Кулінченко В. Р.

Деменюк О. М.

Національний університет харчових технологій

УДК 534.29

ВПЛИВ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА РІСТ ПАРОВОЇ ФАЗИ

Установлена зависимость порога роста пузырьков в ультразвуковом поле и их асимптотических размеров от термодинамических свойств жидкости, статического давления и частоты ультразвукового поля.

The dependence of the beads growth barrier in ultrasonic field from their symptom-free size from the liquid thermodynamic properties, static pressure and ultrasonic field frequency was determined.

Кавітація в киплячих рідинах криогенного неорганічного і органічного походження має таку особливість, що її виникнення і подальший розвиток визначається динамікою тільки парової порожнини. Газові включення побічних речовин, які існують в рідинах, не можуть знаходитися в них у помітних кількостях. На сьогоднішній день існує ряд робіт з експериментального і теоретичного дослідження динаміки парових бульбашок в ультразвуковому полі [1].

Виконаємо аналіз наближених рішень системи рівнянь, які описують поведінку парових порожнин у звуковому полі. Розглядувана система основних рівнянь доповнена і розширена у порівнянні з такою, запропонованою в роботах [2, 3]. Будемо враховувати неоднорідність температури і тиску всередині бульбашки, а також кінцеве значення швидкості при випаровуванні речовини у вакуум, тобто нерівноважність випаровування рідини. При виведенні системи рівнянь використано уявлення про сферичну симетрію характеру пульсацій бульбашки, нестисливість рідини і малий розмір бульбашки R у порівнянні з довжиною хвилі звуку λ в рідині. У цьому випадку динамічні рівняння будуть такі:

$$p(R,t) = p(\infty,t) + \left(\dot{u}R + 2u\dot{R} - \frac{1}{2}u^2\right), \quad (1)$$

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u(R)\frac{R^2}{r^2}\frac{\partial T}{\partial r}\right] = \frac{1}{r^2}\times$$

– відповідно коефіцієнти теплоємності, теплопровідності і в'язкості. Рівняння (1) і (2) необхідно доповнити системою рівнянь, що описують парову фазу, яка в загальному випадку вважається стисливою:

$$\times\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\aleph\frac{\partial T}{\partial r}\right) + 12\eta u^2(R)\frac{R^4}{r^6},\ r > R(t), \quad (2)$$

де p(R,t) і u(R) – тиск і швидкість рідини на поверхні бульбашки, ρ – густина рідини, c_p, ϰ і η

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u'\frac{\partial \rho'}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\rho' u') = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{u'^2}{2}\right) + \frac{1}{\rho'}\frac{\partial p'}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

$$\rho' c_p'\left[\frac{\partial T'}{\partial t} + u'\frac{\partial T'}{\partial r}\right] = \frac{1}{r^2}\times$$
$$\times\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\aleph'\frac{\partial T'}{\partial r}\right) + \alpha' T'\frac{dp'}{dt}, \quad (5)$$

$$\frac{d\rho'}{\rho'} = \beta' dp' - \alpha' dT', \quad (6)$$

де $\beta' = \frac{1}{\rho'}\left(\frac{\partial \rho'}{\partial p}\right)_T,\ \alpha' = \frac{1}{\rho'}\left(\frac{\partial \rho'}{\partial T}\right)_p.$

Позначення всіх величин тут та сама, що і вище, але з добавкою штриха. Крім наведених рівнянь на границі розділу фаз повинні задовольнятися наступні граничні умови, які витікають із законів збереження маси, енергії і імпульсу.

$$\rho[\dot{R} - u(R)] = \rho'[\dot{R} - u'(R)] = f, \quad (7)$$

$$p'(R,t) - \sigma'_{rr} + j^2/\rho' = p(R,t) + 2\sigma/R + j^2/\rho, \quad (8)$$

$$jL + j\frac{2\sigma}{\rho R} - j\frac{\sigma'_{rr}}{\rho'} + \frac{j^2}{\rho\rho'\beta' U_в}$$

$$+\frac{j^3}{2\rho'^2} - \frac{T}{R^2}\frac{d}{dT}\left(R^2\frac{d\sigma}{dT}\right) = \quad (9)$$

$$= \aleph\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R - \aleph'\left(\frac{\partial T'}{\partial r}\right)_R,$$

