

Шатохин В.М.

Национальный  
технический  
университет  
«Харьковский  
политехнический  
институт»

УДК 62-26 : 62-50

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРАЦИОННЫХ МОНТАЖНЫХ УСТРОЙСТВАХ ДЛЯ СБОРОЧНЫХ РОБОТОВ

*Розроблено математичну модель вібраційного монтажного пристрою для складального робота, що дозволяє досліджувати процес пуску механізму, усталені режими, просторові рухи будь-яких точок деталі, яка монтується. Запропонована двопараметрична модель регульованого запуску електродвигуна з дебалансом. Приведено результати розрахункових досліджень динамічних процесів при монтажі конкретної деталі.*

*The mathematical model of vibratory erection device for adjustment robot, which allows research the process of mechanism starting, formed modes, spatial movements of any point assembled detail, is developed. Two-parameter model of the controlled electric motor start with eccentric is offered. Results of calculated researches of the dynamic processes at montage of the concrete detail are produced.*

**Постановка проблемы.** Актуальной в самых разных отраслях промышленности является проблема автоматизации сборки с применением роботов (манипуляторов) для увеличения производительности труда, высвобождения рабочих рук, повышения качества работ, а также при выполнении опасных для здоровья, физически тяжелых и монотонных работ. Одним из перспективных направлений при решении этой задачи является применение так называемых неуправляемых, в частности, вибрационных монтажных устройств. Использование их позволяет отказаться при сборке даже неосесимметричных деталей без фасок от дорогостоящих датчиков и сервоприводов, не предъявляет высоких требований к жесткости всей конструкции робота. Сборка осуществляется следующим образом. Схват робота "грубо" подводит монтируемую деталь, которая установлена в грейфере вибрационного монтажного устройства, к месту соединения с другой деталью (например, плунжер к гильзе плунжера). Включается монтажное устройство, деталь с грейфером начинают совершать определенные пространственные колебания, при этом происходит сопряжение деталей, даже несмотря на то, что первоначально положение монтируемой детали было неточным. Пространственные колебания грейферу и

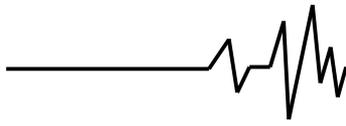
детали сообщаются электромотором с дебалансом, установленным на монтажном устройстве.

**Анализ последних исследований.** Анализ конструктивных особенностей вибрационных монтажных устройств дан в [1-3]. Там же изложены простейшие приемы выбора параметров механизмов. Моделированию динамических процессов в некоторых устройствах с дебалансными, электромагнитными и механическими виброприводами посвящены статьи [4-6].

**Цель работы.** Созданные образцы сборочных устройств подтвердили их высокую эффективность. Однако недостаточная разработка математических моделей указанных устройств, методов их исследования, оптимального выбора параметров и режимов работы затрудняет пути совершенствования существующих конструкций и рациональной компоновки аналогичных механизмов.

Целью работы является построение математических моделей одного класса вибрационных монтажных устройств, а также исследование особенностей динамических процессов, протекающих в них.

**1. Конструктивные особенности вибрационных монтажных устройств.** На рис. 1 показан внешний вид сборочного



устройства с вибрационным монтажным механизмом.

Конструктивно механизм состоит из нескольких жестких тел, соединенных между собой упругими элементами (рис. 2): 1 – основание для крепления механизма к «руке» манипулятора; 2 – кольцо; 3 – наклонные стержни; 4 – грейфер; 5 – монтируемая деталь;

6 – пластинчатые пружины; 7 – тахометр; 8 – электромотор; 9 – дебаланс; 10 – пластина упругой опоры возбудителя, которая изогнута под углом  $45^\circ$  и крепится к кольцу так, чтобы ось электромотора образовывала углы в  $45^\circ$  с направлениями, параллельными осям пластинчатых пружин.

