УДК 330.42

ПОРІВНЯЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕФЕКТИВНОСТІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ В СИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

***В.М. Дубчак**, к.т.н., доц.,*
***В.П.Сологуб**, студ.*
Вінницький національний аграрний університет

The mathematical models of concrete economic tasks are examined on the basis of the known laws of physics, investigated and compared inter se the brought models over oriented on a vertical line opposition.

Рассматриваются математеческие модели конкретных экономических задач на основании известных законов физики, исследуются и сравниваются между собой противоположно ориентированные по вертикали приведенные модели.

Вступ. Дана робота має своєю ціллю застосувати методів інтегрального числення у поєднані з відомими законами фізики і порівнянні відповідних, визначених згідно цих законів, значень числових характеристик симетричних геометричних об'єктів з діаметрально протилежною орієнтацією їх розташування у просторі [1,2].

Постановка задачі №1(обчислення роботи). Порівняти величини економічних затрат робіт, необхідних для викачування однакової за щільністю рідини води, пального з двох однакових за геометрією резервуарів, виконаних у вигляді конуса, для одного із них вершина направлена догори, для іншого – ця вершина направлена донизу (див.рис.1).

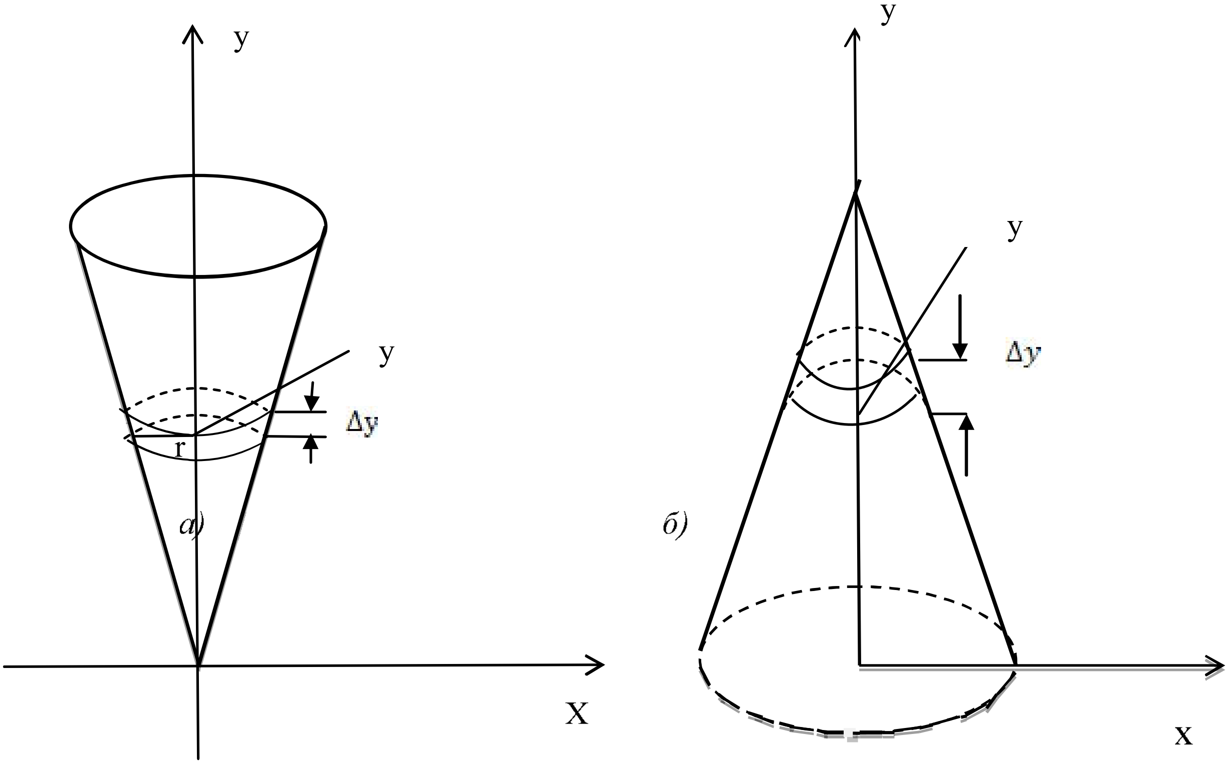

Рис.1 Розташування однакових за геометрією макетів резервуарів з рідиною стосовно вертикалі

Результати. При обчисленні величини роботи застосуємо відому формулу [3].

$$A = mgh,$$

m – маса рідини, g – стала вільного падіння, h – висота підйому даної рідини.

Якісний розв'язок цієї задачі можливо подати і без відповідних розрахунків, оскільки для моделі *а)* більша частина маси рідини для зосереджена зверху і підіймати її на верх резервуара на відміну від моделі *б)* необхідно на меншу висоту. Якщо A_a – величина необхідної роботи для викачування рідини першої моделі *а)*, A_b – та ж робота, але для моделі *б)*, тоді очевидно A_a,<A_b або завжди A_a / A_b наша подальша задача полягатиме в точній оцінці даного співвідношення.