де $j = (4\pi R^2)^{-1} dM'/dt$ – потік маси пари M′, $\sigma_{rr} = \left(\frac{4}{3}\eta + \xi\right)\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r}\left(\xi - \frac{2}{3}\eta\right)$ – тензор в'язких напруг, L – теплота пароутворення, σ – коефіцієнт поверхневого натягу. Швидкість випаровування речовини у вакуумі $U_в$ вважається кінцевою величиною і для ідеального газу виражається через коефіцієнт акомодації $\tilde{\alpha}$ і визначається залежністю

$$U_в = \tilde{\alpha}\sqrt{p'(R,t)/(2\pi\rho')}. \quad (10)$$

У наближенні слабкої нерівноважності випаровування рідини всередину бульбашки вважається, що

$$T'\left[r = R(t), t\right] \approx T\left[r = R(t), t\right], \quad (11)$$

$$j = \beta'\rho' U_в\left[p'_\sigma(T) - p'(\rho', T')\right], \quad (12)$$

де $p_\sigma'(T)$ – тиск насиченої пари, який зв'язаний з температурою рівнянням Клапейрона-Клаузіуса. При малих радіусах зародків бульбашок тиск p_σ' повинен враховувати поправку на кривизну поверхні розділу фаз.

Дію звуку на бульбашку можна описати рівнянням:

$$p(\infty, t) = p'_\sigma(T_0) + \Delta p + p_m \cos\omega t, \quad (13)$$

де T_0 – температура рідини на безмежності, Δр – статистичний тиск, що вводиться для виключення паразитного кипіння рідини при відсутності звукового тиску $p_т$.

Далі розв'язуємо систему рівнянь за допомогою теорії збурень. Лінійний розв'язок рівнянь має вигляд:

$$R(t) = \overline{R}(t) + R_1(t)\exp(-i\omega t), \quad (14)$$

де амплітуда коливань радіуса R, вважається малою у порівнянні з середнім радіусом $\overline{R}$, а період зміни середніх розмірів великий у порівнянні з періодом звукової хвилі 2π/ω. Аналогічні вирази можна отримати і для інших невідомих величин:

$$M'(T) = \overline{R}(t) + M_1'(t)\exp(-i\omega t),$$

$$T(r,t) = \overline{T}(T) + T_1(r,t)\exp(-i\omega t), \ldots.$$

Лінійний вираз для амплітуди коливань радіуса R_1 не залежить від часу і виражається через величини K і q:

$$R_1 = p_m\frac{\overline{R}K}{3q}, \quad (15)$$

де коефіцієнт K має фізичний зміст власного стискання парової бульбашки $K = -\frac{1}{V'}\frac{\partial V'}{\partial p'} = -\frac{3}{R}\frac{\delta R}{\delta p'}$. На відміну від адіабатної стисливості K = 1/(ρ′c′ ^{2}) газової бульбашки чи її ізотермічної стисливості K = γ′/(ρ′c′^{2}) стисливість парової бульбашки враховує масообмін і має досить складний вигляд:

$$K = \frac{3\rho c_p}{2\rho' L}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma \frac{1 - i\omega\tau_1}{1 - i\omega\tau_2}\frac{\sqrt{2D/\omega}}{\overline{R}} \times$$

$$\times\left(1 + i + i\frac{\sqrt{2D/\omega}}{\overline{R}}\right) - \left(1 - \nu_1' - i\omega\frac{\alpha'\overline{T}'D'}{L}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{1 - i\omega\tau_1}{1 - i\omega\tau_2}\right)\left(\frac{1}{2} + B_\sigma\right)\frac{3c_p' f(k_1'\overline{R})}{\alpha'\overline{T}'\omega^2\overline{R}^2}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma -$$

$$-\left(1 - \nu_2' - i\omega\frac{\alpha'\overline{T}'D'}{L}\times\frac{1 - i\omega\tau_1}{1 - i\omega\tau_2}\right)\left(\frac{1}{2} + B_\sigma\right)\times$$

$$\times\frac{3c_p' f(k_2'\overline{R})}{\alpha'\overline{T}'\omega^2\overline{R}^2}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma. \quad (16)$$