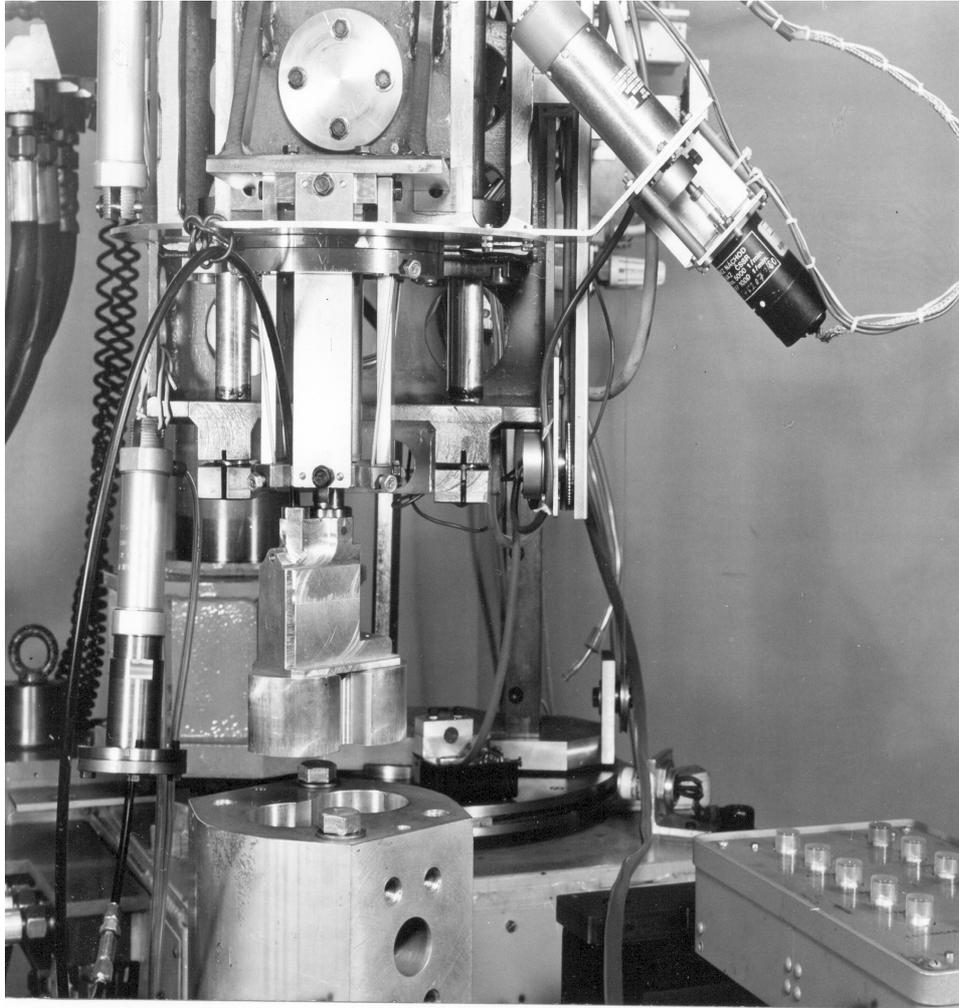


Рис. 1. Сборочное устройство с вибрационным монтажным механизмом

**2. Математическая модель вибрационного монтажного механизма.** Для записи дифференциальных уравнений движения механизма воспользуемся процедурой составления уравнений Лагранжа 2-го рода.

**Обобщенные координаты.**

Неподвижную систему координат свяжем со схватом манипулятора, ее начало поместим в плоскости крепления грейфера к пластинчатым пружинам (предполагаем, что они статически деформированы). Оси  $Ox$  и  $Oy$  направляем

вдоль указанных пружин, а ось  $Oz$  – вертикально вверх (рис. 3, а). Положение кольца в неподвижной системе координат  $Oxyz$  с точностью до бесконечно малых высшего порядка определяется тремя обобщенными координатами:  $x, y, \varphi$ .

Координаты  $x$  и  $y$  определяют положение центра масс кольца. Координата  $\varphi$  определяет поворот подвижной, жестко связанной о кольцом системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  по отношению к неподвижной.

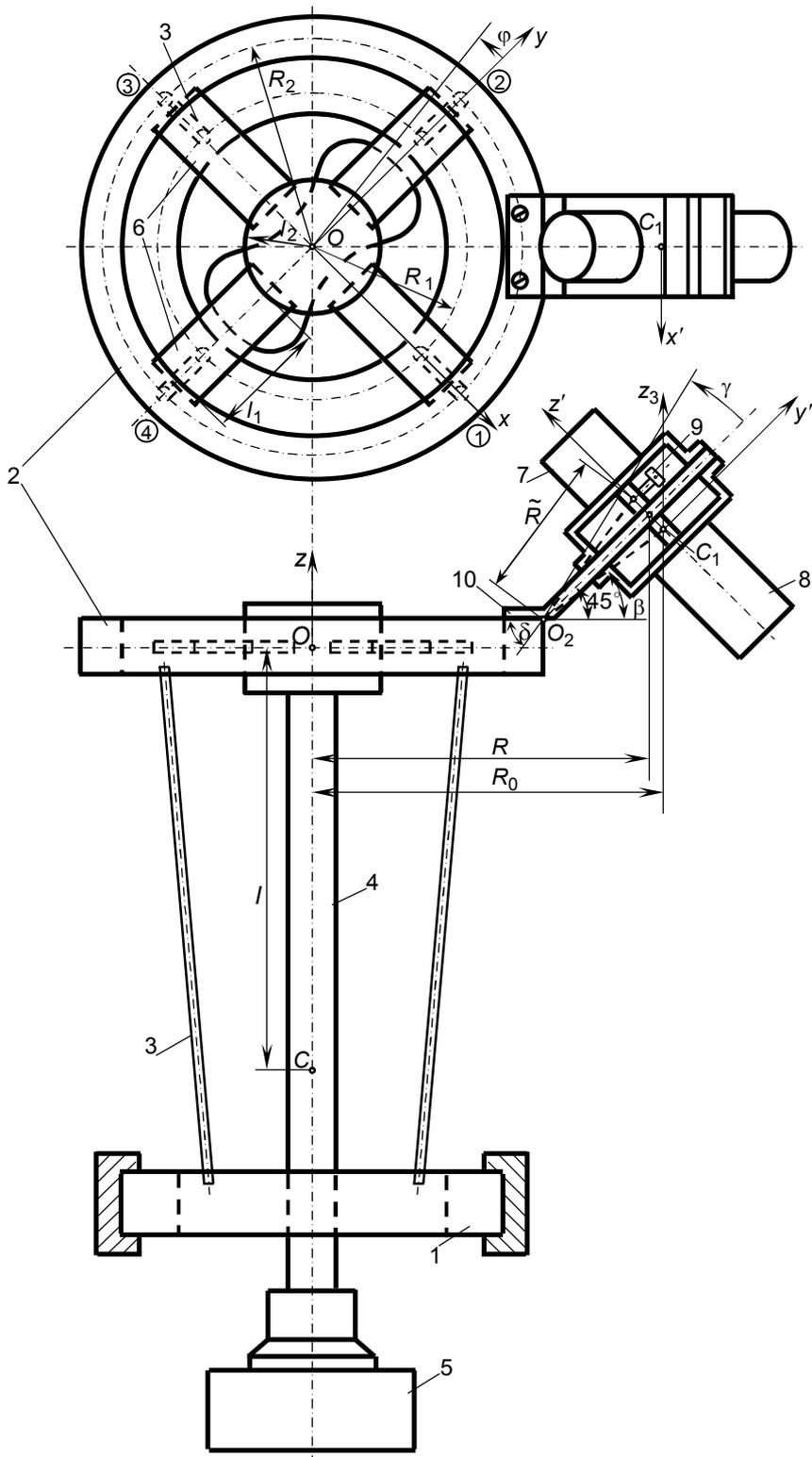
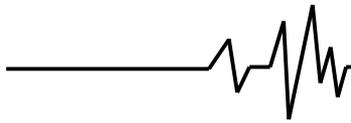


Рис. 2. Схема вібраційного монтажної механізми

В исходном состоянии соответственные координат совпадают. Можно показать, что оси подвижной и неподвижной систем положение грейфера по отношению к кольцу с

точностью до бесконечно малых высших порядков также определяется тремя обобщенными координатами (рис. 3, в): координаты  $\vartheta_{x_1}$ ,  $\vartheta_{y_1}$  характеризуют вращение грейфера вокруг осей  $Ox_1$  и  $Oy_1$ ; координата  $z_1 = z$  – вертикальное смещение точки подвеса.