Задамо геометрію симетричних резервуарів: нехай H – висота, R – радіус основи резервуарів, наповнених повністю рідиною деякої щільності ρ. Для обчислення відповідних робіт моделей *а)* чи *б)* безпосередньо скористатись приведеною формулою ми не можемо, оскільки різні частини часток рідини перебувають на різних по висоті значеннях, і тому для кожної із моделей на довільній висоті y виділимо незначний (елементарний) потовщені Δy прошарок рідини, всі частки при умові $\Delta y \to 0$ можливо вважати зосередженими на висоті *y*. Тоді елементарна робота ΔA_a чи ΔA_b визначатиметься так:

$$\Delta A_a \approx \Delta m g(H-y) = \rho \Delta V g(H-y) = \rho g \pi r^2 (H-y)\Delta y$$

З подібності трикутників маємо умову: $\frac{R}{r} = \frac{H}{y}$, звідси $r = \frac{R}{H} y$, тому

$$\Delta A_a \approx \pi \rho g \frac{R^2}{H^2}(H-y) y^2 \Delta y,$$

при умові, що $\Delta y \to 0$, прирости відповідних величин замінюємо їх диференціалами, і тоді наближений знак рівності замінимо точним:

$$A_a = \int_0^H \pi \rho g \frac{R^2}{H^2}(H-y) y^2 dy = \pi \rho g \frac{R^2}{H^2} \int_0^H (H y^2 - y^3) dy = \pi \rho g \frac{R^2}{H^2}\left(H \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4}\right)\Big|_0^H =$$

$$= \pi \rho g R^2 H^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12} \pi \rho g R^2 H^2 .$$

Аналогічно обчислимо роботу A_b:

$$\Delta A_b \approx \pi \rho g r^2 (H-y) \Delta y,$$

але $\frac{r}{R} = \frac{H-y}{H}$, звідки $r = R(1 - \frac{y}{H})$, тому $\Delta A_b \approx \pi \rho g R^2 (1 - \frac{y}{H})^2 (H-y)\Delta y$, або

$$A_b = \int_0^H \pi \rho g R^2 (1 - \frac{y}{H})^2 (H-y) dy = \pi \rho g R^2 \int_0^H \frac{(H-y)^2}{H^2}(H-y) dy = -\pi \rho g \frac{R^2}{H^2}(H-y)^4 \Big|_0^H =$$

$$= \frac{1}{4} \pi \rho g R^2 H^2 .$$

Таким чином, $\frac{A_b}{A_a} = \frac{\frac{1}{4}\pi \rho g R^2 H^2}{\frac{1}{12}\pi \rho g R^2 H^2} = 3.$

Отже для моделі *б)* необхідно виконати втричі більшу роботу для спустошення резервуара у порівняні з моделлю *а)*.

Постановка задачі №2 (Обчислення тиску з боку рідини законом Паскаля). Порівняти величини тисків з боку рідини (води) на дамбу, виконану у вигляді зрізаної рівнобічної трапеції (див.рис.2):

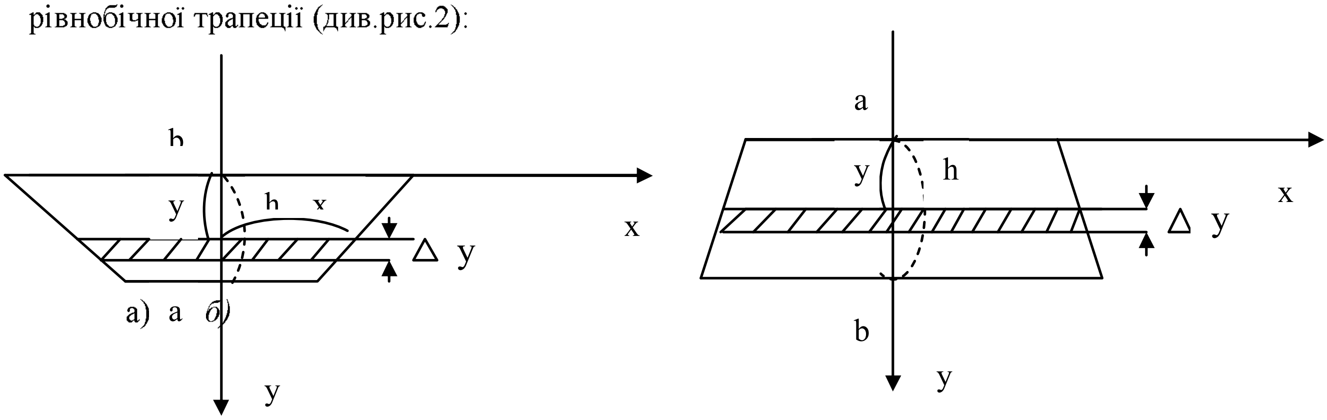

Рис.2 Розташування плоского макету дамби стосовно вертикалі

Результати.Тут *a і b* – основи рівнобічної трапеції (a<b), h – її висота. Згадаємо в основі розв'язку цієї задачі відомий закон Паскаля [3].

$$P=\rho hS,$$

де ρ - щільність рідини, h -глибина занурення деякої площадки площі S, P-величина шуканого тиску.

