Ланець О. С.
Кузьо І. В.
Шпак Я. В.

Національний університет „Львівська політехніка”

УДК 621.01

ПОШИРЕННЯ ТЕОРІЇ СИНФАЗНИХ КОЛИВАНЬ У РОЗРАХУНКУ ЗАМКНЕНИХ МІЖРЕЗОНАНСНИХ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН З ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПРИВОДОМ

В статье предложен один из подходов в расчете замкнутых межрезонансных механических колебательных систем (МКС) вибрационных машин с электромагнитным приводом. Для этого приведены аналитические зависимости для определения механических параметров системы, проанализированы возможности замкнутых МКС в сравнении с разомкнутыми.

In the article one of approaches in the calculation of the closed inter-resonance mechanical oscillating systems (MOS) of vibration machines with an electromagnetic occasion is offered. For this purpose the analytical dependences from determination of mechanical parameters of the system are resulted, possibilities reserved MOS in comparing to unclosed are analyzed.

Вступ. Технічний розвиток вимагає безперервної роботи над створенням нового високоефективного обладнання. Ґрунтуючись на новітніх розробках, доповнюючи їх конструктивно чи навпаки спрощуючи, можна з високою долею ймовірності реалізовувати установки з кращими характеристиками за певними показниками.

Однак, часто трапляється так, що запропоновані підходи у розрахунку найбільш ефективно проявляють себе тільки на певних структурах обладнання, а саме для тих, для яких вони і були реалізовані. Саме́ удосконалення чи спрощення таких структур з дотриманням відомих концепцій у розрахунку не призводитиме до підвищення ефективності їх роботи, а навпаки може її знижувати.

У будь-якому випадку необхідно досліджувати граничні можливості модифікованих структурних схем, ґрунтуючись на уже відомих підходах у розрахунку. Це дозволить чітко встановити необхідність або недоцільність роботи в даному напрямку. У випадку виявлення недоцільності подальших досліджень над модифікованими структурами, єдиним шляхом розвитку є створення якісно нової методики підбору параметрів.

Огляд літератури. Відомі розімкнені міжрезонансні МКС [1, 2] вібраційних машин з електромагнітним приводом. Такі структури володіють високим динамічним потенціалом [3]. Так, завдяки певному співвідношенню параметрів МКС можна досягнути значно вищих амплітуд коливань робочих органів вібромашин у порівнянні з традиційними підходами у розрахунку.

Постановка проблеми. Залишається встановити чи тримасові міжрезонансні системи мають можливість подальшого удосконалення. Так, розглянуті в [3] міжрезонансні МКС є незамкненими. Раз вони незамкнені, логічно, що такі МКС можуть містити ще одну пружну систему, що з’єднуватиме активну 1 та реактивну 3 коливальні маси (рис. 1) [1, 2]. Додавши третю пружну систему 6, МКС уже матиме шість основних параметрів: три інерційні m_a, m_n, m_p відповідно активної 1, проміжної 2 і реактивної 3 мас, та три жорсткісні c_1, c_2 і додатково введений c_3 відповідно пружних систем 4, 5 та

6. У такому випадку система уже замкнена і є повною для тримасової структури, що можна підтвердити наступним чином. Мінімальну кількість пружних систем n_c, необхідних у вібраційній машині з електромагнітним приводом для зв'язку мас між собою, можна знайти за співвідношенням:

$$n_{c\,\min} = \wp - 1 ,$$

де $\wp$ – кількість мас. Максимально можливу кількість n_c незалежних пружних систем, що можна використати в МКС з кількістю мас $\wp$, знаходимо як:

$$n_{c\,\max} = \begin{cases} \wp - 1, & коли\ \wp = 2; \\ 3\cdot(\wp - 2), & коли\ \wp \neq 2. \end{cases}$$

Отже, для тримасової МКС кількість пружних систем три – це максимально можлива кількість незалежних пружних систем. Було б цікаво дослідити цю замкнену МКС з точки зору ефективності, а саме вказати чи позитивно впливає наявність третьої пружної системи 6.