Эксперименты показали, что на эксплуатационных режимах работы механизма положение возбудителя по отношению к кольцу

вполне определяется угловой координатой  $\gamma$ , а упругая связь может быть смоделирована шарниром  $O_2$  со спиральной пружиной, коэффициент жесткости которой легко определяется экспериментально (рис. 3, г).

Таким образом, движение механизма определяют семь обобщенных координат:  $x$ ,  $y$ ,  $\varphi$ ,  $\vartheta_{x_1}$ ,  $\vartheta_{y_1}$ ,  $z_1$ ,  $\gamma$ .

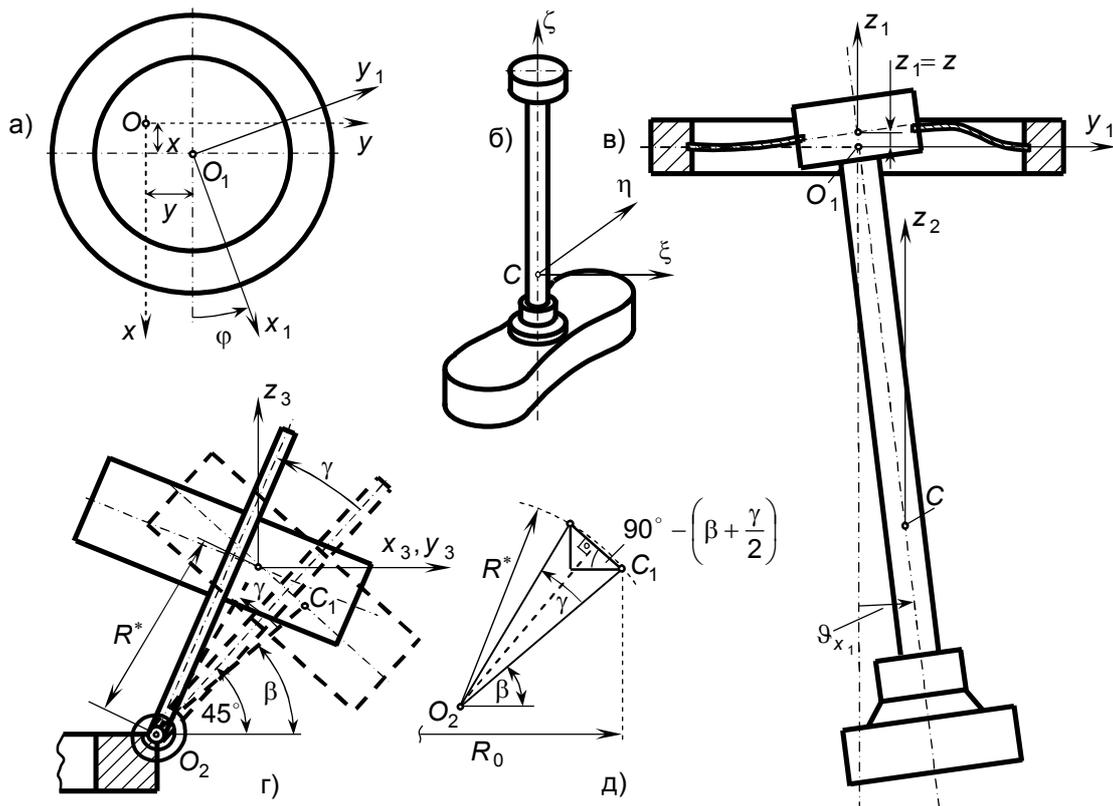


Рис. 3. Обобщенные координаты; главные центральные оси инерции грейфера

**Кинетическая энергия.** Так как кольцо совершает плоскопараллельное движение, то

$$T_1 = m_1 \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} + \frac{J_{z_1} \dot{\varphi}^2}{2}, \quad (1)$$

где  $m_1$  – масса кольца;  $J_{z_1}$  – момент инерции кольца относительно вертикальной оси.

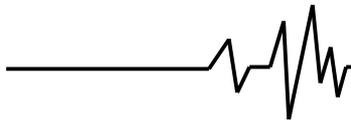
Грейфер с монтируемой деталью. При малых колебаниях имеет место формула

$$T_2 = \frac{m_2}{2} \left[ (\dot{x} - l \dot{\vartheta}_{y_1})^2 + (\dot{y} + l \dot{\vartheta}_{x_1})^2 + \dot{z}_1^2 \right] + \frac{J_{\xi} \dot{\vartheta}_{x_1}^2}{2} + \frac{J_{\eta} \dot{\vartheta}_{y_1}^2}{2} + \frac{J_{\zeta} \dot{\varphi}^2}{2}. \quad (2)$$

где  $m_2$  – масса грейфера и детали; где  $l$  – расстояние от точки подвеса до центра масс грейфера (см. рис. 2);  $J_{\xi}$ ,  $J_{\eta}$ ,  $J_{\zeta}$  – моменты инерции грейфера и детали относительно главных центральных осей инерции  $C\xi$ ,  $C\eta$ ,  $C\zeta$  (рис. 3, б).

Для возбудителя при малых колебаниях имеет место формула

$$T_3 = \frac{m_3}{2} \left[ (\dot{x} - R_0 \dot{\varphi} \cos 45^\circ - R^* \dot{\gamma} \sin \beta \cos 45^\circ)^2 + (\dot{y} + R_0 \dot{\varphi} \cos 45^\circ - R^* \dot{\gamma} \sin \beta \cos 45^\circ)^2 \right] +$$



$$+ \frac{J_{x'} \dot{\gamma}^2}{2} + \frac{J_{z_3} \dot{\phi}^2}{2}, \quad (3)$$

где  $m_3$  – масса возбудителя;  $R_0$  – расстояние от центра масс возбудителя до оси механизма;  $R^*$  – расстояние от центра масс возбудителя до оси шарнира;  $\beta$  – угол между направлением  $O_2C_1$  и горизонталью (см. рис. 3, г, д);  $J_{x'}$ ,  $J_{z_3}$  – моменты инерции возбудителя соответственно относительно осей  $C_1x'$  и  $C_1z_3$  (см. рис. 2).

