V. РОЗВИТОК ПЕДАГОГІЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ ПІДГОТОВЦІ ІНЖЕНЕРІВ МЕХАНІКІВ ТА КОНСТРУКТОРІВ

УДК 519.876.5:65.014.1:338.432

Лисогор В.М.

(Вінницький національний аграрний університет)

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІКО - ЕКОНОМІЧНИХ БАГАТОЕТАПНИХ ПРОЦЕСІВ В ПРИЙНЯТТІ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ АГРАРНОГО ВНЗ

Предложенный подход по теоретическим и методическим вопросам моделирования экономических многоэтапных процессов в принятии управленческих решений в доступном варианте восприятия знаний студентами высших учебных заведений аграрных ВУЗ.

The proposed approach on theoretical and methodological issues of economic modeling of multi-phase processes in management decisions in an accessible version of perceptual knowledge students of higher educational establishments of agrarian sector.

Постановка завдання

Існує значна кількість хороших, об'ємних, але складно написаних посібників, підручників, монографій по досліджувальній тематиці[1,2]. Запропонована автором публікація відрізняється від прототипів своєю лаконічністю, де коротко і прозоро розкриті складні підходи теорії математичної статистики по прийняттю управлінських рішень в економічних багатоетапних процесах. Послідовно розглянемо наступні питання: статистичне оцінювання параметрів розподілень прийняття рішень, рівномірні розподілення, χ-квадрат розподілення, розподілення Стюдента, точкові і інтервальні оцінки, перевірка статистичних гіпотез, оцінка кореляційної функції часового ряду.

Мета публікації

Запропонувати підхід з теоретичних та методичних питань моделювання економічних багатоетапних процесів у прийнятті управлінських рішень у доступному варіанті сприйняття знань студентами вищих навчальних закладів аграрного сектору

Основний результат публікації

Елементи любої генеральної сукупності (ГС) характеризуються одним *X чи декількома X, Y, Z …* ознаками, які являють собою одну випадкову величину чи систему таких величин.

Основна задача математичної статистики – вивчення розподілень випадкових величин чи їх числових характеристик (параметрів розподілення) на основі експериментальних даних.

Для визначення якостей ГС аналізується деяка її частина, яка називається *вибіркою.* Число елементів відбірки називається *об'ємом вибірки* і позначається буквою *n*. Вибірка організовується так, щоб кожний елемент ГС мав одну і ту ж ймовірність потрапити в її склад. В цьому випадку вибірка називається – *репрезентативною.*

Характеристика ГС, яка визначається на основі даних вибірки, в відмінності від ймовірності , називається *вибірковою або статистичною,* а метод її отримання – *вибірковим методом.* Раціональний вибір методу скорочує витрати на вивчення и підвищує її достовірність.

Основна задача статистики складається із ряду інших задач: організації репрезентативної вибірки; визначення об'єму вибірки *n,* який дозволяє отримати результат з заданою надійністю, точкові і інтервальні оцінювання параметрів розподілення, перевірка статистичних гіпотез.

Розглянемо деякі із цих задач, які мають важливе значення в теорії багатофакторного експерименту.

Признак ГС (безперервна випадкова величина *Y*) описується деякою ймовірністю $\varphi(y, \mu_y, \sigma_y \dots)$, в якій $\mu_y, \sigma_y \dots$ - невідомі параметри.

В математичній статистиці параметри розподілення прийнято позначати буквами грецького алфавіту, а їх оцінки буквами латинського алфавіту або тією ж буквою грецького алфавіту, але з кришечкою зверху. Наприклад, μ_y – математичне чекання, а $\hat{\mu}_y$ чи у – його оцінка (риска зверху означає усереднення по величині)

Наближене визначення невідомих параметрів розподілення по даних вибірки називається *точковим оцінюванням*.

Вибіркові чи експериментальні дані $Y_1, Y_2, \dots . Y_n$ являють собою випадкові величини, оскільки в кожній вибірці вони можуть приймати різні невідомі значення. Як люба невідома величина, *точкова оцінка* характеризується законом чи параметрами розподілення. ЇЇ якості залежать від співвідношень, за допомогою яких вона отримується. Хороша оцінка параметра повинна бути наділена якостями незміщенності, а по можливості повинна бути ефективною.

