

Нечай Е.В.

Щелоков В.С.

**Восточнокраинский
национальный
университет имени
Владимира Даля**

УДК 621.9.048

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТДЕЛОЧНО-ЗАЧИСТНЫХ ОПЕРАЦИЙ

У роботі сформульовані загальні вимоги модельного характеру в межах аналітичного розв'язку проблеми оздоблювально-зачисних операцій шпіндельної обробки деталей у середовищі вільного абразиву. Знайдено закон, який описує просторово-часові особливості геометричної модифікації оброблюваної поверхні та наведені оціночні співвідношення прикладного змісту.

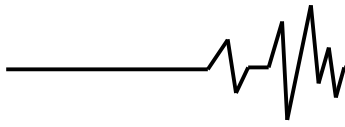
The general requirements of model character in measures of analytic decision of the problem of finishing-and-skining operations of shpindel treatment of details in free abrasive. Law which describes the spatio-temporal features of geometrical modification of treating surface is found. Evaluation correlations of the applied maintenance are resulted.

1. Введение. В публикациях отечественных [1, 2, 3] и зарубежных ученых [4, 5] содержатся многочисленные экспериментальные результаты в области отделочно-зачистных операций (ОЗО) обработки деталей. Эксперименты подобного рода приобретают особую актуальность в связи с интенсивным развитием производства высокоточного оборудования, используемого в различных отраслях машиностроения, в частности, в авиационной промышленности. Несмотря на положительный характер полученных экспериментальных данных, широкое внедрение тех или иных технологий шлифовки поверхностей деталей (метод виброобработки, метод шпіндельної обробки и др.) сдерживается отсутствием системного аналитического подхода к проблеме описания ОЗО, особенно в практически важном случае, когда финишной обработке подвергаются поверхности тел вращения, погруженных в среду свободного абразива. Следует отметить, что существующие аналитические схемы взаимодействия обрабатываемой поверхности с обрабатываемой средой [6, 7] строятся на детальном изучении единичного контакта абразивной частицы и детали с привлечением вероятностного аппарата для количественной оценки результатов обработки. Такой подход, на наш взгляд, является недостаточным для создания технологии ОЗО, которая должна основываться на принципах феноменологической теории, так как совокупность большого числа микроконтактов носит феноменологический характер и должна исследоваться на уровне макропараметров

абразивной среды и обрабатываемого тела как единой консервативной системы. Эта проблема и будет представлять собой предмет исследования в данной работе.

2. Постановка проблемы. *Общий случай.* Рассмотрим на евклидовой плоскости R^2 декартову прямоугольную систему координат x^0y и совмещенную с ней полярную систему координат $rO\varphi$. Пусть Σ_0 - некоторое однородное тело (деталь) с плотностью массы ρ образовано вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции T_0 , ограниченной сверху кривой $C_0: r = r_0(\varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, а снизу – отрезком оси абсцисс $[a, b]$, $a = r_0(\pi)$, $b = r_0(0)$ (рис. 1)

Выбор такой геометрии тела Σ_0 не ограничивает общности последующих аналитических построений, которые легко могут быть распространены и на практически важный случай, когда в уравнении кривой C_0 полярный угол изменяется в промежутке $[\varphi_1, \varphi_2]$, $0 < \varphi_1 < \varphi_2 < \pi$, а криволинейная трапеция T_0 ограничена справа и слева соответственно отрезками прямых $x=c$ и $x=d$ и снизу – отрезком $[c,d]$ (рис.1, заштрихованная область). Математически эта модель может быть изучена с помощью процедуры доопределения до схемы общей задачи. Отметим, что в данной работе будет рассмотрен и, так называемый, *специальный случай*, когда тело Σ_0 - это цилиндр радиуса r_0 .



Далее тело Σ_o погружается в изотропную среду свободного абразива с

внутренним давлением P и закрепляется посредством зажимного устройства в шпинделе, который вращается с угловой скоростью ω , начиная с момента времени $t = 0$. Рис.1 представляет собой идеализацию эксперимента, поэтому кинематическая часть ОЗО на нем не обозначена.