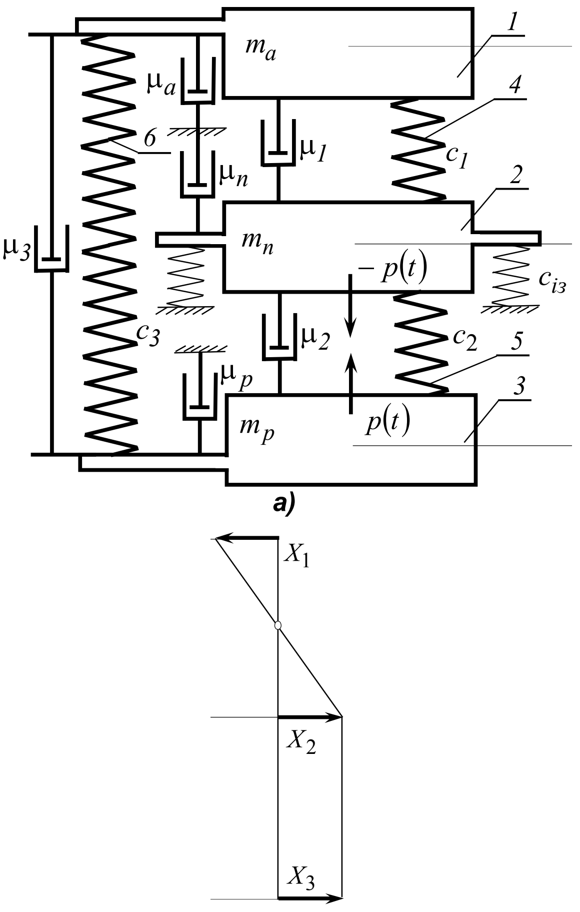

Рис. 1. Структурна схема (а) та розподіл амплітуд коливань мас (б) для замкненої тримасової МКС, що розрахована згідно із запропонованою методикою

Виклад основного матеріалу. У подальшому викладенні матеріалу дотримуватимемось концепції визначення параметрів МКС, що запропонована в [3]. Перейдемо до формування математичної моделі замкненої МКС, не вдаючись до детальних викладень положень та припущень, які повністю збігаються з [3]. Так, система диференціальних рівнянь за трьома ступенями рухомості матиме вигляд:

$$\begin{cases} m_a\ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x_2) + c_3(x_1 - x_3) + \\ + \mu_a\dot{x}_1 + \mu_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \mu_3(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) = 0; \\ m_n\ddot{x}_2 + c_1(x_2 - x_1) + c_2(x_2 - x_3) + \\ + c_{із}x_2 + \mu_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \mu_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + \\ + (\mu_3 + \mu_n)\dot{x}_2 = -P\cdot\sin(\omega t + \varepsilon); \\ m_p\ddot{x}_3 + c_2(x_3 - x_2) + c_3(x_3 - x_1) + \\ + \mu_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + \mu_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) + \mu_p\dot{x}_3 = \\ = P\cdot\sin(\omega t + \varepsilon). \end{cases} \qquad (1)$$

де x_1, x_2 та x_3 – узагальнені координати за якими здійснюють прямолінійний рух вздовж вертикальної осі x верхня (активна) 1, проміжна 2 та нижня (реактивна) 3 маси з інерційними параметрами відповідно m_a, m_n та m_p; μ_1, μ_2, μ_3 – коефіцієнти в'язкого опору, що пропорційні швидкості і відображають явище гістерезису в пружних системах відповідно 4, 5, 6; μ_a, μ_n, μ_p – коефіцієнти, що описують в'язкий опір руху мас відповідно 1, 2 та 3 і викликані в'язкістю ймовірного середовища завантаження; $p(t) = P\sin(\omega t + \varepsilon)$ – синусоїдальне збурювальне зусилля, що прикладається між проміжною та реактивною масами (тут P – амплітудне значення збурювального зусилля; ω – колова частота вимушених коливань; t – час; ε – зсув фаз сила–переміщення).

У матричному вигляді за амплітудним значенням переміщень коливальних мас система (1) перепишеться як:

$$\left[\begin{matrix} \begin{pmatrix} c_1 + c_3 - m_a\omega^2 + \\ + i(\mu_a + \mu_1 + \mu_3)\omega \end{pmatrix} & -c_1 - i\mu_1\omega \\ -c_1 - i\mu_1\omega & \begin{pmatrix} c_1 + c_2 + c_{із} - m_n\omega^2 + \\ + i(\mu_1 + \mu_2 + \mu_n)\omega \end{pmatrix} \ldots. \\ -c_3 - i\mu_3\omega & -c_2 - i\mu_2\omega \end{matrix}\right.$$

$$
\begin{bmatrix}
 & & -c_3 - i\mu_3\omega \\
\dots & & -c_2 - i\mu_2\omega \\
 & & \begin{pmatrix} c_2 + c_3 - m_p\omega^2 + \\ + i\left(\mu_2 + \mu_3 + \mu_p\right)\omega \end{pmatrix}
\end{bmatrix}^{-1}
\times \begin{bmatrix} 0 \\ -P \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}. \quad (2)
$$

Позначивши:

$k_{11} = c_1 + c_3 - m_a\omega^2 + i\left(\mu_a + \mu_1 + \mu_3\right)\omega$;

$k_{12} = k_{21} = -c_1 - i\mu_1\omega$; $k_{13} = k_{31} = -c_3 - i\mu_3\omega$;

$k_{22} = c_1 + c_2 + c_{i3} - m_n\omega^2 + i\left(\mu_1 + \mu_2 + \mu_n\right)\omega$;

$k_{23} = k_{32} = -c_2 - i\mu_2\omega$;

