Шевченко Г. А.

Бобильов А. А.

Ищук М. А.

Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова НАН Украины

УДК 534-752.001.57

ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЖИМОВ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОУДАРНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Побудовано карти динамічних режимів віброударного осцилятора.

Dynamic regime maps are built for the vibro-impact oscillator.

Виброударные машины находят все большее применение в различных отраслях промышленности, в частности, при переработке минерального сырья [1]. Один из основных вопросов, возникающих при их проектировании, состоит в определении значений конструктивных параметров, при которых реализуются установившиеся режимы колебаний с ударами.

Математическими моделями реальных виброударных машин являются сложные многопараметрические динамические системы [2]. Поведение таких систем является существенно нелинейным, возможно возникновение динамического хаоса. Перспективным подходом к исследованию виброударных машин является применение компьютерного моделирования, однако возникают проблемы интерпретации и анализа результатов вычислительных экспериментов. Целесообразно использовать концепцию иерархии упрощенных моделей [3], характерной чертой которой является наличие базовых математических моделей. Исследование базовых моделей позволяет, не проходя все ступени иерархии, осмыслить природу явлений в сложных системах.

Для виброударных машин базовой моделью является модель виброударного осциллятора (рис. 1), состоящего из массы m_0, прикреплённой к неподвижному основанию при помощи двухстороннего упругодемпфирующего элемента Фойхта, жесткость и коэффициент демпфирования которого обозначены соответственно c_0 и b_0. Перемещения массы m_0 ограничиваются двумя односторонними упругодемпфирующими элементами Фойхта, жесткости и коэффициенты демпфирования которых обозначены соответственно c_1, c_2 и b_1, b_2. Зазоры между массой m_0 и односторонними ограничителями в начальном состоянии обозначены соответственно δ_1 и δ_2. Колебания массы m_0 возбуждаются приложенной к ней внешней гармонической силой с амплитудой q и круговой частотой ω.

Динамическое поведение виброударного осциллятора описывается нелинейным дифференциальным уравнением движения

$$\begin{aligned} & m_0\ddot{x} + b_0\dot{x} + c_0 x + \\ & + \left(b_1\dot{x} + c_1\left(x-\delta_1\right)\right)H\left(x-\delta_1\right) + \\ & + \left(b_2\dot{x} + c_2\left(x-\delta_2\right)\right)H\left(\delta_2 - x\right) = qe^{i\omega t} \end{aligned} \tag{1}$$

где x – перемещение массы m_0; $H(\cdot)$ – функция Хевисайда; t – время.

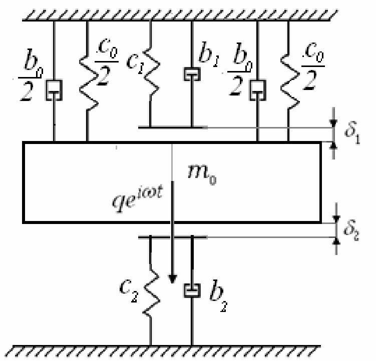


Рис. 1. Схема виброударного осциллятора

Рассматриваемый осциллятор является неавтономной диссипативной системой. В зависимости от значений его параметров могут реализовываться два установившихся режима колебаний: с ударами об односторонние ограничители и безударный. Цель настоящей работы – методом вычислительного эксперимента определить в пространстве параметров осциллятора области существования указанных режимов колебаний.

Введём следующие безразмерные переменные:

$$u = x\frac{c_0}{q};\ \tau = \omega t;$$
$$\beta_1 = \frac{b_1}{b_0};\ \beta_2 = \frac{b_2}{b_0};$$
$$\gamma_1 = \frac{c_1}{c_0};\ \gamma_2 = \frac{c_2}{c_0}.$$

Уравнение (1) в безразмерных переменных запишется в виде

$$\ddot{u} + \frac{\beta_0}{\gamma_0}\dot{u} + \frac{1}{\gamma_0^2}u +$$
$$+\left(\beta_1\frac{\beta_0}{\gamma_0}\dot{u} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0^2}(u-\varphi_1)H(u-\varphi_1)\right) + \quad (2)$$
$$+\left(\beta_1\frac{\beta_0}{\gamma_0}\dot{u} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0^2}(u-\varphi_1)H(u-\varphi_1)\right) = \frac{1}{\gamma_0^2}e^{i\tau}$$

где $\beta_0 = b_0\big/\sqrt{m_0 c_0}$; $\gamma_0 = \sqrt{\omega^2 m_0 / c_0}$; $\varphi_1 = \delta_1 c_0/q$; $\varphi_2 = \delta_2 c_0/q$.