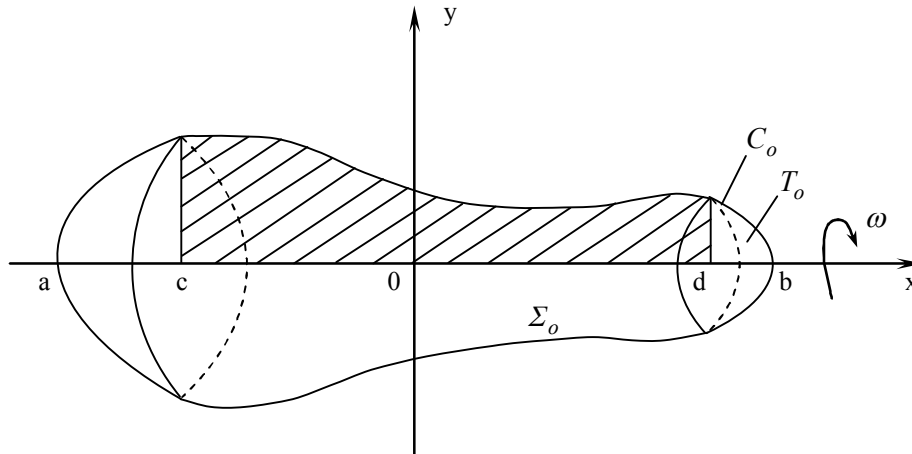


Рис.1. Общий вид тела вращения Σ_o в методе шпиндельной обработки с установкой зажимного приспособления в точках $x = a$ и $x = b$

Пусть S_t - поверхность, образованная вращением вокруг оси Ox кривой $C_t : r = r(t, \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, $t \geq 0$, при этом $C_o : r = r(0, \varphi) \equiv r_o(\varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi$. Будем полагать, что $r(t, \varphi) \in C^1(\{t \geq 0\} \times [0, \pi])$. В процессе шлифовки начальной поверхности S_o тела Σ_o происходит модификация его геометрии за счет съема материала тела (потери массы). В связи с этим возникают следующие вопросы:

* какой будет геометрия модифицированного начального тела Σ_o в процессе ОЗО его поверхности в произвольный момент времени $t > 0$;

* как сочетание внутренних и внешних параметров задачи влияет на скорость ОЗО;

* как определяется оптимальный режим ОЗО для достижения технологической поверхности S_{tec} ;

* какой должен быть класс исходной поверхности S_o тела Σ_o , чтобы в течении технологического промежутка времени $[0, \tau_{tec}]$ достичь поверхности S_{tec} .

Замечание. Строгое определение понятия S_{tec} и величины τ_{tec} будет дано ниже.

3. Результаты исследования. При ОЗО исходной поверхности происходит потеря массы тела Σ_o в результате работы силы трения между поверхностью S_o и абразивной средой. Обозначим символом Σ_t тело, в которое переходит начальное тело Σ_o за время шлифовки $t > 0$. Тогда, учитывая изотропию абразивной среды, легко видеть, что поверхность S_t тела Σ_t будет образована вращением вокруг оси Ox кривой C_t . Отсюда следует, что полное описание процесса ОЗО поверхности тела Σ_o должно проводиться в терминах функции $r(t, \varphi)$. Имея в виду биекцию между множествами $\{S_t, t \geq 0\}$ и $\{r(t, \varphi), t \geq 0\}$ функцию $r(t, \varphi)$ будем в дальнейшем называть *поверхностью*.

Для иллюстрации последующих математических построений удобно использовать информацию на рис. 2, где



изображены графики кривой $C_t : r = r(t, \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi$ и $C_{t+\Delta t} : r = r(t + \Delta t, \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, соответствующих динамике

процесса ОЗО на временном промежутке $[t, t + \Delta t]$.

