдоль соответствующих осей;

H – длина прорессорника подвески, м;

$H_{загл.}$ – глубина хода лапы в почве, м;

$H_{гориз.}$ – проекция лапы культиватора на ось OX, м.

Длину криволинейного бруса лапы в плоскости XOZ определяется (с учетом (1)) зависимостью:

$$l = \int_0^{H_{загл.}} d\zeta \sqrt{1 + \tilde{c}^2 \cdot \gamma^2 \cdot \zeta^{2(\gamma-1)}} \quad (2)$$

Используя подход [4], жесткость рабочего органа вдоль осей OX и OZ можно представить в виде:

$$C_x = \frac{EI}{l^3} \cdot \frac{H_{гориз.}}{l}; C_z = \frac{EI}{l^3} \cdot \frac{H_{загл.}}{l} \quad (3)$$

где EI – изгибающая жесткость криволинейного бруса;

(E – модуль упругости материала бруса, Па; I – момент инерции поперечного сечения бруса (для прямоугольного сечения бруса

$I = \frac{a^3 b}{12}$, M^4 , где a, b – стороны прямоугольника).

Дифференциальные уравнения движения рабочего органа у проекциях на оси OX и OZ будут иметь вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -R_x(\dot{x}) - C_x \cdot x - k_x \cdot \dot{x} \\ m\ddot{z} = R_z(\dot{z}) + C_z \cdot z - k_z \cdot \dot{z} \end{cases} \quad (4)$$

(В дальнейшем исследуем движение вдоль оси OX).

В (4) $m = m_{p.o.} + m_s$ – масса колебательной системы, кг;

$m_{p.o.}$ – масса рабочего органа, кг;

m_s – масса (присоединенная) обрабатываемой почвы, кг.

Пусть в положении равновесия рабочего органа $R_x(\dot{x}) = R_{x0}, R_z(\dot{z}) = R_{z0}$.

Вследствие любого возбуждения в момент начала движения ($t=0$) рабочий орган, выведенный из состояния покоя; выясним характер движения, которое возникает после такого возбуждения, считая, что скорость движения всей системы (V_0) в процессе колебаний лапы не изменяется. Пусть в текущий момент t перемещение рабочего органа равно $x(z)$ вдоль соответствующей оси. Тогда суммарная скорость движения (относительная) рабочего органа в почве вдоль оси OX будет:

$$V = V_0 - \dot{x} \quad (5)$$

Сила R_x отличается от силы R_{x0} , поскольку скорость относительного движения V отличается от скорости V_0 . При малых колебаниях относительной скорости можно принять:

$$R_x(\dot{x}) = R_{x0} - R'_{x0} \cdot \dot{x}, \quad (6)$$

где R'_{x0} – тангенс кута наклона характеристики сопротивления вдоль оси OX в точке с координатами V_0, R_{x0} .

(Для дальнейших рассуждений необходимо учитывать, что сила сопротивления почвы (реакция) зависит от относительной скорости движения V).

Пусть характеристика $R_x(V)$ имеет вид, показанный на рис. 3. (Значения V_0 и R_{x0} соответствуют состоянию равновесия: лапа погружен в почву, ее колебания отсутствуют, а существует только равномерное движение со скоростью V_0).

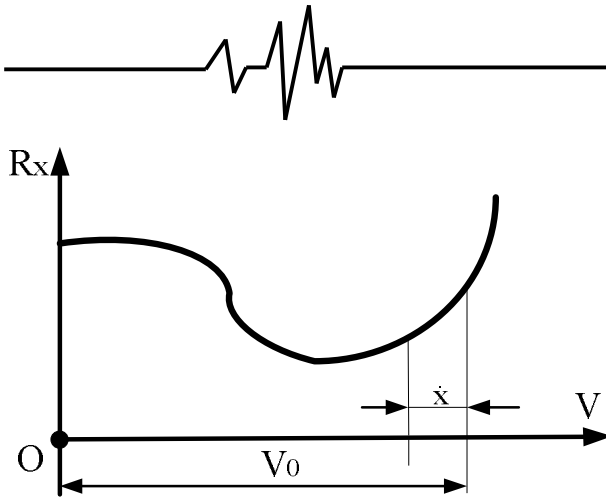


Рис. 3. Характеристика сопротивления почвы $R_x(V)$

Уравнение движения лапы культиватора приобретает вид:

$$m\ddot{x} + C_x \cdot \dot{x} - R_{x0} + (R'_{x0} + k_x) \cdot \dot{x} = 0 \quad (7)$$