Если считать возбудитель симметричным относительно плоскости  $x'C_1z'$  (в этом случае  $J_{y'z'} = 0$ ), то имеет место формула

$$J_{z_3} = J_{y'} \cos^2 45^\circ + J_{z'} \cos^2 45^\circ, \quad (4)$$

где  $J_{y'}$ ,  $J_{z'}$  – моменты инерции возбудителя соответственно относительно осей  $C_1y'$  и  $C_1z'$  (см. рис. 2).

Окончательное выражение для полной кинетической энергии системы

$$T = m_1 \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} + \frac{J_{z_1} \dot{\phi}^2}{2} +$$

$$+ \frac{m_2}{2} [(\dot{x} - l \dot{\gamma}_{y_1})^2 + (\dot{y} + l \dot{\gamma}_{x_1})^2 + \dot{z}_1^2] +$$

$$+ \frac{J_\xi \dot{\gamma}_{x_1}^2}{2} + \frac{J_\eta \dot{\gamma}_{y_1}^2}{2} + \frac{J_\zeta \dot{\phi}^2}{2} +$$

$$+ \frac{m_3}{2} \left[ (\dot{x} - R_0 \dot{\phi} \cos 45^\circ - R^* \dot{\gamma} \sin \beta \cos 45^\circ)^2 + \right.$$

$$\left. + (\dot{y} + R_0 \dot{\phi} \cos 45^\circ - R^* \dot{\gamma} \sin \beta \cos 45^\circ)^2 + \right.$$

$$\left. + R^{*2} \dot{\gamma}^2 \cos^2 \beta \right] + \frac{J_{x'} \dot{\gamma}^2}{2} + \frac{J_{z_3} \dot{\phi}^2}{2}. \quad (5)$$

**Обобщенные восстанавливающие силы.** На рис. 4, а-в показан характер деформирования стержней при изменении координаты  $x$  (нумерация стержней принята такой, как на рис. 2). Несмотря на некоторое различие краевых условий, при вычислении обобщенной силы для всех стержней принималась одинаковая модель – прямой стержень с защемленными концами. Это оправдано, так как краевые условия не являются вполне определенными, хотя конструктивно они реализуются в виде «заделки».

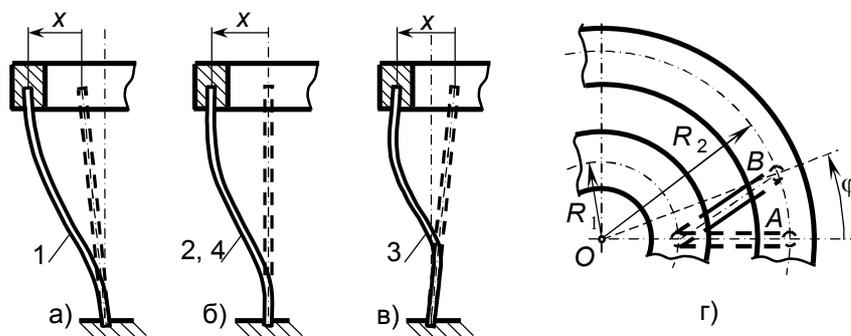


Рис. 4. Схемы для нахождения обобщенных сил  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $Q_\phi$

Тогда обобщенные силы, соответствующие координатам  $x$  и  $y$ ,

$$Q_x = -4cx, \quad (6) \quad Q_y = -4cy, \quad (7)$$

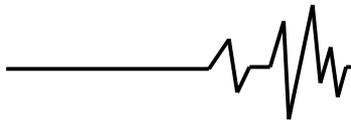
где  $c = \frac{12EI_{zz}}{l_c^3}$  – коэффициент жесткости стержня;  $E$  – модуль упругости стали;  $I_{zz} = \frac{\pi d_c^4}{64}$  – осевой момент поперечного

(круглого) сечения стержня;  $l_c$  – длина стержня;  $d_c$  – диаметр стержня.

Перемещение конца стержня  $AB$  при повороте кольца на угол  $\phi$  (рис. 4, г)

$$AB = 2R_2 \sin \frac{\phi}{2},$$

где  $R_2$  – радиус большей окружности, на которой закреплены концы стержней ( $R_1$  – радиус меньшей окружности).



Тогда для поперечной силы, соответствующей этому перемещению, и момента от нее относительно оси  $Oz$  имеют место выражения

$$P_{\varphi} = -c \cdot AB = -2cR_2 \sin \frac{\varphi}{2},$$

$$M_{\varphi} = -R_2 \cos \frac{\varphi}{2} 2cR_2 \sin \frac{\varphi}{2} \cdot AB = -cR_2^2 \sin \varphi.$$

Следовательно, обобщенная сила, соответствующая координате  $\varphi$  (угол  $\varphi$  полагаем малым)

$$Q_{\varphi} = -4cR_2^2 \varphi. \quad (8)$$

Заметим, что скручивание стержней здесь не учитывалось, так как стержни являются тонкими.

Для вычисления обобщенных сил, соответствующих координатам  $\vartheta_{x_1}$ ,  $\vartheta_{y_1}$ , найдем момент и поперечную силу от изгиба пластинчатой пружины (рис. 5, а). Воспользуемся дифференциальным уравнением упругой линии и краевыми условиями, которые для правой пружины имеют вид (здесь оси  $x$  и  $y$  – вспомогательные)

$$V_y(0) = 0, \quad V'_y(0) = 0, \quad V_y(l_1) = f, \quad V'_y(l_1) = -\vartheta_{x_1},$$

где  $V_y(x)$ ,  $V'_y(x)$  – перемещение и производная от перемещения;  $l_1$  – длина свободной части пластинчатой пружины;  $f = l_2 \vartheta_{x_1}$  (для малых углов);  $l_2$  – радиус верхней части рейфера.

