



Калмыков М. А.

Струтинский В. Б.

Национальный  
технический  
университет  
Украины «Киевский  
политехнический  
институт»

Щелоков В. С.

Восточноукраинский  
национальный  
университет  
имени Владимира Даля

УДК 621.9.048

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ВИБРООБРАБОТКИ ОТ СПОСОБА ВКЛЮЧЕНИЯ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ

У статті дана кількісна оцінка основних параметрів робочого середовища, що використовується для віброобробки деталей в присутності зовнішнього поля збурення. Наведено схему дослідження польової сітки віброполя у зв'язку з вибором оптимальної геометричної конфігурації робочих контейнерів.

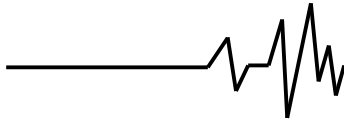
The article provides a quantitative assessment of the main parameters of the working medium used for vibrotreatment parts in the presence of an external field excitation. The scheme for the study of the field grid vibrofield in connection with the choice of an optimal geometric configuration of the working container.

**Введение.** Многие ученые, работающие в области виброобработки деталей, в своих статьях (см. например, [1-3]) отмечают, что эффективность этого процесса, т.е. его качество и производительность, определяется не только механико-физико-технологическими параметрами рабочей среды, но и геометрической конфигурацией контейнеров, а также особенностями механизма вибровозбуждения. В работе [4] были сформулированы общие принципы построения теории виброобработки, которые позволяют рассматривать процесс виброобработки не в отдельных его проявлениях, а комплексно, учитывая, что все динамические параметры этого процесса непосредственно или опосредованно определяются свойствами внешнего поля возбуждения. Следует отметить, что в современной теории виброобработки связь между полевыми сеткой виброполя и выбором геометрической формы

контейнера практически не исследована, хотя, очевидно, что она существенно влияет на технологию виброобработки деталей. Этот, и другие актуальные вопросы теории виброобработки, имеющие технологическую перспективу, составят предмет исследования в данной работе. При этом мы будем придерживаться обозначений, используемых в статье [4].

**Формулировка проблемы.** Выпишем для простоты последующих построений основные формулы работы [4], зависящие от динамических параметров контактной задачи «рабочая среда – обрабатываемая деталь». В соответствии с формулами (7) и (8) работы [4] скорости первой  $\dot{V}_{1e}(N, t)$  и второй  $\dot{W}_{2e}(N, t)$  компоненты двухкомпонентной рабочей среды имеют вид

$$V_{1ei}(N, t) = \int_0^t \iint_{R^2} \varepsilon_{ik}^{(1)}(N - P, t - \tau) F_{s.p.k}(P, \tau) d\tau d\sigma_p, \quad (1)$$



$$W_{2ei}(N, t) = \int_0^t \iint_{R^2} \varepsilon_{ik}^{(2)}(N - P, t - \tau) F_{s.p.k}(P, \tau) d\tau d\sigma_p, \quad (2)$$

где двухвалентные тензоры  $\varepsilon_{ik}^{(1)}(N, t)$ ,  $\varepsilon_{ik}^{(2)}(N, t)$  представляют собой коэффициенты первой и второй вязкости;  $N = N(x, y)$ ,  $d\sigma_p = dx dy$ , а  $\dot{F}_{s.p.}(N, t)$  – соленоидально-потенциальная составляющая

внешнего динамического поля возбуждения  $\dot{F}(N, t)$ .

$$\dot{F}(N, t) = \dot{F}_{s.p.}(N, t) + \dot{F}_{r.d.}(N, t) \quad (3)$$

Здесь  $\dot{F}_{r.d.}(N, t)$  – случайное векторное поле, вызывающее вихреобразование в рабочей среде.