если сместить начало отсчета перемещений в точку $x = x_0$, то есть ввести новую переменную

$$x_1 = x - x_0, \text{ где } x_0 = \frac{R_{x0}}{C_x}, \text{ тогда уравнение (7)}$$

будет иметь вид:

$$m\ddot{x}_1 + (R'_{x0} + k_x) \cdot \dot{x}_1 + C_x \cdot x_1 + C_x \cdot x_0 - R_{x0} = 0 \quad (8)$$

Последние два члена уравнения (8) в сумме дают ноль, поскольку координата x_0 введена таким образом, чтобы определить статическое перемещение лапы в почве при отсутствии колебаний.

Таким образом, окончательно из (8) получим:

$$m\ddot{x}_1 + (R'_{x0} + k_x) \cdot \dot{x}_1 + C_x \cdot x_1 = 0 \quad (9)$$

Рассмотрение структуры этого уравнения показывает, что в течении определенного времени колебания должны исчезать, если значение суммы $(R'_{x0} + k_x)$ положительное. Это обязательно имеет место на участке возрастания кривой $R_x(V)$, где $R'_{x0} > 0$.

Однако при небольших значениях V_0 (убывающий участок кривой $R_x(V)$) величина R'_{x0} становится меньше нуля (смотри рис.3.).

Если при этом $k_x > |R'_{x0}|$, тогда сумма $(R'_{x0} + k_x)$ останется положительной, и колебания рабочего органа будут затухающими. Если сумма $(R'_{x0} + k_x)$ равна нулю (т.е. $k_x = |R'_{x0}|$), тогда в уравнении (9) исчезает член, который отвечает затуханию, и

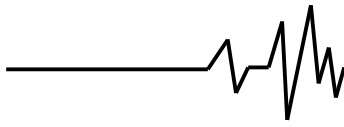
возможной становится ситуация, приводит к возникновению колебаний рабочего органа с постоянной амплитудой. Если же сумма $(R'_{x0} + k_x) < 0$, тогда система имеет якобы «отрицательное затухание», и колебания с течением времени будут возрастать за счет энергии, которая передается движущейся лапой культиватора.

Природу «отрицательного затухания» при убывающей характеристике $R_x(V)$ можно выяснить из следующих соображений. Когда культиваторная лапа движется вправо, то есть в сторону движения всей системы, то относительная скорость движения V уменьшается; вместе с тем сила сопротивления (реакция почвы увеличивается и ее прирост направлен вправо, то есть в сторону движения). В другом интервале движения, когда лапа движется влево, прирост силы трения также направлен влево, то есть опять в сторону движения. Такой характер изменения силы трения и есть причиной возрастания во времени колебаний рабочего органа.

Таким образом, для увеличения колебаний рабочего органа необходимо выполнить условие $(R'_{x0} + k_x) < 0$, что возможно только при достаточной крутизне падения характеристики $R_x(V)$. Обычно указанное условие выполняется только при небольшой скорости V_0 .

Как установлено выше, нестойкость состояния равновесия может быть выявлена в предположении малости колебаний, то есть с помощью линейного приближения. Однако, если отказаться от этого предположения и проследить в дальнейшем за процессом, то можно обнаружить, что возрастание амплитуды постепенно замедляется и в конце концов амплитуда полностью стабилизируется. Этот процесс устоявшихся (стационарных) автоколебаний представлен на рис. 4 и называется граничным циклом. Важной особенностью граничного цикла есть его полная независимость от начальных условий; после любого нарушения состояния равновесия система приближается к одному и тому же граничному циклу. Для определения параметров (частоты, амплитуды) устоявшихся автоколебаний необходим анализ соответствующей нелинейной задачи.

Ниже рассмотрены стационарные автоколебания и условия их возникновения в исследуемой системе. Такие автоколебания



имеют почти гармонический характер и реализуются с частотой свободных колебаний системы; соответственно система, которая их поддерживает, называется квазилинейной.

2. Автоколебания рабочего органа вибрационной рыхлительной лапы культиватора как квазилинейной системы.

2.1 Основное уравнение.

Для силы сопротивления(трения) которая развивается в процессе колебаний, выше было принято линейное приближение. Этого было достаточно для исследования стойкости состояния равновесия, но для анализа процесса установления, а также процесса устоявшихся автоколебаний системы необходимо учитывать нелинейные члены.