У цьому рівнянні D і D′ коефіцієнти температуропровідності рідини і пари, а $c_\sigma' = T'(дs'/дT)_\sigma$ – теплоємність пари, де знаком σ позначається, що похідна дs′/дT взята вздовж кривої фазової рівноваги. Безрозмірні числа $\nu_1' = D' k_1'^2/i\omega$ і $\nu_2' = D' k_2'^2/i\omega$ зв'язані з хвильовими числами звукових і теплових хвиль залежностями:

$$k_1' \cong \frac{\omega}{c'}\left[1 + i\frac{\omega}{2\rho' c'^2}\left(\frac{4}{3}\eta' + \xi' + \frac{\aleph'}{c_\upsilon'} - \frac{\aleph'}{c_p'}\right)\right],$$

$$k_2' \cong \frac{1+i}{\sqrt{2D'/\omega}}\left[1 + i\frac{\omega}{2\rho' c'^2}(\gamma' - 1)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{4}{3}\eta' + \xi' - \frac{\aleph'}{c_p'}\right)\right], \quad (17)$$

за допомогою цих чисел визначається коефіцієнт B_σ:

$$B_\sigma = \frac{\dfrac{\nu_1' + \nu_2'}{2} - \dfrac{c_\sigma'}{c_p'}}{\nu_2' + \nu_1'}.$$

Урахування нерівноважності фазового переходу виконується за допомогою релаксаційних множників типу (1–iωτ), у яких час релаксації τ_1 і τ_2 становить:

$$\tau_1 \cong -\frac{\bar{R}}{U_в}\frac{c'_p - c'_\upsilon}{c'_p - c'_\sigma}\frac{f(k'_2\bar{R})}{k'_2\bar{R}},$$

$$\tau_2 \cong \frac{\bar{R}}{U_в}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma\left[\frac{\rho c_p}{2\rho'\beta' L}\frac{\sqrt{2D/\omega}}{\bar{R}}\times\right. \tag{18}$$

$$\left.\times\left(1+i+i\frac{\sqrt{2D/\omega}}{\bar{R}}\right)-\frac{c'_p}{\beta' L}\frac{f(k'_2\bar{R})}{(k'_2\bar{R})^2}.\right.$$

Слід зауважити, що за умови

$$\omega << \min\left(\frac{1}{\tau_1},\frac{1}{\tau_2}\right)$$

релаксаційними множниками можна нехтувати і процес масообміну вважати квазірівноважним. Це відповідає нескінченно великій швидкості випаровування речовини у вакуумі $U_в$, і з рівняння (12) виходить, що у цьому разі тиск пари на границі розділу фаз рівний відповідному тиску насиченої пари. Випадок $|\omega\tau|>>1$ відповідає відсутності перенесення маси ($U_в \to 0$), і вираз (16) формально переходить у вираз для стисливості газової бульбашки з урахуванням теплообміну.

Стосовно множника q у формулі (15), то він ураховує резонансні властивості парової бульбашки і має вид:

$$q = 1+\frac{\rho' c'_p}{\alpha' T'}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma \tilde{u} - \left(\frac{2\sigma}{\bar{R}}+4i\omega\eta+\right. \tag{19}$$

$$\left.+\frac{\rho\omega^2\bar{R}^2}{1-ik_1 R}\right)\frac{K}{3},$$

де

$$\tilde{u} = (1-\nu'_1)\left(\frac{1}{2}+B_\sigma\right)f(k'_1\bar{R})+$$

$$+(1-\nu'_2)\left(\frac{1}{2}+B_\sigma\right)f(k'_2\bar{R}).$$

Цей співмножник показує, наскільки амплітуда змінного тиску всередині бульбашки відрізняється від амплітуди сили, що призводить до цього, викликаної змінним тиском на відстані від бульбашки, тобто $q=p_m/[p_1'(R)]$.