$k_{33} = c_2 - m_p\omega^2 + i\left(\mu_2 + \mu_3 + \mu_p\right)\omega$,

розв'язок системи (2) запишеться у вигляді:

$$
X_1 = \frac{-P\cdot\left(-k_{12}k_{23} - k_{12}k_{33} + k_{13}k_{32} + k_{13}k_{22}\right)}{\begin{gathered} k_{13}k_{21}k_{32} - k_{11}k_{23}k_{32} + k_{12}k_{23}k_{31} - \\ - k_{12}k_{21}k_{33} + k_{11}k_{22}k_{33} - k_{13}k_{22}k_{31} \end{gathered}};
$$

$$
X_2 = \frac{-P\cdot\left(-k_{11}k_{23} + k_{11}k_{33} - k_{13}k_{21} - k_{13}k_{31}\right)}{\begin{gathered} k_{13}k_{21}k_{32} - k_{11}k_{23}k_{32} + k_{12}k_{23}k_{31} - \\ - k_{12}k_{21}k_{33} + k_{11}k_{22}k_{33} - k_{13}k_{22}k_{31} \end{gathered}};
$$

$$
X_3 = \frac{P\cdot\left(k_{11}k_{32} - k_{12}k_{31} - k_{12}k_{21} + k_{11}k_{22}\right)}{\begin{gathered} k_{13}k_{21}k_{32} - k_{11}k_{23}k_{32} + k_{12}k_{23}k_{31} - \\ - k_{12}k_{21}k_{33} + k_{11}k_{22}k_{33} - k_{13}k_{22}k_{31} \end{gathered}}. \quad (3)
$$

Переписавши рівняння (3), амплітудне значення збурювального зусилля P через амплітуди коливань X_1, X_2 або X_3 відповідно активної, проміжної та реактивної мас МКС буде рівне:

$$
P = \left|\frac{-X_1\cdot\begin{pmatrix} k_{13}k_{21}k_{32} - k_{11}k_{23}k_{32} + k_{12}k_{23}k_{31} - \\ - k_{12}k_{21}k_{33} + k_{11}k_{22}k_{33} - k_{13}k_{22}k_{31} \end{pmatrix}}{-k_{12}k_{23} - k_{12}k_{33} + k_{13}k_{32} + k_{13}k_{22}}\right|
$$

або

$$
P = \left|\frac{-X_2\cdot\begin{pmatrix} k_{13}k_{21}k_{32} - k_{11}k_{23}k_{32} + k_{12}k_{23}k_{31} - \\ - k_{12}k_{21}k_{33} + k_{11}k_{22}k_{33} - k_{13}k_{22}k_{31} \end{pmatrix}}{-k_{11}k_{23} + k_{11}k_{33} - k_{13}k_{21} - k_{13}k_{31}}\right|,
$$

або ж

$$
P = \left|\frac{X_3\cdot\begin{pmatrix} k_{13}k_{21}k_{32} - k_{11}k_{23}k_{32} + k_{12}k_{23}k_{31} - \\ - k_{12}k_{21}k_{33} + k_{11}k_{22}k_{33} - k_{13}k_{22}k_{31} \end{pmatrix}}{k_{11}k_{32} - k_{12}k_{31} - k_{12}k_{21} + k_{11}k_{22}}\right|. \quad (4)
$$

Прирівняємо детермінант матриці коефіцієнтів при невідомих у системі (2) до нуля:

$$
\begin{gathered} k_{13}k_{21}k_{32} - k_{11}k_{23}k_{32} + k_{12}k_{23}k_{31} - \\ - k_{12}k_{21}k_{33} + k_{11}k_{22}k_{33} - k_{13}k_{22}k_{31} = 0 \end{gathered} \quad (5)
$$

і визначимо з цього виразу жорсткість c_2, знехтувавши дисипацію. Скоректувавши колову частоту власних коливань ω на значення резонансного налагодження z та виділивши з отриманого виразу множник $m_p\left(\frac{\omega}{z}\right)^2$, за аналогією з [3], отримуємо наступну формулу для визначення c_2:

$$
c_2 = m_p\left(\frac{\omega}{z}\right)^2\Lambda, \quad (6)
$$

де

$$
\Lambda = \frac{\begin{gathered} \left(\frac{\omega}{z}\right)^4 m_a m_n m_p - c_1\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 (m_a m_p + m_n m_p) - \\ - c_3\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 (m_a m_n + m_n m_p) + c_1 c_3 (m_a + m_n + m_p) \end{gathered}}{m_p\left(\frac{\omega}{z}\right)^2\left[\begin{gathered} \left(\frac{\omega}{z}\right)^2 (m_a m_n + m_a m_p) - \\ - (c_1 + c_3)(m_a + m_n + m_p) \end{gathered}\right]}. \quad (7)
$$