Для массы вихрестока имеет равенство

$$\begin{aligned} m_{2e}(t) &= m_{2e}(0) - \lambda \int_0^t E(\tau) d\tau = \\ &= \pi m_a n_a \bar{r}^2(0) - \lambda \int_0^t \int_0^{2\pi} m_{1e}(\tau) \bar{r}(\tau) n_{1e}(N, \tau) |\dot{F}_{r.d.}(N, \tau)| d\tau d\varphi, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bar{r}(t) = \sigma(t) \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

В уравнении (4) величины  $m_{1e}(t)$  и  $n_{1e}(N, t)$  определяются соотношениями

$$m_{1e}(t) = m_a \exp \left\{ -\alpha \int_0^t n_{1e}(\tau) d\tau \right\}, \quad (5)$$

$$n_{1e}(N, t) = n_a \exp \left\{ \alpha' \int_0^t n_{2e}(\tau) |\dot{v}_{1e}(N, t) - \dot{w}_{2e}(N, \tau)| d\tau - \alpha'' t \right\}, \quad (6)$$

где  $\alpha, \alpha', \alpha''$  обозначают некоторые, пока неизвестные, неотрицательные коэффициенты, а  $n_{1e}(t)$  имеет вид

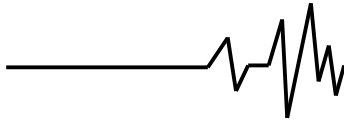
$$n_{1e}(t) = \langle n_{1e}(N, t) \rangle = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{\mu(s)} \iint_S n_{1e}(N, t) d\sigma_N. \quad (7)$$

Масса  $\Delta M(t)$ , теряемая телом  $\Sigma$  (рис. 2 из [4]) на промежутке времени  $[0, t]$  в процессе виброобработки определяется формулой (26) из [4]

$$\begin{aligned} \Delta M(t) &= \chi_1 \int_0^t d\tau \int_L dlm_{1e}(\tau) n_{1e}(N, \tau) \left| (\dot{v}_{1e}(N, \tau) - \dot{u}(N, \tau), \dot{n}(N, \tau)) \right| + \\ &+ \chi_2 \int_0^t d\tau \int_L dlm_{2e}(\tau) n_{2e}(N, \tau) \left| (\dot{w}_{2e}(N, \tau) - \dot{u}(N, \tau), \dot{n}(N, \tau)) \right|, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\chi_1, \chi_2$  – коэффициенты съема материала.

Для циркуляции  $E(t)$  точечного вихря в (4) имеем:



$$E(t) = m_{1e}(t)\bar{r}(t) \int_0^{2\pi} n_{1e}(N,t)K(N,t) \left| \bar{F}_{r.d.}(N,t) \right| d\varphi. \quad (9)$$

И, наконец, плотность потока массы  $\dot{\pi}_e(N,t)$ , дается формулой

$$\dot{\pi}_e(N,t) = m_{1e}(t)n_{1e}(N,t)\dot{v}_{1e}(N,t) + m_{2e}(t)n_{2e}(N,t)\dot{w}_{2e}(N,t). \quad (10)$$

Равенство (1)-(10) представляют собой математический аппарат, описывающий движение рабочей среды в присутствии плоско-параллельного виброполя (3) и ее контакт с обрабатываемой деталью. Проблема, которая будет исследована в настоящей статье, заключается в следующем: дать детальный анализ математического аппарата (1)-(10) с точки зрения создания технологии процесса виброобработки. В этом плане необходимо рассмотреть такие вопросы:

1. асимптотическая оценка величин  $\sigma(t)$  и  $\bar{r}(t)$ ;
2. оценка параметра  $T$  технологической функциональности рабочей среды;
3. определение времени жизни вихрестрока  $t_{r.d.}$ ;
4. асимптотическая оценка поверхностной плотности массы первой компоненты  $\rho_{1e}(N,t) = m_{1e}(t)n_{1e}(N,t)$  при  $t \rightarrow \infty$ ;
5. вычисление тензоров первой и второй вязкости  $\varepsilon_{ik}^{(1)}(N,t)$  и  $\varepsilon_{ik}^{(2)}(N,t)$ ;
6. вычисление основных технологических параметров виброобработки:

технологического времени обработки  $\tau_{teq}$  и глубины съема материала  $h_{teq}$ ;

7. определение оптимальной геометрической конфигурации рабочего контейнера.