Позначимо P_a та P_b величини шуканих тисків приведених моделей *а) і б)*.

Знову ж таки, очевидно $P_b/P_a>1$, оскільки більша частина площі дамби моделі *б)* знаходиться глибше у порівнянні з моделлю *а)*. Яким конкретно є це співвідношення, ми наразі дізнаємось.

Як і в задачі №1, виділимо елементарні площадки цієї трапеції, що знаходяться на глибині у з елементарною товщиною Δy. Величини тисків з боку рідини на ці площадки позначимо відповідно ΔP_a та ΔP_b.

Тоді $\Delta P_a\approx\rho y\Delta S_a=\rho y2x\Delta y,$ якщо $x=\frac{a}{2}+t$, тоді $\frac{2t}{b-a}=\frac{h-y}{h}$, або $t=\frac{1}{2}(b-a)(1-\frac{y}{h})$,

$$x=\frac{a}{2}+\frac{b-a}{2}(1-\frac{y}{h})=\frac{1}{2}(b-\frac{y}{h}(b-a))$$

$$\Delta P_a\approx\rho y(b-\frac{y}{h}(b-a))\Delta y,\Delta y\to 0$$

$$A_a=\int_0^H\rho(by-\frac{y^2}{h}(b-a)dy=\rho(b\frac{y^2}{2}-\frac{1}{3}\frac{y^3}{3}(b-a)\Big|_0^H=\rho(\frac{1}{2}bh^2-\frac{1}{3}(b-a)h^2=\frac{1}{6}\rho h^2(b-2a)$$

Аналогічно $\Delta P_b\approx\rho y2x,\ x=\frac{a}{2}+t,\ \frac{2t}{b-a}=\frac{y}{h}$, або $t=\frac{1}{2}(b-a)\frac{y}{h},\ x=\frac{a}{2}+\frac{b-a}{2}\frac{y}{h}$,

тоді $\Delta P_b\approx\rho y(a+(b-a)\frac{y}{h})\Delta y,\ \Delta y\to 0$, або

$$P_b = \int_0^h \rho(ay+(b-a)\frac{y}{h})^2 dy = \rho(\frac{1}{2}ay^2+\frac{1}{3}(b-a)\frac{y}{h})^3|_0^h = \rho h^2(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}-\frac{a}{3}) = \rho h^2(\frac{a}{6}+\frac{b}{3}) =$$

$$= \frac{1}{6}\rho h^2(a+2b).$$

Таким чином, $\frac{P_b}{P_a} = \frac{\frac{1}{6}\rho h^2(b-2a)}{\frac{1}{6}\rho h^2(a+2b)} = \frac{a+2b}{2a+b} > 1$, якщо $a < b$.

Наслідки: Для прямокутної дамби $(a = b)$ $\frac{P_b}{P_a} = 1$, що і слід очікувати.

Висновок. При реалізації обчислення роботи, яку необхідно затратити на викачування рідини з конічного резервуара, потрібно виконати втричі більшу роботу для резервуара з вершиною конуса, направленого догори, у порівнянні з тим же резервуаром, якщо вершина конуса направлена донизу. Аналогічний результат в роботі приведено для оцінки величини тиску на трапецієвидну площадку з боку рідини в залежності від орієнтації цієї площадки стосовно вертикалі.

Список використаної літератури

1. Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу/ Демидович Б.П. – Москва: Наука, 1971г. - 472 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление/ Пискунов Н.С. – Москва: Наука, 1978г. - 575 с.
3. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения/ Балаш В.А. – Москва: Просвещение, 1974. - 430 с.

УДК 338.4:658.8:681.3

АНАЛІЗ ВПРОВАДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ ОБЛІКУ І КОНТРОЛЮ НА ПІДПРИЄМСТВАХ РІЗНИХ ФОРМ ВЛАСНОСТІ

***Жадько К. С.**, к.е.н., доц., докторант*
Дніпропетровська державна фінансова академія

In the article generalized and certainly approaches and role of introduction of the informative checking and account systems in the modern information providing of management of enterprises of different patterns of ownership.

В статье обобщенно и определенно подходы и роль внедрения информационных систем контроля и учета в современном информационно-аналитическом обеспечении управления предприятий разных форм собственности.

Вступ. Постановка конкретних цілей і завдань сучасного інформаційного забезпечення управління дозволяє підприємству пройти всі етапи – від мотивованого вибору програмного забезпечення до його успішного впровадження та супроводження.