На рис.1 наведена функція відгуку $|R|/Rp_m$ від радіусу парових бульбашок на різних частотах у воді при T_0=150°C. З графіка видно, що добротність парової бульбашки сильно залежить від її розміру. Добротність великих бульбашок велика, і їх резонансна частота наближається до власної частоти адіабатної газової бульбашки. При зменшенні радіуса резонансна частота зростає, а добротність зменшується. При меншому розмірі бульбашки її добротність стає меншою за одиницю і екстремум функції відгуку, пов'язаний з резонансом, зникає.

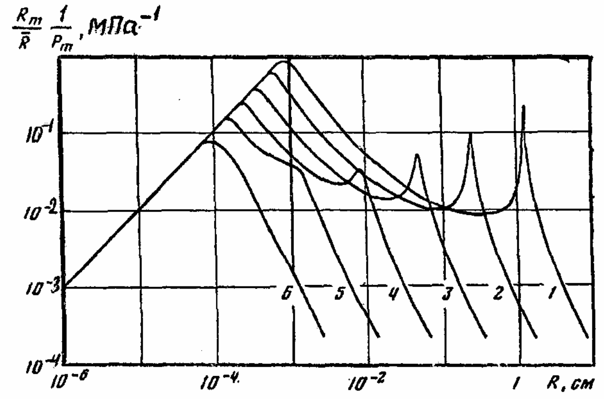

Рис. 1. Залежність функції відгуку від радіусу парових бульбашок при різних частотах: 1–400 Гц, 2–2 кГц, 3–10 кГц, 4–50 кГц, 5–250 кГц, 6–1,25 МГц

На рис.1 звертає на себе увагу пологий екстремум функції відгуку при маленьких розмірах бульбашок. Цей екстремум пов'язаний з впливом поверхневого натягу, а можливість його існування при певних умовах для газових бульбашок наведена в ряді робіт. Для маленьких бульбашок функція відгуку має один екстремум, пов'язаний з впливом поверхневого натягу (криві 5 і 6).

На підставі аналізу функції відгуку отримано криві залежності резонансної частоти парової бульбашки від її радіуса. На рис.2 наведені графіки резонансних частот парових бульбашок у воді у залежності від її температури і розміру бульбашок.

Ліворуч від меж кривих знаходяться зони зникнення резонансного екстремуму функції відгуку. Це відбувається з причини зменшення добротності парових бульбашок.

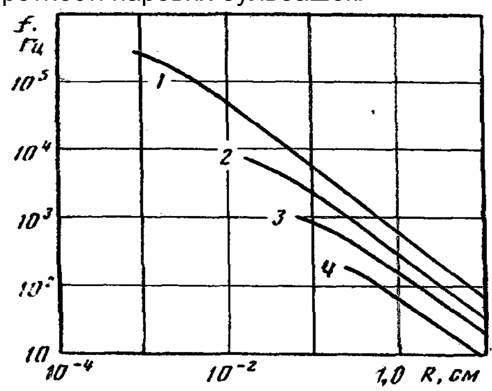

Рис. 2. Залежність резонансної частоти від радіуса парової водяної бульбашки при температурах, °С: 1–150, 2–100, 3–80, 4–60

Відомо [2, 3], що дія ультразвуку на парову бульбашку призводить до коливань її радіусу і до зміни його середнього розміру. Для знаходження швидкості росту середнього радіуса бульбашок у системі рівнянь необхідно врахувати члени, квадратичні для поля осереднення.

Урахування нерівноважності процесів випаровування і конденсації, а також в'язкості рідини і її пари суттєво змінює вид власного стискання парової бульбашки K і резонансного співмножника q у порівнянні з роботою [2], а також добавляє доданки до виразу для швидкості зміни середнього радіуса, отримане в [3].