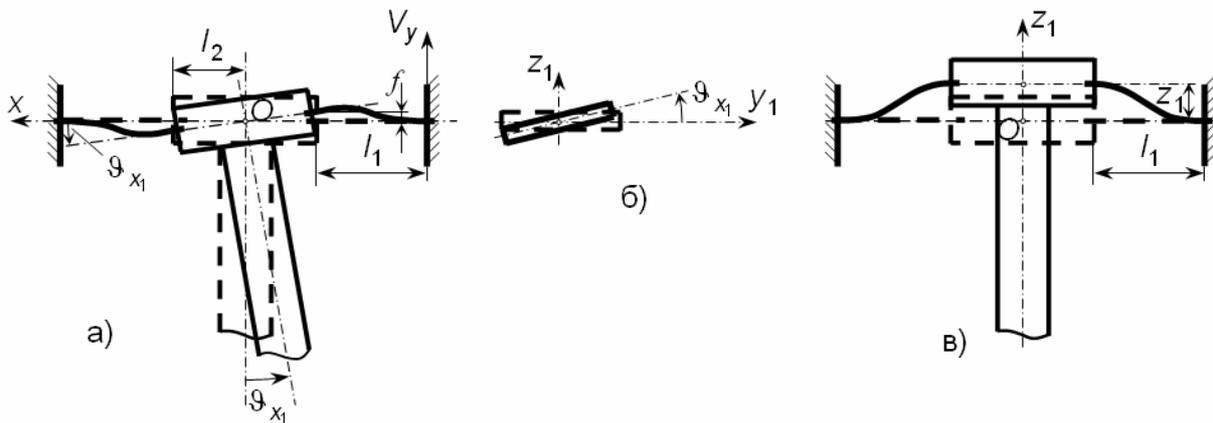


Рис. 5. Схемы для нахождения обобщенных сил  $Q_{\vartheta_{x_1}}$ ,  $Q_{\vartheta_{y_1}}$ ,  $Q_{z_1}$

После определения произвольных постоянных в общем решении дифференциального уравнения для поперечной силы и изгибающего момента при  $x = l_1$  имеем

$$Q = -a \vartheta_{x_1}, \quad (9) \quad M = -d \vartheta_{x_1}, \quad (10)$$

где  $a = EI_{zz}^* \frac{12 \left( \frac{l_1 + l_2}{2} \right)}{l_1^3}; \quad d = EI_{zz}^* \frac{4l_1 + 6l_2}{l_1^2};$

$I_{zz}^* = \frac{bh^3}{12}$  – осевой момент инерции прямоугольного сечения плоской пружины;  $b$  – ширина пружины;  $h$  – толщина пружины.

Момент от скручивания плоской пружины (рис. 5, б) находится с использованием

известной формулы сопротивления материалов

$$M_d = -d_1 \vartheta_{x_1}, \quad (11)$$

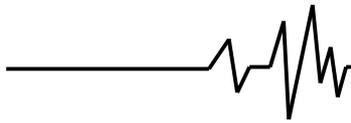
где  $d_1 = \frac{GJ_t}{l_1}; \quad J_t = \alpha h^3 b$  – момент

сопротивления кручению для прямоугольного сечения;  $\alpha$  – табличный коэффициент, зависящий от соотношения  $h$  и  $b$ .

С учетом формул (9)–(11) выражение обобщенной силы для малых углов запишется так

$$Q_{\vartheta_{x_1}} = -\tilde{c} \vartheta_{x_1}, \quad (12)$$

где  $\tilde{c} = 2al_2 + 2d + 2d_1 + m_2 g l$ ;  $g$  – ускорение силы тяжести.



Очевидно, что выражение, аналогичное (12), справедливо и для обобщенной силы, соответствующей координате  $q_{y_1}$

$$Q_{q_{y_1}} = -\tilde{c} q_{y_1}. \quad (13)$$

На рис. 5, в показан характер деформирования пластинчатых пружин при

изменении координаты  $z_1$ . Тогда обобщенная сила

$$Q_{z_1} = -4c_1 z_1. \quad (14)$$

где  $c_1 = \frac{12EI_{zz}^*}{l_1^3}$ .

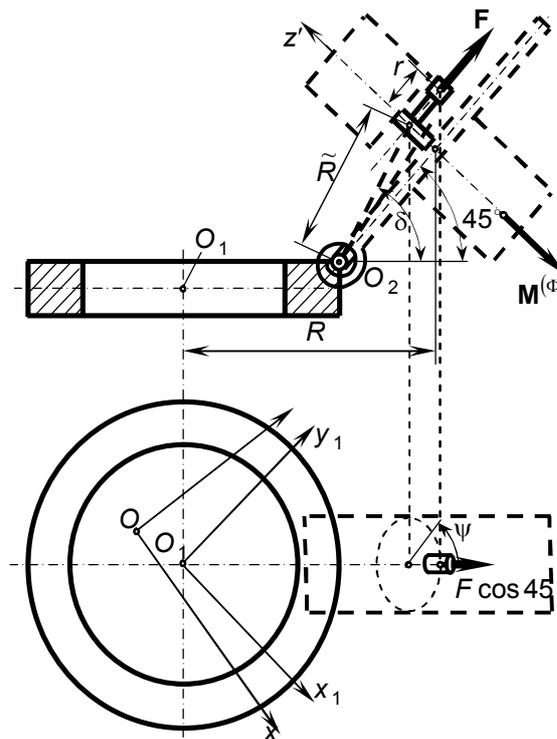


Рис. 6. Схема для нахождения возмущающих воздействий

Для определения обобщенной силы  $Q_\gamma$  проведены эксперименты по статическому деформированию упругой опоры возбудителя. Зависимость между моментом и углом  $\gamma$  оказалась при этом близкой к линейной, поэтому выражение для обобщенной силы принято в виде

$$Q_\gamma = -c_2 \gamma, \quad (15)$$

где  $c_2$  – экспериментальное значение коэффициента жесткости.

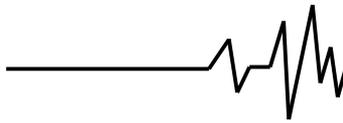
**Возмущающие силы.** Для удобства рассуждений на рис. 6 показаны необходимые части механизма, координатные оси, обозначения.

При малых колебаниях момент центробежной силы инерции дебаланса  $F$

относительно оси  $O_1 z_1$  и реактивный момент возбудителя в сумме дают

$$M_{O_1 z_1} = m\dot{\psi}^2 r R \sin \psi - I_z^{(r)} \ddot{\psi} \cos 45^\circ. \quad (16)$$

где  $F = m\dot{\psi}^2 r$  – модуль центробежной силы инерции дебаланса;  $m$  – масса дебаланса;  $r$  – расстояние от центра масс дебаланса до оси электродвигателя;  $\dot{\psi}$  – угловая скорость ротора электромотора;  $R$  – расстояние от оси механизма до точки пересечения плоскости движения дебаланса с осью электромотора;  $M^{(\Phi)} = I_z^{(r)} |\ddot{\psi}|$  – модуль «реактивного» момента роторов электромотора и тахометра при пуске ( $M_z^{(\Phi)} = -I_z^{(r)} \ddot{\psi}$  – проекция момента на ось  $z'$ );  $I_z^{(r)}$  – суммарный момент инерции роторов



электромотора и тахометра относительно оси  $z'$ ;  $\psi$  – угол поворота ротора электромотора.