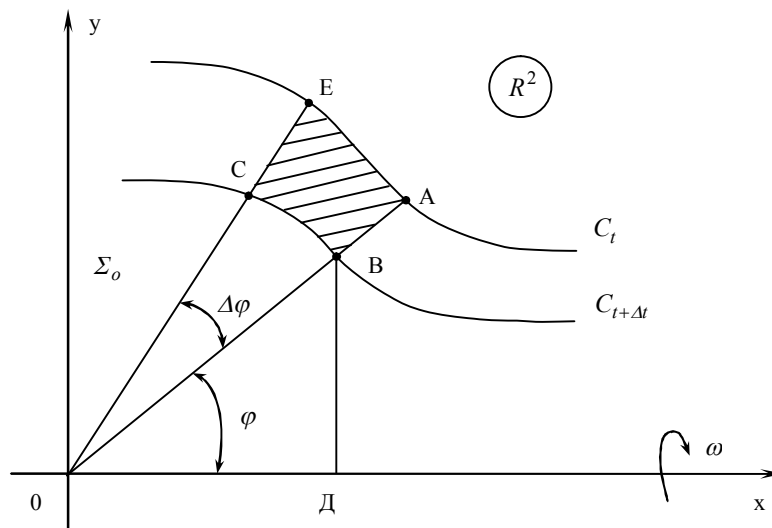


Рис.2. Графики кривых C_t и $C_{t+\Delta t}$ фиксирующих слой снятого материала при шлифовке тела Σ_o за время Δt

Криволинейный четырехугольник ABCE (рис. 2, заштрихованная область) представляет собой сечение плоскостью xOy кольца материала тела Σ_o , который снимается при шлифовке за время Δt . Найдем массу этого кольца Δm . Площадь криволинейного четырехугольника ABCE равна:

$$\Delta V = 2\pi r^2(t + \Delta t, \varphi) \sin \varphi [r(t, \varphi) - r(t + \Delta t, \varphi)] \Delta \varphi .$$

Таким образом, Δm дается равенством

$$\Delta m = \rho \Delta V = 2\pi \rho r^2(t + \Delta t, \varphi) \sin \varphi [r(t, \varphi) - r(t + \Delta t, \varphi)] \Delta \varphi . \quad (1)$$

Найдем теперь работу ΔA силы трения на промежутке времени $[t, t + \Delta t]$, что влечет за собой потерю телом Σ_o массы Δm (1). Абразивная среда является *изотропной* с постоянным внутренним давлением P , действующим по нормали к поверхности S_t , а сила трения направлена по касательной к окружности радиуса $r(t + \Delta t, \varphi) \sin \varphi$ в любой ее точке. Следовательно, работа ΔA равна

$$\Delta A = 2\pi \alpha \omega r^3(t + \Delta t, \varphi) \sin^2 \varphi \Delta \varphi \Delta t , \quad (2)$$

где α - коэффициент трения.

пл. $ABCE = r(t + \Delta t, \varphi) [r(t, \varphi) - r(t + \Delta t, \varphi)] \Delta \varphi$, где Δt и $\Delta \varphi$ - дифференциально малые величины, а объем ΔV соответствующего кольца равен:

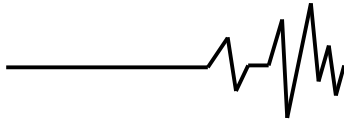
$$\Delta V = 2\pi BD \cdot \text{пл.} ABCE$$

или

При выводе формулы (2) мы учли, что площадь поверхности, образованной вращением дуги $\overset{\frown}{BC}$ вокруг оси Ox (рис. 2) равна $2\pi r^2(t + \Delta t, \varphi) \sin \varphi \Delta \varphi$, а путь, на котором фиксируется работа силы трения ΔA (2), равен $\omega r(t + \Delta t, \varphi) \sin \varphi \Delta t$.

Далее, введем следующее:

Определение 1. Величина, численно равная массе материала, теряемой телом Σ_o в процессе ОЗО его поверхности в среде свободного абразива и соответствующей единичной работе силы трения, называется



коэффициентом дефекта массы и В соответствии с Определением 1 и обозначается символом K_α . учитывая равенства (1), (2), получим

$$\Delta m = K_\alpha \Delta A,$$

$$\begin{aligned} 2\pi\rho r^2(t + \Delta t, \varphi) \sin \varphi [r(t, \varphi) - r(t + \Delta t, \varphi)] \Delta \varphi = \\ = 2\pi\alpha K_\alpha \omega p r^3(t + \Delta t, \varphi) \sin^2 \varphi \Delta \varphi \Delta t. \end{aligned} \quad (3)$$