**Результаты исследования.**

1. Асимптотическая оценка величин  $\sigma(t)$  и  $\bar{r}(t)$ . Параметры  $\sigma(t)$  и  $\bar{r}(t)$  связаны соотношением (14) из [4]:

$$\bar{r}(t) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma(t). \quad (11)$$

Учитывая равенство (12) из [4] и структуру закона (9) из [4] легко найти, что

$$\lim_{t \rightarrow +0} \sigma(t) = \sigma(0) > 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma(t) = 0. \quad (12)$$

Здесь и в дальнейшем будем полагать, что некоторая величина  $A(N,t)$  общей теории виброобработки рассматривается в модели с выполненным динамическим предельным переходом (в ДПП-модели), если вместо  $A(N,t)$  используется ее динамический предел  $A(t)$

$$A(t) = \langle A(N,t) \rangle = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{\mu(s)} \iint_s A(N,t) d\sigma_N. \quad (13)$$

Перейдем от плотности числа вихрестроков  $n_{2e}(N,t)$  к ее динамическому пределу  $n_{2e}(t)$ . Для определенности

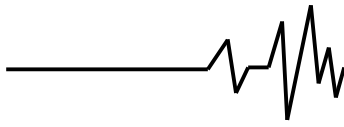
предположим, что величина  $n_{2e}(t)$  представляет собой процесс Пуассона, т.е. вероятность события  $P(n_{2e}(t) = k)$  равна

$$P(n_{2e}(t) = k) = \frac{(\xi t)^k}{k!} e^{-\xi t}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (14)$$

где  $\xi$  – интенсивность процесса Пуассона.

Имея в виду, что  $\bar{r}(t)$  является средним радиусом вихрестрока, на основании равенства (14) получим

$$n_{2e}(N,t) \approx n_{2e}(t) \approx \xi t \leq \frac{1}{\pi \bar{r}^2(t)} = \frac{2}{\sigma^2(t)}. \quad (15)$$



Из соотношения (15) следует асимптотическая оценка величины  $\sigma(t)$

$$\sigma(t) \sim \sqrt{\frac{2}{\xi t}}, t \rightarrow +\infty. \quad (16)$$

Учитывая соотношения (11) и (12), окончательно получим следующие оценки величин  $\sigma(t)$  и  $\bar{r}(t)$  на полупрямой  $[0, \infty)$ :

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{2}{\xi(a(t) + t)}}, \quad (17)$$

$$\bar{r}(t) = \sqrt{\frac{\pi}{\xi(a(t) + t)}}, \quad (18)$$

где  $a(t)$  – некоторая монотонно возрастающая неотрицательная функция,

$$\lim_{t \rightarrow +0} a(t) = a(+0) = \frac{\xi \sigma^2(0)}{2}.$$

2. Оценка параметра  $T$  технологической функциональности рабочей среды. Параметр  $T$  удовлетворяет уравнению (10) из [4]:

$$m_{1e}(T) = \beta m_a. \quad (19)$$

Используя равенство (5) и уравнение (19), находим

$$\exp \left\{ -\alpha \int_0^T n_{1e}(\tau) d\tau \right\} = \beta. \quad (20)$$

$$\lambda \int_0^{t_{r.d.}} \int_0^{2\pi} m_{1e}(\tau) \bar{r}(\tau) n_{1e}(N, \tau) K(N, \tau) \Big|_{F_{r.d.}}^I(N, \tau) d\tau d\varphi = \pi m_a n_a \bar{r}^2(0), \quad (25)$$

где величины  $m_{1e}(t)$ ,  $n_{1e}(N, t)$  и  $\bar{r}(t)$  вычисляются с помощью равенств соответственно (5), (6) и (18). Используя теорему о среднем для локализации интеграла в левой части уравнения (25), получим

$$t_{r.d.} = \frac{m_a n_a \bar{r}^2(0)}{2\lambda m_{1e}(\tau^*) \bar{r}(\tau^*) n_{1e}(N^*, \tau^*) K(N^*, \tau^*) \Big|_{F_{r.d.}}^I(N^*, \tau^*)}, \quad (26)$$

где  $\tau^* \in (0, t_{r.d.})$ , а  $N^*$  – некоторая точка на окружности  $C^* : x^2 + y^2 = \bar{r}^2(\tau^*)$ . Легко найти, что  $\Big|_{F_{r.d.}}^I(N, t)$  дается равенством

Интеграл в формуле (20) равен

$$\int_0^T n_{1e}(\tau) d\tau = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{\beta}. \quad (21)$$