Математичний зміст множника Λ, по суті, аналогічний як і для розімкнених систем [3]. Так, множник Λ, як і η, також уособлює собою частку жорсткості c_2. Однак, він додатково охоплює прямий взаємовплив активної m_a та реактивної m_p мас через пружну систему 6 жорсткістю c_3. Знову ж таки, з множника Λ за аналогією з [3] визначаємо жорсткість c_1:

$$
c_1 = m_a\left(\frac{\omega}{z}\right)^2\left[\frac{\begin{gathered} -\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 m_a m_n m_p + \\ + \left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \Lambda(m_a m_n m_p + m_a m_p^2) - \\ - \Lambda c_3 (m_a m_p + m_n m_p + m_p^2) + \\ + c_3 (m_a m_n + m_n m_p) \end{gathered}}{m_a\begin{pmatrix} \Lambda\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 (m_a m_p + m_n m_p + m_p^2) - \\ - \left(\frac{\omega}{z}\right)^2 (m_a m_p + m_n m_p) + \\ + c_3 (m_a + m_n + m_p) \end{pmatrix}}\right]. \quad (8)
$$

Цікаво те, що коли $c_3 \to 0$, вирази (8) та (6) вироджуються до відомих для розімкнених систем, де $\eta \equiv \Lambda$:

$$c_1 = m_a\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \cdot \frac{m_p\eta + m_n(\eta-1)}{(\eta-1)(m_a+m_n)+m_p\eta};$$

$$c_2 = m_p\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \cdot \frac{m_a m_n\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 - c_1(m_a+m_n)}{m_a\left(\frac{\omega}{z}\right)^2(m_n+m_p) - c_1(m_a+m_n+m_p)}$$

або
$$c_2 = m_p\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \cdot \eta. \qquad (9)$$

Це підтверджує достовірність формул (6) та (8), оскільки вони сходяться на граничних умовах. А тепер, прийнявши, що інерційні параметри МКС відомі, розв'язуючи як систему вирази (6), (8) та прирівнену до нуля різницю амплітуд проміжної та реактивної мас:

$$\frac{-P\cdot(-k_{11}k_{23}+k_{11}k_{33}-k_{13}k_{21}-k_{13}k_{31})}{\begin{array}{c}k_{13}k_{21}k_{32}-k_{11}k_{23}k_{32}+k_{12}k_{23}k_{31}-\\ -k_{12}k_{21}k_{33}+k_{11}k_{22}k_{33}-k_{13}k_{22}k_{31}\end{array}} - \frac{P\cdot(k_{11}k_{32}-k_{12}k_{31}-k_{12}k_{21}+k_{11}k_{22})}{\begin{array}{c}k_{13}k_{21}k_{32}-k_{11}k_{23}k_{32}+k_{12}k_{23}k_{31}-\\ -k_{12}k_{21}k_{33}+k_{11}k_{22}k_{33}-k_{13}k_{22}k_{31}\end{array}} = 0 \qquad (10)$$

отримаємо значення жорсткості c_3:

$$\begin{aligned} c_{3_{1,2}} &= \left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \frac{m_a}{m_a+m_n+m_p}\times \\ &\times\left[\frac{1}{2}z^2(m_n+m_p) - \frac{1}{2}(m_n-m_p) \pm \right.\\ &\pm\frac{1}{2\cdot\sqrt{m_a}}\left[\begin{array}{l}2(m_a m_n m_p + 2m_n^2 m_p + 2m_n m_p^2)\\ -2z^2(2m_n^2 m_p + 2m_n m_p^2) + (4\Lambda z^2 - 4\Lambda)\times\\ \times(m_a m_n m_p + m_n^2 m_p + 2m_n m_p^2 + m_p^3 + m_a m_p^2) +\\ +(z^4 - 2z^2)(2m_a m_n m_p + m_a m_n^2 + m_a m_p^2) +\\ + m_a m_n^2 + m_a m_p^2\end{array}\right]^{\frac{1}{2}}\left.\vphantom{\frac{1}{2}}\right]. \end{aligned} \qquad (11)$$

Як видно з (11) є два можливих значення жорсткості c_3. У будь якому випадку необхідно вибирати додатне дійсне число. З тої ж системи рівнянь, що охоплює вирази (6), (8) та (10), можна визначити і необхідне значення m_p за відомого значення жорсткості c_3. У багатьох випадках така послідовність у підборі параметрів є більш раціональною, однак отримати кінцевий аналітичний вираз складно. У даному випадку необхідно користуватись числовим розрахунком.

Таким чином, маючи в наявності інерційні параметри m_a, m_n та m_p та задаючись часткою жорсткості $\Lambda \in (0 \ldots 1)$, ми отримуємо за формулами (8), (6) і (11) параметри жорсткості трьох пружних систем відповідно 4, 5, 6. Однак даний підхід у розрахунку параметрів є дещо ускладненим, оскільки підібрати оптимальне співвідношення параметрів m_a, m_n, m_p та Λ є доволі складною задачею. Трудність такої МКС полягає в наступному. Задаючись відразу трьома інерційними параметрами необхідно підібрати певне значення Λ і так, щоб система існувала.