Оцінка $\hat{\alpha}$ - називається *спроможною*, якщо при необмеженому збільшенні об'єму вибірки *n*, її значення сходиться по ймовірності до оціночного параметра ά: $\lim_{n \to \infty} P(|\alpha - \hat{\alpha}) < \varepsilon) = 1$, де ε – мале наперед задане позитивне число. Якість спроможності означає, що математичне сподівання оцінки $M[\hat{\alpha}]$ прагне до оціночного параметру α, а її дисперсія $D[\alpha] = \sigma^2_{\hat{\alpha}} -$ до нуля, коли об'єм вибірки прагне до нескінченності $(n \to \infty)$.

Оцінка $\hat{\alpha}$ - називається *незміщеною,* якщо при любому об'ємі вибірки *n* рівне оціночному параметру α: $M[\hat{\alpha}]$=α. Для незміщеної оцінки відсутні систематична похибка, яка залежить від об'єму вибірки *n.*

Оцінка $\hat{\alpha}$ - називається *ефективною,* якщо серед інших оцінок параметра α вона має найменшу дисперсію: $D[\hat{\alpha}] = \sigma^2_{\hat{\alpha}} = min$. Вказаними якостями наділена оцінка математичного сподівання – середнє вибіркове коли випадкова величина *Y* відповідає нормальному закону розприділення з математичним сподіванням μ_y і середньоквадратичним відхиленням (СКВ) σ_y : $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y)$.

$$\bar{y} = \widehat{\mu_y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i , \qquad (1)$$

Доведемо одне принципове положення: в випадку n незалежних , рівно поточних і розподілених спостережень $Y_{\frac{1}{2}}, Y_2, \cdots, Y_n$ дисперсія середнього вибіркового $\bar{y}$ – величина σ^2_y - обернено пропорційна об'єму вибірки *n.*

Формула (1.1) для $\bar{y}$ являється сумою незалежних випадкових величин (з масою 1/*n*). Згідно теореми про дисперсію суми випадкових.

$$D[\bar{y}] = \sigma^1_{n_2}\left(\sigma^2_{y^1} + \sigma^2_{y^2} + \cdots + \sigma^2_{y^n}\right).$$

В силу рівноточечності спостережень $\sigma^2_{y^1} = \sigma^2_{y^2} = \cdots = \sigma^2_{y^n} = \sigma^2_y$.З цього випливає, що вираз для дисперсії середнього має вигляд:

$$\sigma^2_{\bar{y}} = \frac{1}{n^2} n\sigma^2_y = \sigma^2_y / n. \qquad (2)$$

Формула (1.2.) широко використовується в теорії експерименту. Вона показує, що чим більше використовується вибіркових даних для отримання точкової оцінки, тим менша її дисперсія і вища достовірність , чи інформативність.

Використовуючи рівняння (1.2.), встановимо зв'язок між СКВ $\sigma_{\bar{y}}$ вибіркового середнього и одного спостереження σ_y. Витягнемо квадратний корінь із обох частин рівняння:

$$\sigma_{\bar{y}} = \sigma_y / \sqrt{n}. \tag{3}$$

Із формули (1.3.) видно, що похибка СКВ середнього в $\sqrt{n}$ разів менше похибки СКВ одного спостереження.

По вибіркових даних можуть бути визначені точкові оцінки і інших параметрів розподілення. В тому числі, складова і незміщена оцінка невідомої дисперсії генеральної совокупності.

$$S_y^2 = \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{y})^2, \tag{4}$$

де величина $n-1$ називається числом степеневої свободи і позначається символом f_y: $n-1 = f_y$.

Оцінку S_y^2 часто називають вибірковою дисперсією, або середнім квадратом відхилень опитних значень Y_i від середнього $\bar{y}$. В математичній статистиці вибіркова дисперсія визначається як відношення деякої суми квадратів відхилення Q до числа степенів свободи цієї суми f_Q [5]:

$$S^2 = Q/f_Q. \tag{5}$$

Число степеневої свободи f_Q рівне числу незалежних доданків в сумі квадратів Q. Наприклад, у формулі (4) знаходиться n доданків $(Y_i - \bar{y})^2$, але в силу розрахунку середнього (1) наложений один зв'язок виду

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{y})^2 = 0 \text{ чи } \sum_{i=1}^{n} Y_i = n\bar{y}.$$

Тому число незалежних компонентів складає $n-1$ і ця величина являється числом степеневої свободи.