Приведемо, аналогічний отриманому в [3], вираз для швидкості зміни середнього радіуса в кінцевому вигляді:

$$\frac{dR}{dt}=\frac{\aleph}{\bar{\rho}'\bar{L}\bar{R}}\left[\frac{p_m^2}{|q|^2}\sum_{i=1}^{8}A_i(\bar{R},\omega)-\left(\Delta p+\frac{2\sigma}{\bar{R}}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma\right], \tag{20}$$

де

$$A_1=\frac{2}{3}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma[(1-3\operatorname{Re}F_5)\operatorname{Re}K-3\operatorname{Im}F_5\operatorname{Im}K],$$

$$A_2=-\frac{1}{4\aleph}\frac{d\aleph}{dT}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma^2,\ A_3=\frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial p^2}\right)_\sigma,$$

$$A_4=\frac{\rho' c'_\sigma}{3\rho c_p}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma\left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}}\right)^2\operatorname{Im}K,$$

$$A_5=\frac{\rho'}{3\rho c_p}\frac{\partial L}{\partial T}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma\left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}}\right)^2\operatorname{Im}K,$$

$$A_6=\frac{\rho'}{3\rho}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma\left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}}\right)^2\left[(1-\operatorname{Re}F_3)\times\operatorname{Im}K+\operatorname{Im}F_3\operatorname{Re}K-\frac{1}{\rho'}\left(\frac{\partial p'}{\partial p}\right)_\sigma\right],$$

$$A_7=\frac{\rho\omega^2\bar{R}^2}{36}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma|K|^2,$$

$$A_8=\frac{\eta\omega}{3\rho c_p}\left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}}\right)^2|K|^2.$$

Функції F_3 і F_5 виражаються через інтеграл

$$F_n(x)=\int_0^\infty\frac{dt}{(1+t)^n}\exp[(i-1)xt],$$

де $x=\bar{R}\sqrt{\omega/(2D)}$ при п = 3 і 5 відповідно.

Фізичний зміст більшості доданків наведені в [3], доданок A_8 виникає, якщо враховувати вплив в'язкості рідини, що викликає виникнення додаткового джерела тепла біля бульбашки і додатковому надходженню теплоти у бульбашку.

Певний інтерес представляє стаціонарний режим коливання парової порожнини, при якому середній радіус бульбашки не змінюється. Формально цей режим витікає з умови $\dot{\bar{R}}=0$. З рівняння (20) можна отримати граничну величину амплітуди звукового тиску $p^*_т$, яка відповідає умові $\dot{\bar{R}}=0$:

$$\left(p_m^*\right)^2=\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\sigma\frac{|q|^2\left(\Delta p+2\sigma/\bar{R}\right)}{\sum_{i=1}^{8}A_i\left(\bar{R},\omega\right)}. \tag{21}$$

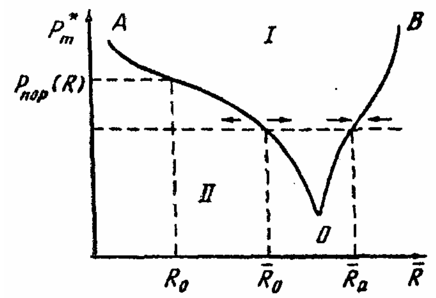

Рис. 3. Загальний вигляд залежності границі росту парових бульбашок від радіуса зародка при певній частоті акустичного поля

Якісний характер залежності $p^*_т$ від при певній частоті звукового поля наведено на рис.3. Крива $p^*_т$(R|), отримана за умови стаціонарності, ділить площину ($p_т$, R|) на дві області: I – область росту парових бульбашок і II – область конденсації бульбашок. Для бульбашок довільного радіуса R_0 можна визначити єдину величину порогу амплітуди звуку $p_{пор}(R_0)$ при перевищенні якого бульбашка починає свій ріст. У той же час при заданій амплітуді звуку $p^*_т$ існує два кореня рівняння (21): $R|_0$ і $R|_a$. У цьому випадку можна визначити як мінімальний розмір бульбашки R_0, починаючи з якого бульбашка зростає, так і максимальний радіус порожнини, більш якої бульбашка вирости не спроможна. Таким чином, крива стаціонарного рішення на площині ($p_т$, R|) має дві гілки: АО – нестійку гілку і ОВ –

стійку. Якщо бульбашка знаходиться на кривій АО, то при незначному збільшенні радіусу бульбашки вона чи зростає, чи захлопується. Цю гілку можна назвати графіком порогу спрямленої теплопередачі. Стійку гілку ОВ – графіком асимптотичних радіусів парових включень. Характер отриманого рішення погоджується з наслідками числового розрахунку виходу парових бульбашок на асимптоту, наведених у [4]. Якщо розмір парових бульбашок співпадає з резонансним радіусом парових включень, то рідина має мінімальну величину порогу росту бульбашок – точка О.