Для численного интегрирования уравнения движения (2) и определения параметров колебаний применялась методика, подробно изложенная в [4]. В результате вычислительных экспериментов установлено, что в пространстве параметров виброударного осциллятора существуют три типа областей динамических режимов: области D_1 режимов установившихся колебаний с ударами об односторонние ограничители, области D_2 режимов безударных установившихся колебаний, области D_3, в которых в зависимости от начальных условий возможны режимы установившихся колебаний как с ударами, так и безударных.

Далее приводятся результаты исследования режимов колебаний виброударного осциллятора с симметричными односторонними связями. Такой осциллятор характеризуется пятью безразмерными параметрами: β_0 – приведенным коэффициентом демпфирования двухсторонней связи; $\beta_1 = \beta_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $\varphi_1 = \varphi_2$ – соответственно приведенными коэффициентами демпфирования, жесткости и начальными зазорами односторонних связей, γ_0 – приведенной частотой внешнего возбуждения. Параметр γ_0 представляет собой отношение частоты внешней гармонической вынуждающей силы ω к частоте $\omega_0 = \sqrt{c_0/m_0}$ свободных колебаний системы при отсутствии односторонних связей и демпфирования.

Для выяснения структуры пятимерного пространства параметров целесообразно рассматривать различные его сечения. Такие сечения называются картами динамических режимов [4]. Наиболее распространенный способ построения карт динамических режимов основан на разбиении плоскости пары выбранных параметров при помощи вертикально-горизонтальной сетки на точки, близко отстоящие одна от другой. В каждой сеточной точке для различных начальных условий численно интегрируется уравнение движения (2) и определяется характер режима установившихся колебаний. Такой подход требует значительных вычислительных затрат. Альтернативный способ, используемый в настоящей работе, состоит в том, что границы областей динамических режимов строятся на основе анализа динамики рассматриваемой системы при изменении ее параметров.

На рис. 2 изображена карта для параметров γ_0, φ_1 при $\beta_0 = 0{,}1$, $\beta_1 = 1$, $\gamma_1 = 1000$. Кривая 1 представляет собой зависимость приведенной амплитуды вынужденных колебаний осциллятора от приведенной частоты γ_0 внешнего возбуждения в безударных режимах колебаний (значения амплитуд колебаний откладываются вдоль оси φ_1). Точки кривой 2 соответствуют значениям параметров γ_0 и φ_1, при которых происходит срыв режимов установившихся колебаний с ударами при численном интегрировании уравнения движения (2) с использованием дискретного варианта метода продолжения по параметру γ_0 [5]. В качестве начальных условий при увеличении параметра

γ_0 выбиралось решение, полученное на предыдущем шаге. Отметим, что для значений параметра γ_0 меньших единицы кривые 1 и 2 совпадают. Кривые 1 и 2 разделяют на плоскости параметров γ_0, φ_1 указанные выше области D_1, D_2 и D_3 различных динамических режимов.

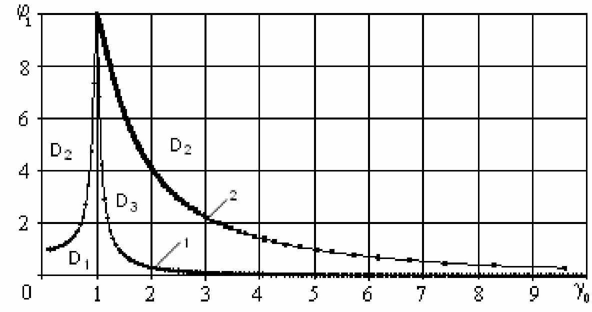


Рис. 2. Карта динамических режимов при $\beta_0 = 0{,}1$, $\beta_1 = 1$, $\gamma_1 = 1000$

Отметим, важное для практических приложений свойство режима колебаний с ударами. Если в некоторой точке пространства параметров существует режим колебаний с ударами, например, в области D_1, то при непрерывном изменении параметров системы или дискретном изменении с небольшим шагом виброударный режим сохраняется до тех пор, пока траектория изменения параметров не попадет в область D_2.