Выполняя в (3) соответствующие упрощения и деля правую и левую части на $\Delta t \neq 0$, будем иметь

$$-\frac{r(t + \Delta t, \varphi) - r(t, \varphi)}{\Delta t} = \frac{\alpha K_\alpha \omega p}{\rho} \sin \varphi r(t + \Delta t, \varphi). \quad (4)$$

Переходя в (4) к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ и замечая, что $r(t, \varphi) \in C^1(\{t \geq 0\} \times [0, \pi])$, получим дифференциальное уравнение (ДУ) первого порядка по переменному t для неизвестной функции $r(t, \varphi)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r(t, \varphi)}{\partial t} = -\frac{\alpha K_\alpha \omega p}{\rho} \sin \varphi r(t, \varphi), \\ r(0, \varphi) = r_0(\varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \pi. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение ДУ (5) имеет вид

$$\begin{aligned} r(t, \varphi) = r_0(\varphi) \exp\left(-\frac{\alpha K_\alpha \omega p t}{\rho} \sin \varphi\right), \\ t \geq 0, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi. \end{aligned} \quad (6)$$

Определение 2. Закон $r(t, \varphi)$ (6), описывающий геометрию соответствующей поверхности вращения S_t в духе сюръективного отображения, называется *M-поверхностью* и обозначается $M_{surf}(t, \varphi; r_0(\varphi); \alpha, K_\alpha, \omega, p, \rho)$ или кратко M_{surf} .

Учитывая, что $r_0(\varphi) \in C^1[0, \pi]$, легко видеть, что M_{surf} принадлежит классу $C^1(\{t \geq 0\} \times [0, \pi])$, а по переменному t - классу $C^\infty(t \geq 0)$.

Из структуры M_{surf} (6) непосредственно следует, что у произвольного тела вращения Σ_o в процессе ОЗО существуют две неподвижные точки, в которых отсутствует сьем материала. Этим точкам соответствуют значения полярного угла $\varphi = 0, \pi$: $r(t, 0) = r_0(0) = b$, $r(t, \pi) = r_0(\pi) = a$, $t \geq 0$.

Рассмотрим с точки зрения приложения аппарата формулы (6) практически важный случай, когда в (6) $r_0(\varphi) = r_0 = const$, т.е. начальное тело Σ_o представляет собой шар радиуса r_o . Тогда (6) примет вид

$$\begin{aligned} r(t, \varphi) = r_o \exp\left(-\frac{\alpha K_\alpha \omega p t}{\rho} \sin \varphi\right), \\ t \geq 0, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi. \end{aligned} \quad (7)$$

Потребуем, чтобы максимальное искажение сферической поверхности шара Σ_o в процессе ОЗО не превосходило некоторого технологического параметра δ , т.е.

$$r_o - r\left(t, \frac{\pi}{2}\right) = r_o \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha K_\alpha \omega p t}{\rho}\right)\right] \leq \delta. \quad (8)$$

Из неравенства (8) следует оценка времени шлифовки t_δ :

$$t_\delta \cong \frac{\rho}{\alpha K_\alpha \omega p} \ln \frac{r_o}{r_o - \delta}. \quad (9)$$

Если выделить в начальном шаре Σ_o шаровой слой, заключенный между плоскостями $x = -r_o \cos \bar{\varphi}$ и $x = r_o \cos \bar{\varphi}$ (например, модель клапана шариковых кранов) (рис.3), то максимальное приращение функции $r(t, \varphi)$ (7) за промежуток времени $[0, t_\delta]$ равно

$$\begin{aligned} \max_{[0, t_\delta]} \Delta r(t, \varphi) = r(t_\delta, \bar{\varphi}) - r(t_\delta, \pi/2) = \\ = r_o \left[\exp\left(-\frac{\alpha K_\alpha \omega p t_\delta}{\rho} \sin \bar{\varphi}\right) - \exp\left(-\frac{\alpha K_\alpha \omega p t_\delta}{\rho}\right) \right] \cong \\ \cong r_o \frac{\alpha K_\alpha \omega p t_\delta}{\rho} (1 - \sin \bar{\varphi}) = r_o (1 - \sin \bar{\varphi}) \ln \frac{r_o}{r_o - \delta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Соотношения (9) и (10) можно рассматривать как основные технологические оценки при шлифовке шарового слоя.

Заметим, что приведенные аналитические построения, связанные с