На рис.4 наведений графік залежності порогу зростання парових бульбашок у воді при температурі 150 °С при нульовому звуковому тиску і при різночастотному акустичному тиску. Ліворуч графік обривається на границі застосування теорії подразнень, а умова збудження радіальних мод коливань більших порядків накладає обмеження на хід кривих справа. На цьому ж рисунку штриховою лінією нанесена міцність рідини з паровими зародками яка розраховується по загальновідомій формулі

$$p = \Delta p + \frac{2\sigma}{R}, \tag{22}$$

у якій парціальний тиск газів всередині бульбашки вважається рівним нулю, а враховується тільки тиск пари.

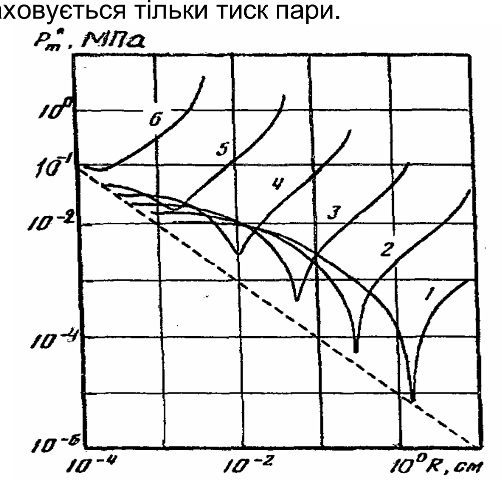

Рис. 4. Залежність порогу росту парових бульбашок у воді при температурі 150 °С від розміру парового зародку і частоти ультразвуку:1–400Гц, 2–2кГц, 3–10кГц, 4–50 кГц, 5–250кГц, 6–1,25МГц

З графіка видно, що за нульового звукового тиску динамічні пороги росту парових включень лежать вище статичних порогів, визначених за (22). Також проявляється вплив резонансних властивостей парових бульбашок на пороги їх росту.

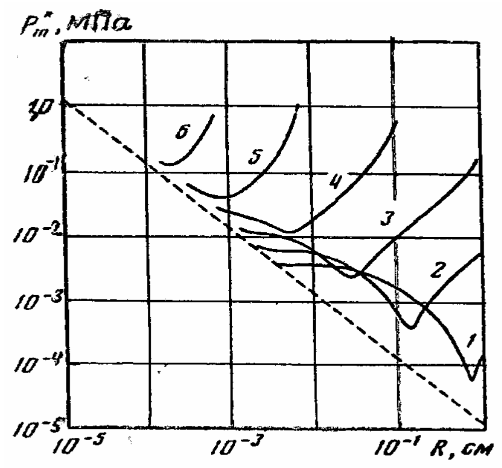

Рис. 5. Залежність порогу росту бульбашок у воді при атмосферному тиску і T_0=100 °С, від розміру парового зародка і частоти ультразвуку

На рис.5 наведені для порівняння пороги росту бульбашок у воді, яка кипить при атмосферному тиску.

Термодинамічні властивості рідин сильно впливають на їх міцність. На рис.6 і 7 [5] наведені пороги росту бульбашок у рідкому водні при температурі T_0=27К, Δр=0 і в рідкому азоті при T_0=77,35К, Δр=0. Позначення на рис.6 і 7 ті самі, що і на рис.4, при цьому крива 7 відповідає частоті f=6,25 МГц. З наведених графіків видно, що пороги росту бульбашок у кріогенних рідинах значно нижчі, ніж у воді. Це обумовлено більш низьким значенням величини коефіцієнта поверхневого натягу, а також більш високою добротністю дрібних кулястих бульбашок у кріогенних рідинах.