Проекции силы  $F$  на оси  $Ox$  и  $Oy$  при малых колебаниях

$$F_x = \frac{\sqrt{3}}{2} m \dot{\psi}^2 r \cos(\psi + \xi),$$

$$F_y = \frac{\sqrt{3}}{2} m \dot{\psi}^2 r \cos(\psi - \xi), \quad (17)$$

где  $\cos \xi = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $\sin \xi = \sqrt{\frac{2}{3}}$ .

Момент силы  $F$  относительно оси  $O_2z_4$  шарнира  $O_2$

$$M_{O_2z_4} = -m \dot{\psi}^2 r \cos \psi \tilde{R} \sin(\delta - 45^\circ), \quad (18)$$

где  $\tilde{R}$  – расстояние от оси шарнира  $O_2$  до точки пересечения оси электромотора и плоскости движения дебаланса.

Ось  $O_2z_4$  – перпендикулярна плоскости рис. 6 и, следовательно, параллельна оси  $C_1x'$  на рис. 2. На указанных рисунках она не изображена.

Корректное математическое описание сил сопротивления представляет сложную задачу. Так как для рассматриваемых устройств имеет значение интегральный эффект действия указанных сил, для простоты описания **обобщенные силы сопротивления** принимались пропорциональными соответствующим обобщенным скоростям  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\vartheta}_{x_1}$ ,  $\dot{\vartheta}_{y_1}$ ,  $\dot{z}_1$ ,  $\dot{\gamma}$ , т.е. в виде:

$$Q_x^* = -\beta_x \dot{x}, \quad Q_y^* = -\beta_y \dot{y}, \quad Q_\phi^* = -\beta_\phi \dot{\phi},$$

$$Q_{\vartheta_{x_1}}^* = -\beta_{\vartheta_{x_1}} \dot{\vartheta}_{x_1}, \quad Q_{\vartheta_{y_1}}^* = -\beta_{\vartheta_{y_1}} \dot{\vartheta}_{y_1}, \quad Q_{z_1}^* = -\beta_{z_1} \dot{z}_1,$$

$$Q_\gamma^* = -\beta_\gamma \dot{\gamma}.$$

Для оценки эквивалентных коэффициентов демпфирования  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $\beta_\phi$ ,  $\beta_{\vartheta_{x_1}}$ ,  $\beta_{\vartheta_{y_1}}$ ,  $\beta_{z_1}$ ,  $\beta_\gamma$  удобно использовать экспериментальные данные по колебаниям на резонансных режимах, которые характерны для рассматриваемых устройств.

**Дифференциальные уравнения движения механизма.** После выполнения стандартных операций по составлению дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го

рода с учетом приведенных выше выражений, уравнения движения механизма записываются в виде

$$M \ddot{q} + B \dot{q} + Cq = P, \quad (19)$$

где  $q = [x, y, \phi, \vartheta_{x_1}, \vartheta_{y_1}, z_1, \gamma]^T$  – вектор обобщенных координат;  $M$  – матрица инерции;  $B = \text{diag} \{ \beta_x, \beta_y, \beta_\phi, \beta_{\vartheta_{x_1}}, \beta_{\vartheta_{y_1}}, \beta_{z_1}, \beta_\gamma \}$  – диагональная матрица демпфирования;  $C = \text{diag} \{ 4c, 4c, 4cR_2^2, \tilde{c}, \tilde{c}, 4c_1, c_2 \}$  – диагональная матрица жесткости;  $P$  – вектор возмущения ( $\tau$  – знак транспонирования).

Для ненулевых элементов матрицы инерции имеем следующие выражения:

$$m_{1,1} = m_1 + m_2 + m_3;$$

$$m_{1,3} = m_{3,1} = -m_{2,3} = -m_{3,2} = -m_3 R_0 \cos 45^\circ;$$

$$m_{1,5} = m_{5,1} = -m_2 l;$$

$$m_{1,7} = m_{7,1} = m_{2,7} = m_{7,2} = -m_3 R^* \sin \beta \cos 45^\circ;$$

$$m_{2,2} = m_1 + m_2 + m_3; \quad m_{2,4} = m_{4,2} = m_2 l;$$

$$m_{3,3} = J_{z_1} + J_\zeta + J_{z_3} + m_3 R_0^2, \quad m_{4,4} = J_\xi + m_2 l^2;$$

$$m_{5,5} = J_{\eta_1} + m_2 l^2; \quad m_{6,6} = m_2,$$

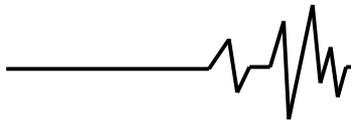
$$m_{7,7} = m_3 R^{*2} + J_{x'}.$$

Формулы (16)–(18) позволяют представить вектор возмущения в виде

$$P = \left[ \begin{array}{c} \frac{\sqrt{3}}{2} m \dot{\psi}^2 r \cos(\psi + \xi), \quad \frac{\sqrt{3}}{2} m \dot{\psi}^2 r \cos(\psi - \xi), \\ m \dot{\psi}^2 r R \sin \psi - I_z^{(r)} \ddot{\psi} \cos 45^\circ, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \\ -m \dot{\psi}^2 r \cos \psi \tilde{R} \sin(\delta - 45^\circ) \end{array} \right]^T. \quad (20)$$

При формировании компонентов вектора возмущения принималось, что зависимость угловой скорости ротора электродвигателя от времени при включении устройства имеет вид, приведенный на графике рис. 7. Для интервала времени  $0 \leq t \leq t_0$  взят квадратичный закон изменения угловой скорости, что хорошо согласуется с данными экспериментов. Зависимость угла поворота ротора электродвигателя от времени оказывается при этом следующей:

$$\psi = \begin{cases} -\frac{\omega_0(t-t_0)^3}{3t_0^2} + \omega_0 t - \frac{\omega_0 t}{3}, & t \leq t_0; \\ \frac{2}{3} \omega_0 t_0 + \omega_0(t-t_0), & t > t_0, \end{cases}$$



где  $\omega_0$  – угловая скорость установившегося режима (управляемый параметр);  $t_0$  – время установления.