З метою усунення вказаних труднощів під час підбору параметрів МКС, з системи рівнянь, що охоплює вирази (6), (8) та (10), визначимо значення Λ, яке прийме дещо інший (розширений) вигляд ніж у (7):

$$\begin{aligned}\Lambda = \Big[&(-\omega^4+\omega^4 z^2)(m_a m_n m_p + m_n^2 m_p + m_n m_p^2)\\ &+\omega^4 z^2 m_a m_p^2 -\\ &-\omega^2 z^4 c_3(m_a m_n + m_n^2 + m_a m_p + m_p^2 + 2m_n m_p) +\\ &+\omega^2 z^2 c_3(m_a m_n + m_n^2 - m_a m_p - m_p^2) +\\ &+ z^4 c_3^2(2m_n + 2m_p + m_a + (2m_n m_p + m_n^2 + m_p^2)/m_a)\Big] \Big/\\ &\Big/ \omega^4 m_p(z-1)(z+1)(m_n+m_p)(m_a+m_n+m_p)\end{aligned} \qquad (12)$$

і використаємо даний вираз з наступною метою. Прирівняємо чисельник з (12) до нуля і з отриманого виразу визначимо значення m_p. Використовуючи два можливих результати можна записати наступну залежність:

$$\begin{aligned} m_{p_{1,2}} \in &\frac{1}{2\left[\begin{array}{l}\omega^4 z^2(m_a+m_n) - \omega^2 z^2 c_3 -\\ -\omega^2 z^4 c_3 - \omega^4 m_n + z^4 c_3^2/m_a\end{array}\right]}\times\\ &\times\Big[(\omega^4 - \omega^4 z^2)(m_a m_n + m_n^2) +\\ &+\omega^2 z^4 c_3(m_a + 2m_n) -\\ &-2z^4 c_3^2(1 + m_n/m_a) + \omega^2 z^2 c_3 m_a -\\ &\pm\left[\begin{array}{l}(\omega^8 z^4 - 2\omega^8 z^2 + \omega^8)\times\\ \times(m_a^2 m_n^2 + 2m_a m_n^3 + m_n^4) +\\ +2\omega^6 z^6 c_3(m_a m_n^2 + m_a^2 m_n) -\\ -4\omega^6 z^4 c_3(m_n^3 + 2m_a m_n^2 + m_a^2 m_n) +\\ +2\omega^6 z^2 c_3(2m_n^3 + 3m_a m_n^2 + m_a^2 m_n) -\\ -2\omega^4 z^6 c_3^2(2m_a m_n + 2m_n^2 + m_a^2) +\\ +\omega^4 z^4 c_3^2(4m_a m_n + 4m_n^2 + m_a^2) + \omega^4 z^8 c_3^2 m_a^2\end{array}\right]^{1/2}\Big]. \end{aligned} \qquad (13)$$

Таким чином, за наперед заданих значень параметрів m_a, m_n, c_3 можна відразу встановити обмеження на інерційне значення

m_p. Саме з запропонованих меж можна взяти прийнятне значення m_p. У випадку недотримання цих вимог, отримана МКС фізично існувати не зможе. З чисельника виразу (12) можна визначити і параметр c_3, який лежатиме в межах:

$$c_{3_{1,2}} \in \frac{m_a}{2(m_a+m_n+m_p)} \cdot \left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \Big[z^2(m_n+m_p)-(m_n-m_p)- \\ \pm \Big[z^4(m_n+m_p)^2+(2m_n^2 m_p+2m_n m_p^2)/m_a+ \\ +(1-2z^2)(m_n^2+2m_n m_p+ \\ +(2m_n^2 m_p+2m_n m_p^2)/m_a+m_p^2)\ \Big]^{1/2} \Big]. \quad (14)$$

Користуючись (14) варто відзначити наступне. Якщо у першому виразі нерівності виходять значення c_3 від'ємними, то необхідно нижню межу вибирати наступним чином: $0 \le c_3$. Отже, за наперед заданих значень параметрів m_a, m_n, m_p можна відразу встановити обмеження на значення жорсткості c_3. Наступним кроком визначається значення Λ за виразом (7) або (12) та значення жорсткостей c_1 та c_2 відповідно за виразами (8) і (6).

Цікаво акцентувати увагу на наступному. Якщо величина m_p або c_3 вибирається рівною граничним значенням нерівності відповідно (13) або (14) – значення $\Lambda = 0$. Тобто в структурі на рис. 1 буде відсутня пружна система 5. У такому випадку замкнена МКС вироджується в розімкнену, причому практично з тими ж характеристиками, що притаманні високоефективним МКС [3]. Відмінність лишень буде у тому, що силове збурення прикладатиметься між крайніми масами, а кінематично збуреною масою буде проміжна. На підтвердження сказаного наведемо такий приклад. Для високоефективної МКС [3], коли $\eta = 0.99$, приймаючи $m_a = 5$ *кг*; $m_n = 20$ *кг*; $\omega = 314$ *рад/с*; $z = 0.98$, можна отримати наступні параметри: $m_p = 0.034$ *кг*, $c_1 = 3.949 \cdot 10^5$ *Н/м* та $c_2 = 3.487 \cdot 10^3$ *Н/м*. Для замкненої МКС, у якій повинна бути відсутня пружна система 5, прийнявши, що $m_a = 20$ *кг*; $m_n = 5$ *кг*; $m_p = 0.034$ *кг*, отримаємо з (11) $c_3 = 3.462 \cdot 10^3$ *Н/м*, з (12) $\Lambda = 0$, а з (8) $c_1 = 4.109 \cdot 10^5$ *Н/м*. Відповідну аналогію між двома МКС можна провести без труднощів.