Запишем развернутое разложение:

$$R_x(V) = R_{x0} - R'_{x0} \cdot \dot{x}_1 + \frac{1}{2} R''_{x0} \cdot \dot{x}_1^2 - \frac{1}{6} R'''_{x0} \cdot \dot{x}_1^3 \quad (10)$$

и ограничимся выписанными составляющими. (Выражение (10) следует из разложения:

$$R_x(V) = R_{x0} + \left(\frac{dR_x}{dV}\right)_0 \cdot \Delta V + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2R_x}{dV^2}\right)_0 \cdot (\Delta V)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3R_x}{dV^3}\right)_0 \cdot (\Delta V)^3 + \dots \quad (11)$$

после замены $\Delta V = -\dot{x}_1$). Тогда уравнение колебаний вместо (9) примет вид:

$$m\ddot{x} = C_1 x_1 + (R'_{x0} + k_x) \cdot \dot{x}_1 - \frac{R''_{x0}}{2} \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{R'''_{x0}}{6} \cdot \dot{x}_1^3 = 0 \quad (12)$$

При этом считается, что скорость V_0 отвечает нисходящему участку характеристики сопротивления почвы $R_x(V)$.

2.2 Стационарные автоколебания.

Для решения уравнения (12) используем метод энергетического баланса [4]. Будем считать, что стационарные автоколебания в первом приближении могут быть описаны гармоническим законом:

$$x_1 = a \cdot \sin pt \quad (13)$$

с частотой свободных колебаний системы. Выражение (13) становится абсолютно точным, если измененная часть силы сопротивления почвы $R_x(V)$, которая выражается тремя последними членами уравнения (10):

$$\tilde{R}_x = (R'_{x0} + k_x) \cdot \dot{x}_1 - \frac{R''_{x0}}{2} \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{R'''_{x0}}{6} \cdot \dot{x}_1^3 \quad (14)$$

тождественно равняется нулю. Исходя из этого, определяя сумму этих членов с помощью выражения (13), убедимся, что это тождество не выполняется; однако для получения приблизительного решения можно ограничиться «облегченным» требованием, чтобы работа сил сопротивления почвы оказалась равной нулю за один цикл колебания. Хотя такое решение не обеспечит постоянного значения энергии системы в любой момента времени, зато отвечает постоянному значению энергии в среднем за период.

Работа силы трения \tilde{R}_x за время dt составляет:

$$\tilde{R}_x \cdot dx_1 = \tilde{R}_x \cdot \frac{dx_1}{dt} dt = \tilde{R}_x \cdot \dot{x}_1 dt \quad (15)$$

таким образом, работа силы трения за период T:

$$\int_0^T \tilde{R}_x \cdot \dot{x}_1 dt = 0 \quad (16)$$

где T – период автоколебаний, который считается равным собственному периоду.

Подставляя сюда силу сопротивления почвы \tilde{R}_x согласно выражению (14), получим:

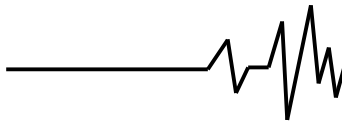
$$\int_0^T \left[(R'_{x0} + k_x) \cdot \dot{x}_1^2 - \frac{R''_{x0}}{2} \cdot \dot{x}_1^3 + \frac{R'''_{x0}}{6} \cdot \dot{x}_1^4 \right] dt = 0 \quad (17)$$

Согласно выражению (13):

$$\dot{x}_1 = a \cdot p \cdot \cos pt \quad (18)$$

тогда:

$$\int_0^T \left[(R'_{x0} + k_x) \cdot \cos^2 pt - \frac{R''_{x0}}{2} ap \cos^3 pt + \frac{R'''_{x0}}{6} a^2 p^2 \cos^4 pt \right] dt = 0 \quad (19)$$



После интегрирования амплитуду автоколебаний:

$$a = \frac{2}{p} \cdot \sqrt{\frac{2(R'_{x0} + k_x)}{R'''_{x0}}} \quad (20)$$

Поскольку сумма $(R'_{x0} + k_x)$ отрицательная, то выражение под корнем будет положительным при условии положительного значения третьей производной R'''_{x0} .

Если можно пренебречь всеми неупругими сопротивлениями почвы, кроме силы R_x , то есть $k_x = 0$, тогда получим более упрощенную формулу для амплитуды:

$$a = \frac{2}{p} \cdot \sqrt{-\frac{2R'_{x0}}{R'''_{x0}}} \quad (21)$$

2.3 Процесс установки автоколебаний.