В уравнении (21) функция  $n_{1e}(t)$  представляет собой динамический предел (7) величины  $n_{1e}(N, t)$ , которая определяется формулой (6). Преобразуем интеграл в (21), используя теорему о среднем

$$n_{1e}(\tau^*) T = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{\beta}, \quad \tau^* \in (0, T). \quad (22)$$

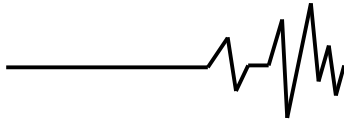
Так как  $n_{1e}(t) \geq n_a, t \geq 0$ , то окончательно получим

$$T \leq \frac{1}{\alpha n_a} \ln \frac{1}{\beta}. \quad (23)$$

3. Определение времени жизни вихрестока  $t_{r.d.}$ . Формула (4) определяет массу вихрестока для всех значений временного параметра  $t \geq 0$ . Очевидно, что время жизни вихрестока  $t_{r.d.}$  соответствует такому значению параметра  $t$ , для которого масса вихрестока равна нулю. Таким образом, величина  $t_{r.d.}$  является корнем уравнения

$$m_{2e}(t) = 0, t = t_{r.d.}. \quad (24)$$

В развернутом виде уравнение (24) принимает форму



$$|\overset{r}{F}_{r.d.}(N, t)| = \frac{E'(t)}{2\pi} \cdot \frac{1}{\bar{r}(t)}, \quad (27)$$

$$E'(t) = \oint_C (\overset{r}{F}_{r.d.}(N, t), d\overset{r}{S}_\tau), \quad C: x^2 + y^2 = \bar{r}^2(t)$$

Учитывая,  $m_{1e}(t)n_{1e}(N, t) > m_a n_a$  и предполагая слабую зависимость циркуляции  $E'(t)$  (27) от параметра  $t$ , окончательно находим

$$t_{r.d.} \leq \frac{\pi \bar{r}^2(0)}{\lambda K_{\min} E'(0)}, \quad (28)$$

что где

$$K_{\min} = \min K(N, t), \quad N \in R^2, t \in [0, \infty).$$

4. Асимптотическая оценка поверхностной плотности массы первой компоненты  $\rho_{1e}(N, t) = m_{1e}(t)n_{1e}(N, t)$ . Выпишем, на основании (5) и (6), формулу, определяющую величину  $\rho_{1e}(N, t)$ :

$$\rho_{1e}(N, t) = m_{1e}(t)n_{1e}(N, t) = m_a n_a \exp \left\{ -\alpha \int_0^t n_{1e}(\tau) d\tau + \alpha' \int_0^t n_{2e}(\tau) |\overset{r}{v}_{1e}(N, \tau) - \overset{r}{w}(N, \tau)| d\tau - \alpha'' t \right\}. \quad (29)$$

Так как в силу равенства (5)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} m_{1e}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ m_a \exp \left\{ -\alpha \int_0^t n_{1e}(\tau) d\tau \right\} \right\} = 0, \quad (30)$$

то, используя определение (6), легко показать, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} n_{1e}(N, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ n_a \exp \left\{ -\alpha \int_0^t n_{2e}(\tau) |\overset{r}{v}_{1e}(N, \tau) - \overset{r}{w}_{2e}(N, \tau)| d\tau - \alpha'' t \right\} \right\} = \infty. \quad (31)$$

Рассмотрение предельных переходов (30) и (31) корректно ввиду того, что при  $t = \infty$  поле возбуждения (3)  $\overset{r}{F}(N, t)$  выключается, т.е.

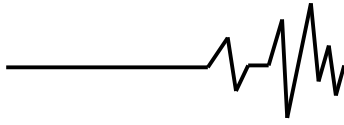
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \overset{r}{F}(N, t) = 0. \quad (32)$$

Далее, соотношения (30) и (31) можно ассоциативно трактовать как эффект изменения рабочей среды. Таким образом "a - e" переход при  $t \rightarrow \infty$  характеризуется

увеличением поверхностной плотности массы по сравнению с ее значением в a - состоянии, что математически выражается в виде предела

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_{1e}(N, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ m_a n_a \exp \left\{ -\alpha \int_0^t n_{1e}(\tau) d\tau + \alpha' \int_0^t n_{2e}(\tau) |\overset{r}{v}_{1e}(N, \tau) - \overset{r}{w}(N, \tau)| d\tau - \alpha'' t \right\} \right\} = \beta' m_a n_a, \quad \beta' > 1. \quad (33)$$