Необхідно дослідити замкнені МКС при різних значеннях механічних параметрів та порівняти результати з розімкненими МКС. Так, для нас важливо обґрунтувати три основні пункти: чи замкнені МКС ефективніші за розімкнені, а отже чи перспективніші? Власне цей пункт є основним, оскільки дасть відповідь на те, чи є необхідність у подальшому нарощуванню МКС? При яких співвідношеннях параметрів досягається однакова ефективність МКС? Чи є якісь переваги в замкнених МКС? Яка з МКС більш гнучка у розрахунку?

Приймаємо такі параметри досліджуваної МКС: $m_a = 5$ *кг*; $m_n = 20$ *кг*; $\omega = 314$ *рад/с*; $z = 0.98$; $\Lambda = 0$; $c_3 = 0$ *Н/м*. Тоді, згідно з системи рівнянь, що охоплює вирази (6), (8) та (10), значення реактивної маси з використанням числових розрахунків становить $m_p = 4.94$ *кг*, а значення жорсткостей пружних систем згідно з (8) та (6) відповідно дорівнюватимуть $c_1 = 4.111 \cdot 10^5$ *Н/м* та $c_2 = 0$ *Н/м*. Даний результат повністю співпадає для розімкнених МКС, створених на ефекті нульової жорсткості [3].

Візьмемо другий крайній випадок: $\Lambda = 0.99$; $c_3 = 0$ *Н/м*, решта параметрів ті ж. У такому випадку $m_p = 0.034$ *кг*, $c_1 = 3.949 \cdot 10^5$ *Н/м* та $c_2 = 3.487 \cdot 10^3$ *Н/м*. Отримані дані повністю відповідають високоефективним розімкненим МКС, а відповідна АЧХ для даної МКС, коли $P = 500$ *Н*, наведена рис. 2.

Спробуємо надати жорсткості c_3 невелике значення, для прикладу $c_3 = 100$ *Н/м*. Чи зросте амплітуда коливань при перерахунку параметрів? Якщо так, значить у замкнених МКС є певний додатковий динамічний потенціал. Для вказаного випадку згідно нерівності (13) $0.01 \le m_p \le 4.95$ *кг*. Приймаємо $m_p = 0.048$ *кг*, тоді згідно (12) значення $\Lambda = 0.968$, а за виразами (8) та (6) $c_1 = 3.948 \cdot 10^5$ *Н/м* та $c_2 = 4.725 \cdot 10^3$ *Н/м*. АЧХ такої системи наведена на рис. 2. Як бачимо, у порівнянні з високоефективною розімкненою МКС, остання має дещо менші амплітуди коливань мас, хоча реактивна маса більша на $40\ \%$. Власні частоти обох МКС співпадають і, в принципі, слід було очікувати однакові амплітуди коливань. Однак, як виявляється, додатково введена жорсткість $c_3 = 100$ *Н/м*, знижує ефективність МКС.

Запропонована вище методика підбору параметрів замкненої МКС є доволі ускладненою в зв'язку з необхідністю узгодження двох вихідних параметрів – реактивної маси m_p та жорсткості c_3. Крім того, наперед невідома ефективність самої МКС, яка розраховується. З цією метою спробуємо ввести ще один параметр, який однозначно формуватиме МКС.

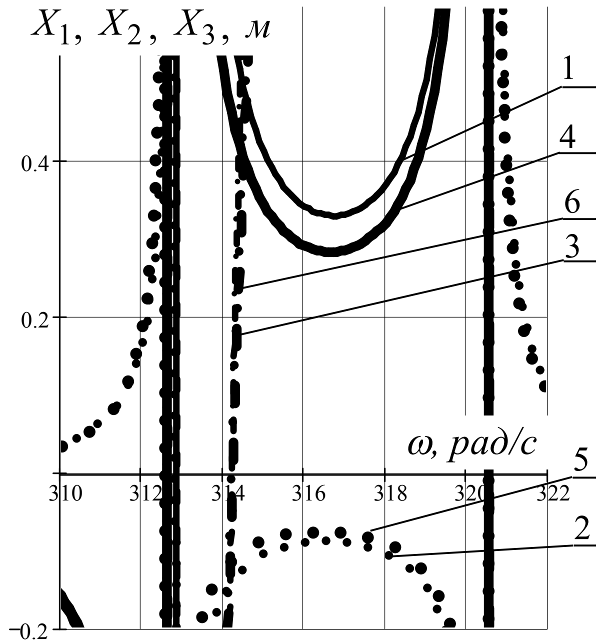

Рис. 2. АЧХ тримасових МКС, розрахованих за методикою для розімкнених МКС (1, 2, 3), коли $\eta = 0.99$, та за запропонованою для замкнених МКС (4, 5, 6), коли $\Lambda = 0.968$, а $c_3 = 100\ Н/м$, де: 1, 4 – активні, 2, 5 – проміжні та 3, 6 – реактивні маси