С помощью метода энергетического баланса можно не только определить амплитуду стационарных колебаний вибрационной рыхлительной лапы культиватора, но также исследовать процесс установки автоколебаний. Для этого, следует выходить не из выражения (13), которое отвечает движению с постоянной амплитудой, а из более общего выражения:

$$x_1 = a(t) \cdot \sin pt \quad (22)$$

считая, что амплитуда постоянно изменяется. Однако это изменение можно считать медленным, и принимать прирост Δa за один период малым в сравнении с амплитудой a . В таком случае выражение для скорости в первом приближении будет иметь вид:

$$\dot{x}_1 = a(t) \cdot p \cdot \cos pt \quad (23)$$

В соответствии с этим, работа силы трения за один период выражается интегралом (17), в данном случае этот интеграл не равен нулю, а представляет собой прирост энергии системы за один цикл:

$$\int_0^T \left[(R'_{x0} + k_x) \cdot \dot{x}_1^2 - \frac{R''_{x0}}{2} \cdot \dot{x}_1^3 + \frac{R'''_{x0}}{6} \cdot \dot{x}_1^4 \right] dt = \Delta \Pi \quad (24)$$

или, определяя (в предположении постоянного значения амплитуды a), определяем:

$$\pi \cdot p \cdot a^2 \cdot \left(R'_{x0} + k_x + \frac{1}{8} R'''_{x0} \cdot a^2 \cdot p^2 \right) = \Delta \Pi \quad (25)$$

Прирост $\Delta \Pi$ можно также определить путем сравнения потенциальной энергии в двух последовательных моментах времени, когда система имеет максимальное отклонение:

$$\Pi = \frac{\bar{c} a^2}{2}; \quad \Pi + \Delta \Pi = \frac{\bar{c} (a^2 + \Delta a)}{2} \quad (26)$$

Вычитая, получим:

$$\Delta \Pi \approx \bar{c} a \Delta a \quad (27)$$

Приравнявая выражения (27) и (24), определяем:

$$\pi \cdot p \cdot a^2 \cdot \left(R'_{x0} + k_x + \frac{1}{8} R'''_{x0} \cdot a^2 \cdot p^2 \right) = \bar{c} a \Delta a \quad (28)$$

Рассматривая теперь a как непрерывную функцию аргумента t , произведем замену:

$$\Delta a = \frac{da}{dt} \cdot T \quad (29)$$

Тогда вместо выражения (28) получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{da}{dt} = \frac{a}{2m} \cdot \left(R'_{x0} + k_x + \frac{1}{8} R'''_{x0} \cdot a^2 \cdot p^2 \right) \quad (30)$$

Интегрируя это дифференциальное уравнение при начальных условиях $a = a_0$ при $t = 0$, получим уравнение огибающей (уравнение установления):

$$a = \frac{b}{\sqrt{\left(1 + \frac{b^2}{a_0^2}\right) \cdot e^{-\left(\frac{k_x + R'_{x0}}{m}\right) \cdot t}} - 1} \quad (31)$$

где $b^2 = \frac{8 \cdot (k_x + R'_{x0})}{p^2 \cdot R'''_{x0}}$.

При $t \rightarrow \infty$ отсюда опять следует формула (20) для амплитуды стационарных автоколебаний вибрационной рыхлительной лапы культиватора.