Равенство (33) приводит к следующему уравнению асимптотической связи между макропараметрами  $\alpha, \alpha'$  и  $\alpha''$ :



$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ -\alpha \int_0^t n_{1e}(\tau) + \alpha' \int_0^t n_{2e}(\tau) |v_{1e}(N, \tau) - w(N, \tau)| d\tau - \alpha'' t \right\} = \ln \beta' > 0. \quad (34)$$

В заключение отметим, что масса произвольной ограниченной односвязной области  $S \subset R^2$  увеличивается в процессе виброобработки в  $\beta'$  раз при  $t \rightarrow \infty$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \rho_{1e}(N, t) d\sigma = \beta' m_a n_a S = \beta' \iint_S m_a n_a d\sigma. \quad (35)$$

5. Вычисление тензоров первой и второй вязкости  $\varepsilon_{ik}^{(1)}(N, t)$  и  $\varepsilon_{ik}^{(2)}(N, t)$ . Для корректности последующих вычислений будем полагать, что временные интегралы в формулах (1) и (2) представляются в виде пределов

$$v_{1ei}(N, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{-\varepsilon}^t \iint_{R^2} \varepsilon_{ik}^{(1)}(N - P, t - \tau) F_{s.p.k}(P, \tau) d\tau d\sigma_P, \quad (36)$$

$$w_{2ei}(N, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{-\varepsilon}^t \iint_{R^2} \varepsilon_{ik}^{(2)}(N - P, t - \tau) F_{s.p.k}(P, \tau) d\tau d\sigma_P. \quad (37)$$

Далее, пусть  $A_i(N, t)$  – некоторая динамическая векторная переменная, описывающая процесс виброобработки в присутствии виброполя (3)  $\dot{F}(N, t)$ . Если  $A_i(N, t)$  выражается в форме

$$A_i(N, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{-\varepsilon}^t \iint_{R^2} \Phi_{ik}(N - P, t - \tau) F_{s.p.k}(P, \tau) d\tau d\sigma_P, \quad (38)$$

то двухвалентный тензор – функцию  $\Phi_{ik}(N, t)$  назовем *вариационной производной* вектор-функции  $A_i(N, t)$  по переменному векторному полю  $F_{s.p.k}(P, t)$ , т.е.

$$\Phi_{ik}(N, t) \stackrel{def}{=} \frac{\delta A_i(N, t)}{\delta F_{s.p.k}(P', t')} \Big|_{F_{s.p.}(P', t') = 0; P' = t' = 0}. \quad (39)$$

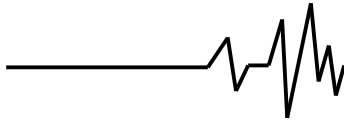
При этом необходимо учесть, что

$$\frac{\delta F_{s.p.k}(P, t)}{\delta F_{s.p.m}(P', t')} = \delta_{km} \delta(P - P') \delta(t - t'), \quad (40)$$

где  $\delta_{km} = \begin{cases} 1, & k = m \\ 0, & k \neq m \end{cases}$  – символ Кронекера, а  $\delta(P)$  и  $\delta(t)$  соответствующие  $\delta$ -функции.

На основании определения (39) и равенств (36) и (37) легко выписать формулы, определяющие тензоры  $\varepsilon_{ik}^{(1)}(N, t)$  и  $\varepsilon_{ik}^{(2)}(N, t)$  соответственно первой и второй вязкости в терминах вариационных производных

$$\varepsilon_{ik}^{(1)}(N, t) = \frac{\delta v_{1ei}(N, t)}{\delta F_{s.p.k}(P', t')} \Big|_{F_{s.p.}(P', t') = 0; P' = t' = 0}, \quad (41)$$



$$\varepsilon_{ik}^{(2)}(N, t) = \frac{\delta w_{2ei}(N, t)}{\delta F_{s.p.k}(P', t')} \Big|_{F_{s.p.}(P', t') = 0; P' = t' = 0}. \quad (42)$$

Анализируя формулы (41) и (42) можно сделать вывод о том, что тензоры первой и второй вязкости  $\varepsilon_{ik}^{(1)}(N, t)$  и  $\varepsilon_{ik}^{(2)}(N, t)$  сохраняют память о внешнем виброполе на временном промежутке  $[0, t]$  и, следовательно, зависят от способа его подведения при  $t = 0$ .