Аналогічно [3] введемо параметр D додаткового динамічного підсилення амплітуд коливань, який визначатимемо як співвідношення амплітуд активної маси замкненої МКС відносно розімкненої з часткою жорсткості $\eta = 0$. Таким чином, користуючись значенням X_1 зі співвідношення (3) для замкненої системи та тим же значенням X_1, тільки з параметрами $\Lambda = 0$ та $c_3 = 0$, ми отримаємо:

$$D = \left[z^2(m_a + m_n)\begin{bmatrix} \omega^2\Lambda(m_n m_p + m_p^2) - \\ -\omega^2 m_n m_p + z^2 c_3 m_n \end{bmatrix} \times \right.$$
$$\left. \times\left[\omega^2 m_a m_p - z^2 c_3(m_a + m_n + m_p)\right] \right] \Big/$$
$$\Big/ \Big(m_a\Big[\omega^4 z^2 \Lambda(m_n m_p^3 + m_n^2 m_p^2 + m_a m_n m_p^2) -$$
$$-\omega^4\Lambda^2(2m_n m_p^3 + m_n^2 m_p^2 + m_a m_n m_p^2 + m_a m_p^3 + m_p^4) -$$
$$-\omega^4 z^2(m_n^2 m_p^2 + m_a m_n m_p^2) +$$
$$+\omega^4\Lambda(m_n m_p^3 + m_n^2 m_p^2 + m_a m_n m_p^2) +$$
$$+c_3(\omega^2 z^4 - 2\omega^2 z^2 \Lambda + \omega^2 z^2) \times$$
$$\times(m_a m_n m_p + m_n^2 m_p + m_n m_p^2) -$$
$$\left. - z^4 c_3^2(2m_n m_p + m_a m_n + m_n^2 + \atop + (m_n^2 m_p + m_n m_p^2)/m_a) \right]\Big). \qquad (15)$$

Підставляючи у вираз (15) параметри МКС, можна встановити додаткове динамічне підсилення амплітуд коливань (рис. 3).

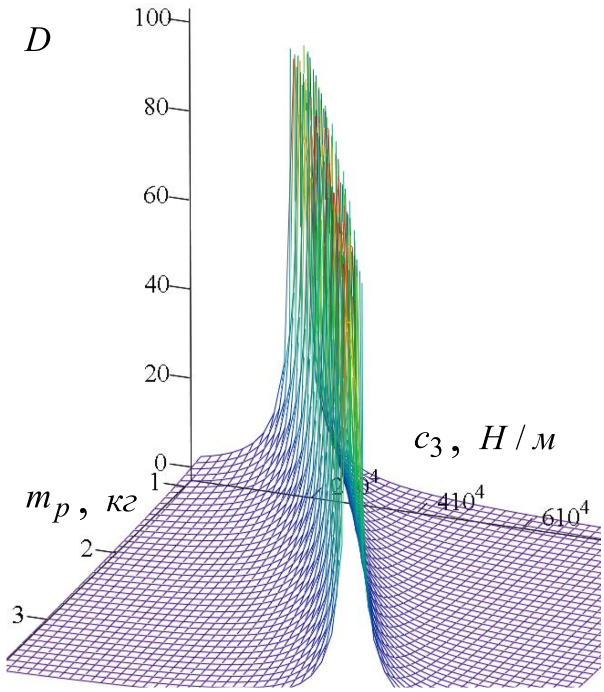

Рис. 3. Значення додаткового динамічного підсилення амплітуд коливань D для активної маси тримасової замкненої МКС, що залежить від двох змінних параметрів – реактивної маси m_p та жорсткості c_3

Однак, нам важливо не констатувати значення параметру D, а ним задаватись, формуючи МКС з наперед відомою ефективністю. Для цього розв'яжемо як систему рівнянь вирази (12) та (15) і визначимо значення m_p:

$$m_p = \frac{[-(m_a + m_n)](\omega^2 z^2 m_n - \omega^2 m_n - Dc_3)}{\omega^2 z^2 (m_a + m_n) - \omega^2 (m_a + m_n) + \omega^2 D m_a - Dc_3}, \qquad (16)$$

а можна визначити і значення c_3:

$$c_3 = \frac{\omega^2}{D(m_a + m_n + m_p)} \times$$
$$\times \left[\left(z^2 - 1\right)(m_a + m_n)(m_n + m_p) + D m_a m_p\right]. \quad (17)$$

Таким чином, підбір параметрів замкненої МКС зводитиметься до наступного. За наперед заданих значень параметрів m_a, m_n, c_3 та D ми відразу однозначно визначаємо інерційне значення m_p. У випадку коли значення мас не є додатні дійсні корені необхідно дещо скоректувати параметри МКС. Аналогічно, за наперед встановлених параметрів m_a, m_n, m_p та D ми відразу однозначно визначаємо жорсткість c_3. Дальше визначаємо параметр Λ згідно виразу (7) або (12) та значення жорсткостей c_1 та c_2 згідно аналітичних виразів (8) і (6) відповідно.