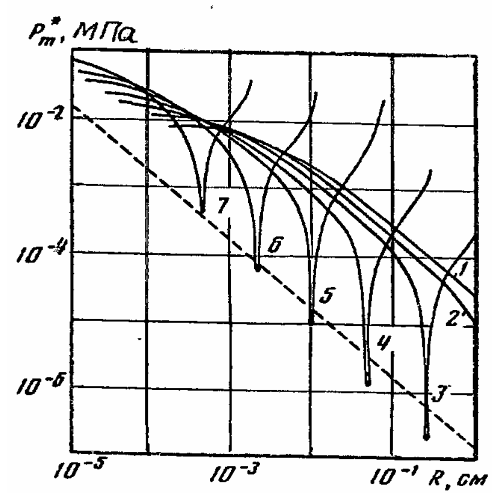

Рис. 6. Пороги росту бульбашок у рідкому водні при нульовому озвучуванні

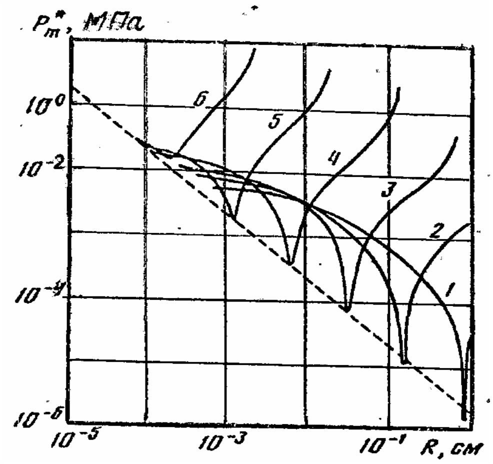

Рис. 7. Пороги росту бульбашок у рідкому азоті при нульовому озвучуванні

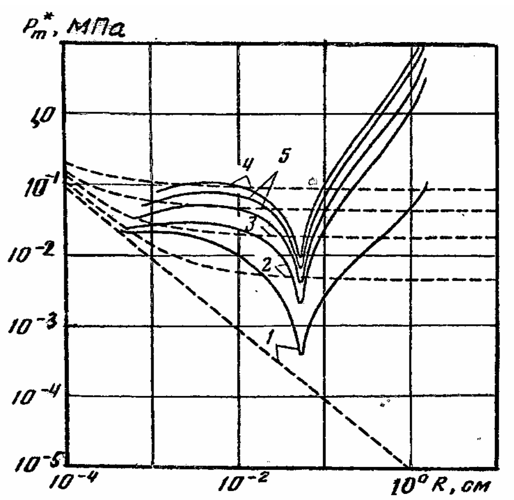

Рис. 8. Вплив звукового тиску на пороги росту бульбашок у воді при T_0=150 °С. Звуковий тиск, кПа: 1– 0; 2– 5; 3–20; 4–50; 5–100. Частота 10 кГц

На рис.8 наведені пороги росту бульбашок у воді при T_0=150°С і частоті 10 кГц при різних звукових тисках. Штриховими лініями показана міцність води розрахована за (22). З рисунка видно, що у достатньо великих межах резонансу пороги росту в воді і інших рідинах, значно менші статичного порогу міцності (22). Інший практичний висновок можна зробити з аналізу впливу статичного тиску Δр на поріг росту рідини з паровими зародками, розмір яких перевищує резонансний. У цьому випадку підвищення Δр чи те саме, що підвищення статичного тиску приводить до зменшення порогу росту бульбашок. Це зв'язано з тим, що зменшення зародку наближає його до резонансу на даній частоті і веде до зменшення порогу.

Висновок

Урахування тепло- і масообміну парових бульбашок з оточуючою рідиною, а також урахування резонансних властивостей бульбашок суттєво змінюють уявлення про міцність з паровими зародками.

Література

1. Акуличев В.А. Ультразвуковые пузырьковые камеры. Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1977, 8, №3.– С.580-630.

2. Алексеев В.Н. Стационарное поведение парового пузырька в ультразвуковом поле. Акуст. ж., 1975, 21, №4.– С. 497-501.

3. Алексеев В.Н. Нестационарное поведение парового пузырька в ультразвуковом поле. Акуст. ж., 1976, 22, №2.– С. 185-191.

4. Акуличев В.А. Паровой пузырек в ультразвуковом поле. Акуст. ж., 1979, 25, №6.– С. 801-809.