На рис. 3 приведена карта динамических режимов для параметров γ_0, $\lg\gamma_1$ при $\beta_0 = 0{,}1$, $\beta_1 = 1$, $\varphi_1 = 2$. Вертикальные прямые 1 и 2 описываются соответственно уравнениями $\gamma_0 = \gamma_0^*$ и $\gamma_0 = \gamma_0^{**}$, где γ_0^* (γ_0^{**}) – дорезонансное (зарезонансное) значение приведенной частоты вынужденных колебаний γ_0, при которой амплитуда вынужденных колебаний осциллятора без односторонних ограничителей равна φ_1. Точки кривой 3 соответствуют значениям параметров γ_0 и $\lg\gamma_1$, при которых происходит срыв режимов установившихся колебаний с ударами при численном интегрировании уравнения движения (2) с использованием дискретного варианта метода продолжения по параметру γ_0.

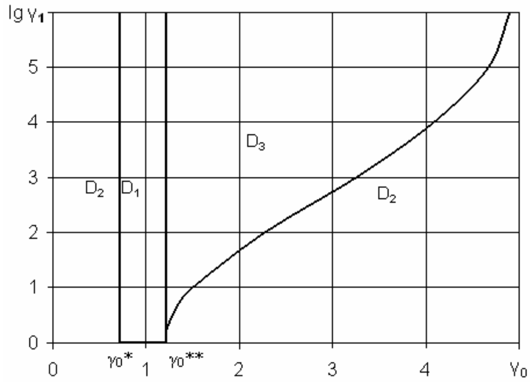


Рис. 3. Карта динамических режимов при $\beta_0 = 0{,}1$, $\beta_1 = 1$, $\varphi_1 = 2$

На рис. 4 приведена карта динамических режимов для параметров φ_1, $\lg\gamma_1$ при $\beta_0 = 0{,}1$, $\beta_1 = 1$, $\gamma_0 = 2$. Вертикальная прямая 1 описывается уравнением $\varphi_1 = \varphi_1^*$, где φ_1^* – значение амплитуды вынужденных колебаний осциллятора без односторонних ограничителей для приведенной частоты γ_0. Точки кривой 2 соответствуют значениям параметров φ_1 и $\lg\gamma_1$, при которых происходит срыв режимов установившихся колебаний с ударами при численном интегрировании уравнения движения (2) с использованием дискретного варианта метода продолжения по параметру φ_1.

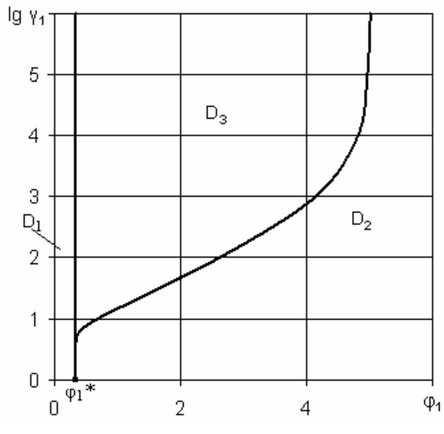
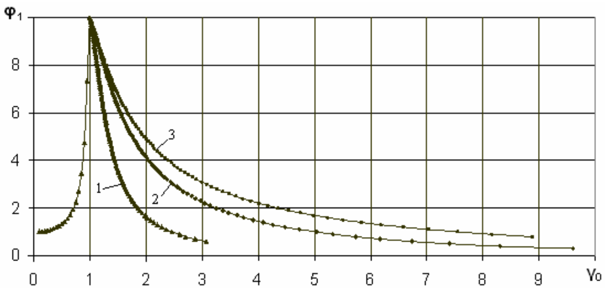


Рис. 4. Карта динамических режимов при $\beta_0 = 0{,}1$, $\beta_1 = 1$, $\gamma_0 = 2$