Використовуючи вище наведений підхід із застосуванням виразів (15)-(17) підберемо параметри замкненої МКС коли $D = 10$. Для тих же вихідних параметрів $m_a = 5\ кг$; $m_n = 20\ кг$; $z = 0.98$, прийнявши $m_p = 4\ кг$, отримаємо згідно (17) $c_3 = 5.998 \cdot 10^4\ Н/м$, згідно (12) $\Lambda = 0.699$, згідно (8) $c_1 = 3.484 \cdot 10^5\ Н/м$, а згідно (6) $c_2 = 2.8733 \cdot 10^5\ Н/м$. Відповідна АЧХ наведена на рис. 4. Для розімкненої МКС, користуючись [3], отримаємо $\eta = 0.886$, $m_p = 0.4\ кг$; $c_1 = 3.963 \cdot 10^5\ Н/м$ $c_2 = 3.668 \cdot 10^4\ Н/м$. Відповідна АЧХ наведена на рис. 4.

Порівнюючи характеристики, можна констатувати: єдиною перевагою замкнених МКС є те, що реактивна маса може мати на порядок більшу інертність, як у даному випадку, у порівнянні з відповідною масою в розімкнених системах.

Висновок. Можна було б навести ще ряд аналогічних АЧХ для різних параметрів. Однак суть їх та ж. Наведена вище методика визначення параметрів МКС охоплює запропоновану в [3] методику.

Замкнена система більш гнучка при розрахунку. Однак, це ми віднесемо в мінус, оскільки ускладнюється сам підбір параметрів. Крім того, необхідно розуміти, що при налагодженні такі МКС складні.

До єдиної переваги замкнених МКС, використовуючи запропоновану методику підбору параметрів, можна віднести те, що реактивна маса може бути на порядок більшою у порівнянні з розімкненими МКС за тих же значеннь додаткового динамічного підсилення амплітуд коливань мас. Однак, у такої МКС буде значно вища сумарна жорсткість пружних систем, що призводитиме до збільшення самих пружних елементів, а отже маси конструкції та її вартості.

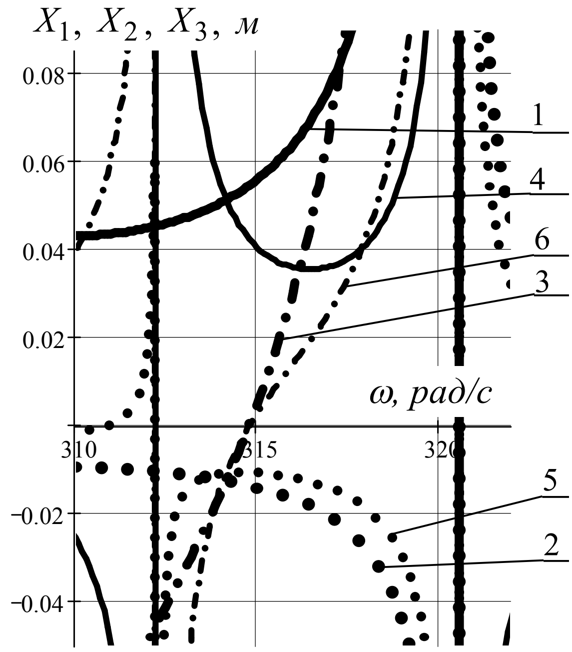

Рис. 4. АЧХ тримасових МКС з $D = 10$, розрахованих за методикою для розімкнених МКС (1, 2, 3) та за запропонованою для замкнених МКС (4, 5, 6), де позначення ті самі, що і на рис. 2

Можна твердо відзначити наступне положення: замкнені міжрезонансні МКС, апріорі, дещо менш ефективні, чим розімкнені і, в принципі, ніяких переваг не мають. Третя резонансна пружна система видається надлишковою, оскільки вищих значень амплітуд коливань мас та покращення стійкості руху реактивної маси не спостерігається, а сама система, безумовно, ускладнюється.

Література

1. Гончаревич И. Ф., Сергеев П. А. Вибрационные машины в строительстве. – М.: Машгиз, 1963.– 311 с.

2. Гончаревич И. Ф., Стрельников Л. П. Электровибрационная транспортная техника. – М.: Гостехиздат, 1959.– 262 с.

3. Ланець О. С. Високоефективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): Монографія. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с.