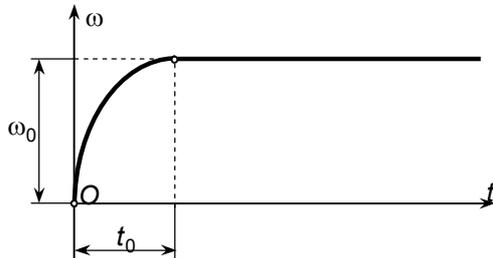


Рис. 7. Закон изменения угловой скорости электродвигателя при пуске

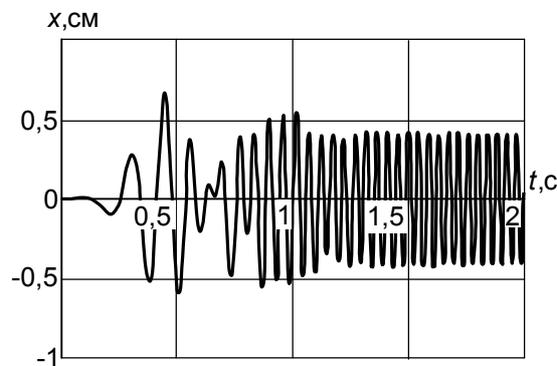


Рис. 8. Закон изменения координаты x

На установившихся режимах работы устройства  $\psi = \omega t$ ,  $\dot{\psi} = \omega$ ,  $\ddot{\psi} = 0$ , поэтому в этом случае

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} m \omega^2 r \cos(\omega t + \xi), & \frac{\sqrt{3}}{2} m \omega^2 r \cos(\omega t - \xi), \\ m \omega^2 r R \sin \omega t, & 0, & 0, & 0, \\ -m \omega^2 r \cos \omega t \tilde{R} \sin(\delta - 45^\circ) \end{bmatrix}^T. \quad (21)$$

**3. Расчетно-экспериментальные исследования динамических процессов в вибрационном механизме.** Расчетные исследования проведены для механизма со следующими параметрами:

$m_1 = 0,607$  кг;  $m_2 = 0,534$  кг;  $m_3 = 0,502$  кг;  
 $J_{z_1} = 0,517 \cdot 10^{-3}$  кгм<sup>2</sup>;  $J_{\xi} = 0,2019 \cdot 10^{-2}$  кгм<sup>2</sup>;  
 $J_{\eta} = 0,1873 \cdot 10^{-2}$  кгм<sup>2</sup>;  $J_{\zeta} = 0,600 \cdot 10^{-4}$  кгм<sup>2</sup>;  
 $J_{x'} = 0,6715 \cdot 10^{-2}$  кгм<sup>2</sup>;  $J_{y'} = 0,6715 \cdot 10^{-2}$  кгм<sup>2</sup>;  
 $J_{z'} = 0,642 \cdot 10^{-4}$  кгм<sup>2</sup>;  $I_z^{(r)} = 0,6099 \cdot 10^{-4}$  кгм<sup>2</sup>;  
 $R = 0,141$  м;  $R_0 = 0,15$  м;  $R^* = 0,05$  м;  $\tilde{R} = 0,052$  м;

$l = 0,17$  м;  $l_c = 0,088$  м;  $d_c = 0,002$  м;  
 $R_2 = 0,048$  м;  $b = 0,01$  м;  $h = 0,14 \cdot 10^{-2}$  м;  
 $l_1 = 0,025$  м;  $l_2 = 0,015$  м;  $\beta = 45^\circ$ ;  $\gamma = 60^\circ$ ;  
 $c_2 = 0,1747 \cdot 10^3$  Нм;  $E = 0,21 \cdot 10^6$  МПа;  
 $G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа;  $\alpha = 0,3$  (соответствует  $b/h \approx 7$ ).

Характер изменения обобщенных координат  $x, y, \varphi, \vartheta_{x_1}$  при пуске устройства иллюстрируют рис. 8 - 11.