Взагалі *числом степенів свободи* називається різниця між числом доданків в сумі квадратів і числом зв'язків, накладених на ці компоненти.

Вирахування по формулі (4) трудомісткі і при малих значеннях різниць $(Y_i - \bar{y})$ можуть породжувати великі похибки. Тому замість виразу (4) який грає роль визначення поняття, користуються таким співвідношенням:

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i-1}^{n} Y_i^2 - n\bar{y}^2\right) \tag{6}$$

чи

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2\right] \tag{7}$$

Арифметичне значення кореня квадратного із оцінки дисперсії $S_y = \sqrt{S_\mu^2}$ являється оцінкою СКВ, чи стандарту σ_μ.

Із рівносильних виразів (4), (6.), (7) випливають важливі для практики рівняння:

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{n}(Y_i^2-\bar{y}^2)=\sum_{i=1}^{n}Y_i^2-n\bar{y}^2=\sum_{i=1}^{n}Y_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)^2, \tag{8}$$

які справедливі для незалежних випадкових величин $\boldsymbol{Y_i}$.

Величини Y_i не завжди бувають незалежні. Наприклад, при розгляданні координат випадкового процесу $Y_{(t)}$, квантованого в часові з кроком $\Delta t=d$, вибірка являє собою так званий часовий ряд $y(jd)$, де j=1, 2,…n. Якщо цей ряд задовольняє умовам стаціонарності, то оцінка кореляційної функції [5] $\gamma_m=\boldsymbol{M}[(\boldsymbol{Y_i}-\boldsymbol{\mu_y})(\boldsymbol{Y_{i+m}}-\boldsymbol{\mu_y})]$ вираховується по формулі

$$K_m=K_y(md)=\frac{1}{n-1-m}\left(\sum_{i=1}^{n-m}Y_1Y_{1+m}-\frac{1}{n-m}\sum_{i=m+1}^{n}Y_i\sum_{i=1}^{n-m}Y_i\right) \tag{9}$$

де $m=0,1,2\ldots,q$. Тут m – зсув між значеннями часового ряду, q – кількість зсувів, при якій кореляція відрізняється від нуля (при m > q $K_m\approx 0$); K_0 - оцінка дисперсії часового ряду S_y^2 .

Розміщенні вище і другі оцінки параметрів розподілення являються не випадковими функціями вибіркових значень $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$, які в кожній повторній вибірці приймають конкретне значення. Відповідно, всяка оцінка як функція випадкових величин Y_i являється випадковою величиною.

В математичній статистиці люба функція випадкових величин називається статистичною. Отримані вирази для $\bar{y},S_y^2$ являються статистиками.

Висновок

Запропонований підхід з теоретичних та методичних питань моделювання економічних багатоетапних процесів у прийнятті управлінських рішень у доступному варіанті сприйняття знань студентами вищих навчальних закладів аграрних ВНЗ.

Література

1. *Хайкин Сайман. Нейронные сети: Пер.с англ. - М.: Изд.дом «Вильямс», 2006.- 1104.ISBN 5-8459-0890-6.*
2. *Люггер Дж.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем: Пер. с англ. – М.: Изд.дом «Вильямс»,2005.- 864 с. ISBN 5-8459- 0437 – 4.*
3. *Левитин Ананий В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ: Пер. с англ. – М.: Изд.дом «Вильямс»,2006.- 576 с. ISBN 5-8459- 0987 – 2.*
4. *Бережна Л.В. Економіко-математичні методи та моделі в фінансах. – К.: Кондор, - 2009. – 301 с. ISBN 978-966-351-231-0.*
5. *Егоров А.Е. Исследование устройств и систем автоматики методом планирования эксперимента. /А.Е.Егоров, Г.Н.Азаров,А.В.Коваль./ - Харьков.: Высшая школа, 1986. – 240 с.*