Кривые на рис. 5 и 6 соответствуют значениям параметров γ_0 и φ_1, при которых происходит срыв режимов установившихся колебаний с ударами при численном интегрировании уравнения движения (2) с использованием дискретного варианта метода продолжения по параметру γ_0. Кривые на рис. 5 построены для нескольких значений параметра β_1 при фиксированном значении параметров $\beta_0 = 0{,}1$ и $\gamma_1 = 1000$, а кривые рис. 6 – для нескольких значений параметра β_0 при фиксированном значении параметров $\beta_1 = 1$ и $\gamma_1 = 1000$.

Вид зависимостей на рис. 5 показывает, что в зарезонансной области уменьшение приведенного коэффициента демпфирования односторонних связей приводит к увеличению предельного приведенного зазора при котором в системе может существовать режим колебаний с ударами, а следовательно, расширяться области D_3 пространства параметров.

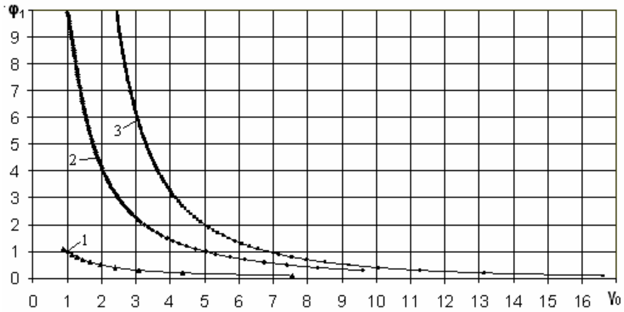


$1 - \beta_1 = 10;\ 2 - \beta_1 = 1;\ 3 - \beta_1 = 0{,}1$

Рис. 5. Границы областей существования виброударных режимов

Анализ зависимостей на рис. 6 показывает, что уменьшение приведенного коэффициента демпфирования основной связи также приводит к увеличению предельного приведенного зазора при котором в системе может существовать режим колебаний с ударами, а следовательно, расширяться области D_3 пространства параметров.

Следует отметить, что величина β_0 влияет как на зарезонансную, так и на дорезонансную области параметров пространства состояний системы и увеличение приведенного коэффициента демпфирования двухсторонней связи приводит к уменьшению предельного приведенного зазора при $\gamma_0 = 1$. Таким образом, для каждого значения параметра β_0 существует максимальное значение параметра φ_1, при котором может существовать режим колебаний с ударами.



$1 - \beta_0 = 1;\ 2 - \beta_0 = 0{,}1;\ 3 - \beta_0 = 0{,}01$

Рис. 6. Границы областей существования виброударных режимов

Результаты исследований динамических режимов колебаний виброударного осциллятора позволяют обоснованно подходить к выбору параметров более сложных виброударных систем. Эти исследования целесообразно продолжить с целью установления «более тонкой структуры» пространства параметров, в частности, выделения областей динамического хаоса.

Литература

1. Шевченко Г.А. Поличастотные грохоты для разделения тонких сыпучих материалов / Г.А. Шевченко, В.Г. Шевченко, А.Р. Кадыров / Збагачення корисних копалин. – Дніпропетровськ: НГУ, 2009. – Вип. 38 (79). – С. 44–50.

2. Вибрации в технике: в 6 т. / Под ред. В.Н. Челомея. – М. : Машиностроение, 1981. – Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э. Лавендела. – 1981. – 509 с.

3. Малинецкий, Г.Г. Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент / Г.Г. Малинецкий. – 5-е изд. – М. : Издательство ЛКИ, 2007. – 312 с.

4. Шевченко Г.А. Обоснование параметров колебаний сит поличастотных вибрационных грохотов / Г.А. Шевченко, А.А. Бобылёв, М.А. Ищук // Науковий вісник Національного гірничого університету. – Дніпропетровськ, 2010. – Вип. 5. – С. 64 – 71.

5. Шалашилин В.И. Метод продолжения по параметру и наилучшая параметризация (в прикладной математике и механике) / В.И. Шалашилин, Е.Б. Кузнецов. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 224 с.