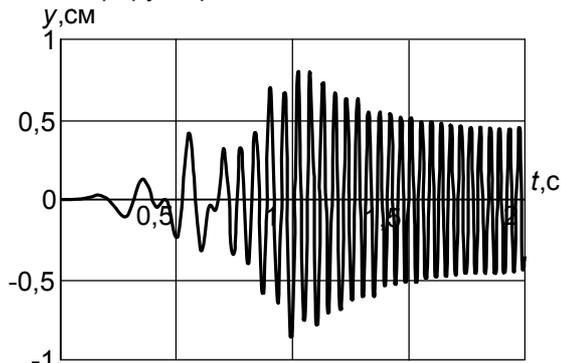


Рис. 9. Закон изменения координаты y

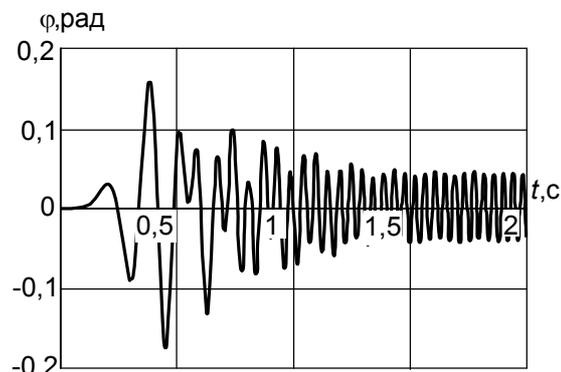


Рис. 10. Закон изменения координаты φ

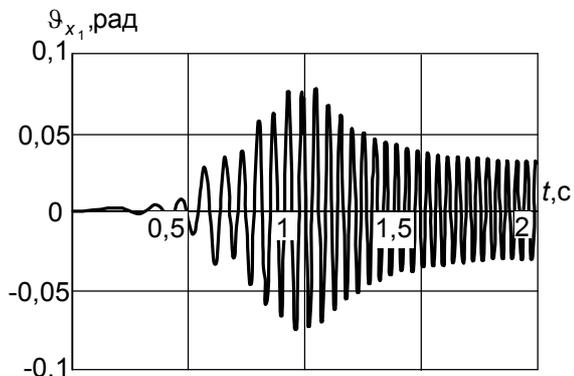
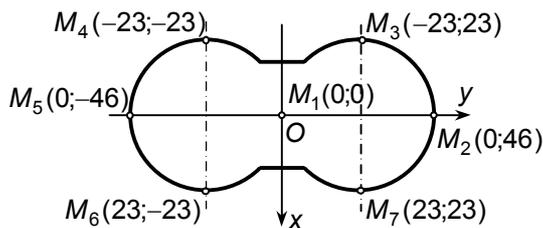
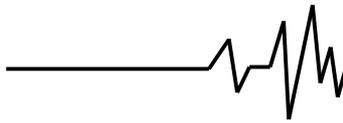


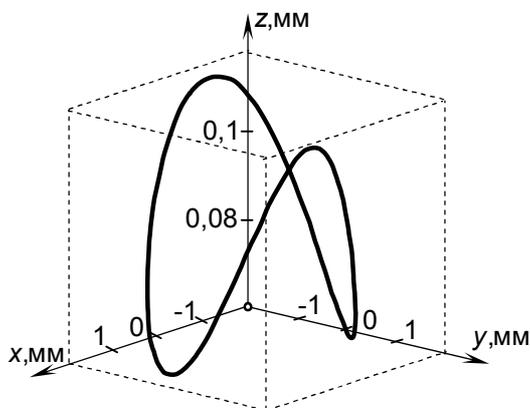
Рис. 11. Закон изменения координаты  $\vartheta_{x_1}$



**Рис. 12. Расположение характерных точек основания монтируемой детали**

Расчеты проведены при  $t_0 = 2\text{с}$ ,  $\omega_0 = 152,05\text{рад/с}$  ( $n_0 = 1452\text{мин}^{-1}$ ). В этом случае реализуются резонансные колебания вблизи 6-ой собственной частоты механизма ( $\nu_6 = 24,2\text{Гц}$ ), когда значительно меняются координаты  $\vartheta_{x_1}$ ,  $\vartheta_{y_1}$  и достаточно существенны изменения координат  $x$ ,  $y$ ,  $\varphi$  [7, 8]. Такой режим способствует быстрому сопряжению деталей, что подтверждается опытным путем.

Пространственные движения некоторых характерных точек основания монтируемой детали, представленного на рис. 12 (координаты даны в миллиметрах), показаны на рис. 13-15.



**Рис. 13 Траектория движения точки  $M_1$**

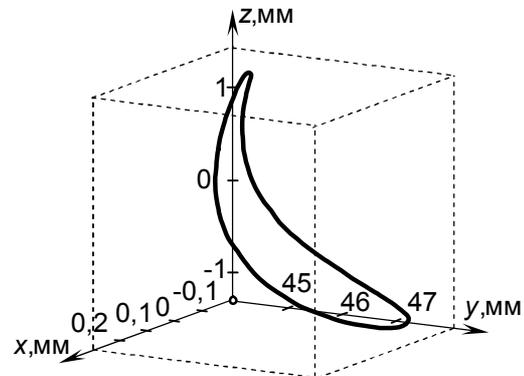
**Выводы.**

1. Построена полная математическая модель вибрационного монтажного устройства для сборочного робота, позволяющая исследовать процесс пуска механизма, установившиеся режимы, пространственные движения любых точек монтируемой детали.

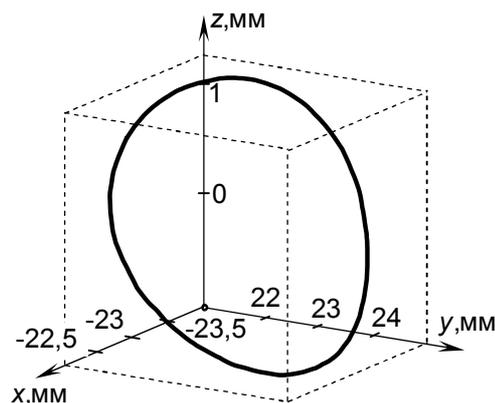
2. Предложена двухпараметрическая модель регулируемого запуска электродвигателя с дебалансом.

3. Приведены результаты расчетных исследований динамических процессов при монтаже конкретной детали.

4. Изложенный подход перспективен при создании и совершенствовании аналогичных конструкций.



**Рис. 14 Траектория движения точки  $M_2$**



**Рис. 15. Траектория движения точки  $M_3$**

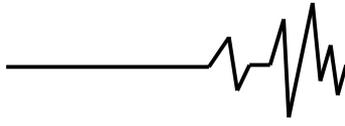
**Литература**

1. Jacobi P. Fügemechanismen für die automatisierte Montage mit Industrierobotern.– Chemnitz, 1982.– 196 s.

2. Шатохин В.М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: Монография.– Харьков: НТУ “ХПИ”, 2008.– 456 с.

3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Под ред. Э.Э. Лавендела.– М: Машиностроение, 1981.– т. 4: Вибрационные процессы и машины.– 510 с.

4. Шатохин В.М. Синтез параметров вибрационного монтажного устройства при вынужденных нелинейных колебаниях // Вісник Інженерної академії України. Спеціальний випуск.–Київ: Інженерна академія України.–2000.– С. 407-410.



5. Лобзонов Б.А., Судник Ф.А. К расчету режимов колебаний при вибрационной сборке.– В кн.: Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. Рига: Зинатне, 1989, вып. 6.– С. 33-42.

6. Савиценко В.М., Беспалов В.Г. Ориентация деталей исканием при автоматической сборке // Вестник машиностроения, 1995, № 5.– С. 48-50.

7. Шатохин В. М., Якоби П. Синтез параметров вибрационного монтажного устройства для сборочного робота // Теория механизмов и машин.– Харьков: Вища школа.– 1985.– Вып. 38.– С. 3-13.

8. Зайцев А.И., Шатохин В.М. Синтез параметров вибрационных монтажных устройств по собственным формам колебаний // Вібрації в техніці та технологіях.– 2007.– № 2 (47).– С. 21-25.