6. *Вычисление основных технологических параметров виброобработки: технологического времени обработки  $\tau_{teq}$  и глубины съема материала*

$h_{teq}$ . В соответствии с формулой (27) из [4] технологические параметры  $\tau_{teq}$  и  $h_{teq}$  связаны соотношением

$$h_{teq} = \frac{\mu(\Sigma)}{LM} \Delta M(\tau_{teq}), \quad (43)$$

где  $\Delta M(t)$  определяется равенством (8). При этом необходимо придерживаться следующего правила: если время жизни вихресток (28)  $t_{r.d.} \geq \tau_{teq}$ , то

$$\Delta M(\tau_{teq}) = \chi_1 \int_0^{\tau_{teq}} d\tau \int_L dlm_{1e}(\tau) n_{1e}(N, \tau) \left| \left( \overset{r}{v}_{1e}(N, \tau) - \overset{r}{u}(N, \tau), \overset{r}{n}(N, \tau) \right) \right| + \quad (44)$$

$$+ \chi_2 \int_0^{\tau_{teq}} d\tau \int_L dlm_{2e}(\tau) n_{2e}(N, \tau) \left| \left( \overset{r}{w}_{2e}(N, \tau) - \overset{r}{u}(N, \tau), \overset{r}{n}(N, \tau) \right) \right|;$$

если  $t_{r.d.} < \tau_{teq}$ , то

$$\Delta M(\tau_{teq}) = \chi_1 \int_0^{\tau_{teq}} d\tau \int_L m_{1e}(\tau) n_{1e}(N, \tau) \left| \left( \overset{r}{v}_{1e}(N, \tau) - \overset{r}{u}(N, \tau), \overset{r}{n}(N, \tau) \right) \right| +$$

$$+ \chi_2 \sum_{q=1}^Q \int_{(q-1)t_{r.d.}}^{qt_{r.d.}} d\tau \int_L dlm_{2e}(\tau) \xi[\tau - (q-1)t_{r.d.}] \left| \left( \overset{r}{w}_{2e}(N, \tau) - \overset{r}{u}(N, \tau), \overset{r}{n}(N, \tau) \right) \right|, \quad (45)$$

$$Q = E \left[ \frac{\tau_{teq}}{t_{r.d.}} \right] + 1.$$

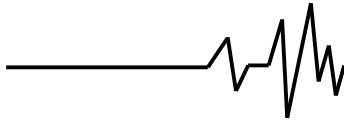
7. *Определение оптимальной геометрической конфигурации рабочего контейнера.* Идея нахождения оптимальной геометрической конфигурации рабочего контейнера, используемого для виброобработки деталей, заключается в том, чтобы дать математическое описание

траектории (или семейства траекторий) вдоль которой имеет место равенство:

$$\overset{1}{\pi}_e(N, t) = 0, \quad (46)$$

где  $\overset{1}{\pi}_e(N, t)$  определяется формулой (10).

Равенство (46) сводится к системе двух функциональных уравнений:



$$\begin{cases} \int_0^t \iint_{R^2} (\dot{\psi}(N, t; P, \tau), \dot{F}_{s.p.}(P, \tau)) d\tau d\sigma_P = 0, \\ \int_0^t \iint_{R^2} (\dot{\Phi}(N, t; P, \tau), \dot{F}_{s.p.}(P, \tau)) d\tau d\sigma_P = 0, \end{cases} \quad (47)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_k(N, t; P, \tau) = m_{1e}(t)n_{1e}(N, t)\varepsilon_{1k}^{(1)}(N - P, t - \tau) + \\ + m_{2e}(t)n_{2e}(N, t)\varepsilon_{1k}^{(2)}(N - P, t - \tau), \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \Phi_k(N, t; P, \tau) = m_{1e}(t)n_{1e}(N, t)\varepsilon_{2k}^{(1)}(N - P, t - \tau) + \\ + m_{2e}(t)n_{2e}(N, t)\varepsilon_{2k}^{(2)}(N - P, t - \tau). \end{aligned} \quad (49)$$