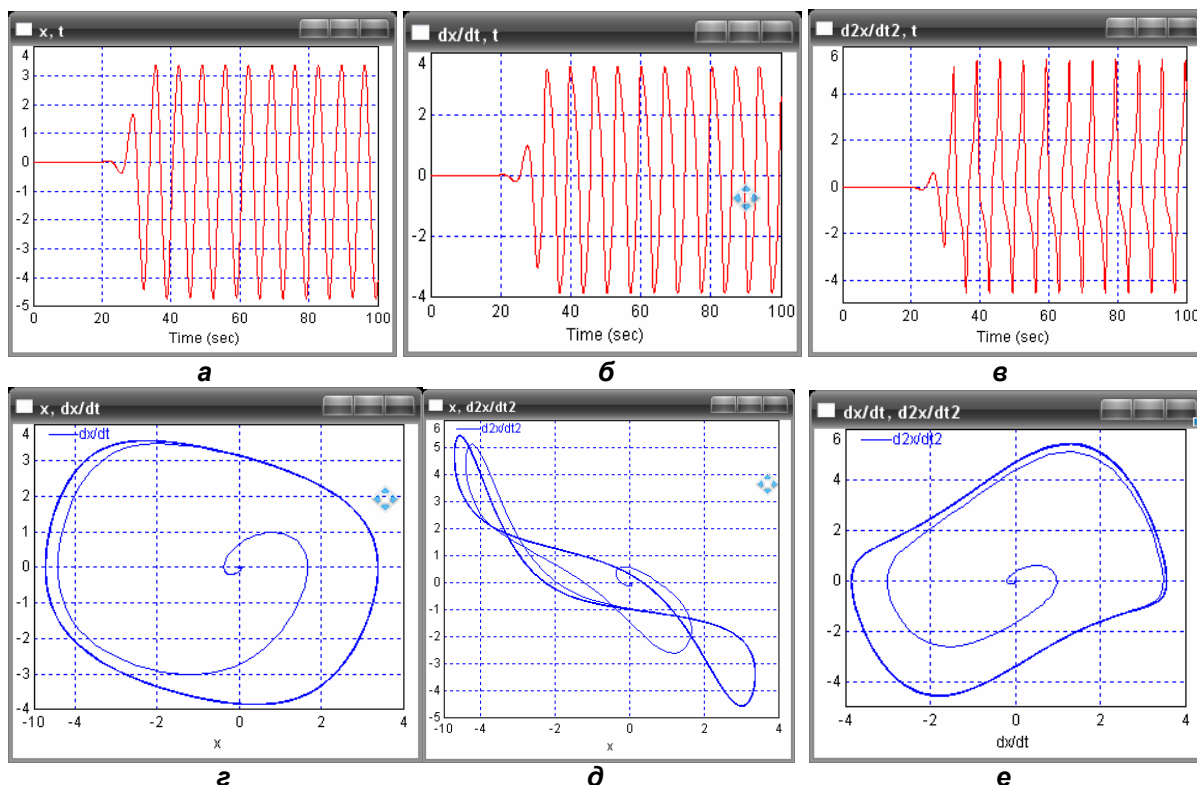
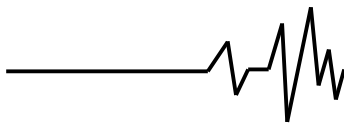


Рис. 4. Зависимости координаты рабочего органа (а), скорости его движения (б), ускорения (в) и фазовые портреты движения: классический вариант (г) и неклассический варианты фазового портрета высших порядков (д, е)

Выводы

1. Определена физическая природа автоколебаний, которые возникают в вибрационном рабочем органе, который взаимодействует с почвой.

2. определены основные характеристики автоколебаний в пределах модели указанной выше системы как квазилинейной. В частности, исследованы основные закономерности установления и поддержки системой стационарных автоколебаний. Для этого использован метод энергетического баланса.

3. Получены в работе результаты могут быть использованы для уточнения и усовершенствования существующих методов расчета, проектирования и исследования подобных систем в режимах их реальной эксплуатации с целью оптимизации взаимодействия вибрационной рыхлительной лапы культиватора с возделываемой почвой (минимизация энергетических расходов на поддержку режима автоколебаний.)

Литература

1. Костерин Ю.И. Механические автоколебания при сухом трении. – М.: Изд-во АН СССР, 1960, – 212 с.

2. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М.-Л. Гос. изд.-во технико-теоретической литературы, 1952 г. – 271 с.

3. Харкевич А.А. Автоколебания. М.: Гостехиздат, 1954, – 165 с.

4. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. М.: Машиностроение, 1967. – 316 с.

5. Гуменюк Ю.О. Стан та напрями досліджень ґрунтообробних робочих органів вібраційного типу. Науковий вісник НАУ. – Київ 2002. – Вип. 40. – С.142 – 147.

6. Гуменюк Ю.О. Алгоритм вибору раціональних параметрів підвіски вібраційної розпушувальної лапи культиватора Вісник НУБіП України. – Київ, 2009. – Вип. 144.С. 333 – 337.

7. Гуменюк Ю. О., Ковбаса В. П., Сівак І. М. Визначення амплітуди коливань вібраційного ґрунтообробного робочого органу // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: загальнодержавний міжвідомчий наук.-техн. зб./ КДТУ. – Кіровоград, 2004. – Вип. 34. – С.132-137.