Легко заметить, что второе уравнение системы (47) является следствием первого уравнения. Действительно, равенство нулю интегралов системы (47) возможно тогда и только тогда, когда  $\dot{\psi}(N, t; P, \tau) \perp \dot{F}_{s.p.}(P, \tau)$  и  $\dot{\Phi}(N, t; P, \tau) \perp \dot{F}_{s.p.}(P, \tau)$ . Отсюда следует, что векторы  $\dot{\psi}(N, t; P, \tau)$  и  $\dot{\Phi}(N, t; P, \tau)$  для любых значений

параметров  $N = N(x, y) \in R^2$  и  $t \geq 0$  коллинеарны, т.е.

$$\dot{\psi}(N, t; P, \tau) = \gamma \dot{\Phi}(N, t; P, \tau), \quad (50)$$

где  $\gamma$  – некоторый скаляр. Таким образом, система (47) сводится к одному независимому уравнению

$$(\dot{\psi}(N, t; P, \tau), \dot{F}_{s.p.}(P, \tau)) = 0, \quad (51)$$

$$N = N(x, y), \quad P = P(u, v) \in R^2.$$

Векторное поле (48) является соленоидальным, т.е.  $div_P \dot{\psi}(N, t; P, \tau) = 0$  и ему соответствует функция тока  $g = g(u, v)$ , полный дифференциал которой равен

$$dg = -\psi_2(N, t; P, \tau) du + \psi_1(N, t; P, \tau) dv. \quad (52)$$

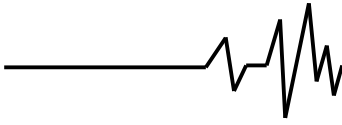
Функция  $g = g(u, v)$  восстанавливается с точностью до постоянного слагаемого по своему полному дифференциалу (52):

$$g(u, v) = \int_{P_0(u_0, v_0)}^{P(u, v)} -\psi_2(N, t; P, \tau) du + \psi_1(N, t; P, \tau) dv + const. \quad (53)$$

Очевидно, что векторное поле  $\dot{F}_{s.p.}(P, \tau)$  в каждой точке  $P(u, v) \in R^2$  линии уровня  $g(u, v) = const$  ортогонально этой линии при любых значениях  $t \geq 0$  и для любой точки  $N(x, y) \in R^2$ . Отсюда следует принцип определения оптимальной геометрической конфигурации рабочего контейнера в плоском случае: *некоторая фиксированная линия уровня из*

*однопараметрического семейства  $g(u, v) = const$  должна являться геометрическим контуром рабочего контейнера.* С теоретической точки зрения эта линия представляет собой бесконечный «потенциальный барьер», а с технологической – непроницаемую стенку контейнера. Таким образом, способ подведения внешнего поля возбуждения (3)  $\dot{F}(N, t)$  полностью определяет технологические и геометрические параметры виброобработки.





**Выводы.** В работе сформулирован прикладной аппарат оценок основных макропараметров теории виброобработки деталей в присутствии внешнего переменного поля возбуждения, реализующего "а – е" переход. Приведена также конкретная аналитическая схема, в соответствии с которой могут быть определены теоретико-технологические характеристики виброполя по заданным линиям уровня функции тока  $g = g(u, v)$ . В связи с этим большой теоретический и практический интерес представляет решение обратной задачи теории виброобработки, что будет рассмотрено в следующей работе авторов.

#### **Литература**

1. Бабичев А.П. Конструирование и эксплуатация вибрационных станков для обработки деталей / А.П. Бабичев,

Л.К. Зеленцов, Ю.М. Самодумский.- Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовского университета, 1981. – 160 с.

2. Калмыков М.А. Вибрационные станки, их классификация/ М.А. Калмыков, Г.Ю. Бурлакова, Д.В. Молчанов // Вібрації в техніці та технологіях. – 2010. – № 3 (59) – с. 24-31.

3. Бурлакова Г.Ю. Влияние формы контейнера вибрационного станка на процесс обработки / Г.Ю. Бурлакова, М.А. Калмыков, Д.В. Молчанов // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – № 5/1 (47). – с. 5-12.

4. Калмыков М.А. Общие принципы описания процесса виброобработки с внешним источником динамического поля / М.А. Калмыков, В.Б. Струтинский, В.С. Щелоков // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2011. – № 1/3 (49). – с. 45-49.