

Дівеєв Б. М.

Голенко К. Є.

Смольський А. Г.

Костюк В. В.

**Національний  
університет  
„Львівська  
політехніка”**

**УДК 621.302**

## **ДЕЯКІ ПИТАННЯ ДИНАМІКИ КОЛІСНОЇ МАШИНИ З КОМПАКТНИМИ ЕЛАСТИЧНИМИ ДЕМПФУЮЧИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ**

*Стаття посвячена методам оценки вибрационных процессов в колесных машинах. Рассматриваются комбинированные схемы уменьшения вибрации: виброизоляция с помощью подвески и поглощение вибрации с помощью эластичных элементов. Как пример рассматривается новая математическая модель конструкции автобуса, который содержит резиновые демпфирующие прослойки.*

*The paper deals with the methods of vibration processes evaluation in wheel machines. Combined schemes of vibration decreasing are under discussion: vibroisolation by means of suspension and absorbing of vibration by means of compact elastic elements. As example a new mathematical model for the bus construction which contains rubber damping layers is proposed.*

**1. Вступ.** Всякого роду еластичні прокладки широко застосовуються для зменшення вібрації у різноманітних конструкціях машин, приладів і споруд. Вони застосовуються для зменшення рівнів вібрації і шуму в кабінах транспортних засобів. Джерелами цих збурень можуть бути як процес взаємодії коліс з дорогою, так і внутрішні джерела: двигуни, трансмісії та інші віброзбудники (наприклад, вібратор у вібраційному дорожньому катку). Еластичні прокладки застосовуються також для зменшення вібронавантаженості конструкцій транспортних засобів (ТЗ), зменшення шуму при пересуванні машин і роботі спеціальних ТЗ. Для віброізоляції та для вібропоглинання в техніці застосовуються різноманітні конструкції амортизаторів [1,2]. Конструкції цих пристроїв містять еластичні елементи з підвищеними демпфуючими властивостями. Переважно розміри цих пристроїв малі у порівнянні з розмірами машин, в яких вони використовуються. Тому їхній вплив на динаміку цих машин можна оцінити на основі дискретних залежностей — динамічних жорсткостей амортизаторів. Для цього у випадку застосування, наприклад, гумових амортизаторів, потрібно уточнити розрахунок еластичного матеріалу. Часто такі розрахунки потрібні і для дослідження міцності амортизаторів.

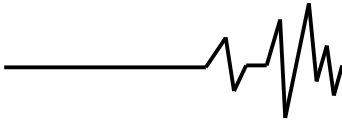
### **2. Огляд джерел.**

#### **2.1. Огляд конструктивних рішень.**

На даний час значна частина автобусів виконана на базі шасі вантажних автомобілів, а також спеціальних автобусних шасі, несівна частина яких являє собою балкову лонжеронну систему, яка складається з двох поздовжніх балок, з'єднаних між собою поперечинами. Такі конструкції несівних систем відносяться до категорії рамних кузовів, у яких статичне навантаження та реакції ресор переважно сприймаються рамою, з'єднаною з кузовом. Існує що найменше дві точки зору щодо вибору раціонального конструктивного рішення кріплення кузова до рами: а) кріплення пружне, (див. рис.1) б) кріплення жорстке.

Питання оптимізації з'єднання кузова з рамою є предметом розгляду в даній статті. Слід зазначити що в основному кріплення кузова до рами є пружним. Це зумовлено тим, що жорсткість кузова відрізняється від жорсткості рами і пружне з'єднання унеможливорює перенапруження, що можуть спричинитися до руйнування елементів кузова. Крім того, пружне з'єднання зменшує вібронавантаженість кузова, понижуючи таким чином рівень шуму транспортного засобу.

Існує безліч конструктивних рішень пружного кріплення кузова до рами. Вибір тої чи іншої конструкції визначається вимогами що пред'являються до конструкції транспортного



засобу, зокрема автобусів. Це вже свідчить про те що пружне кріплення дійсно не є необґрунтованим і надуманим.

Величина відносних переміщень кузова до рами не може бути довільною, і повинна бути в певних межах, з однієї сторони бути достатньою щоб забезпечити сприйняття переміщень, з другої сторони не допускати надмірних переміщень, які б приводили до втрати цілісності системи рама-кузов. Це вимагає забезпечення так званої прогресивної жорсткості опор в поєднанні з оптимальним вибором кількості і їх розміщенням по площині рами. Існує твердження що звичайне жорстке з'єднання швидко призводить до послаблення болтових з'єднань і, внаслідок частих циклічних знакоперемінних навантажень може привести до руйнації та деформації кронштейнів, а пізніше і до руйнування підрамника кузова автобуса. Тим не менше деякі виробники вважають такий спосіб кріплення більш раціональним і прийнятним з причини забезпечення відсутності будь-яких переміщень кузова відносно рами а також необхідності будь якої ступені дотягнення різьбових з'єднань у випадку послаблення та деформації еластичних елементів пружного з'єднання.

Деякі конструктори відверто кріплять до лонжеронів рамного шасі каркас кузова методом зварювання елементів кузова до лонжеронів як зверху так і знизу, не приймаючи до уваги той факт що, як відомо, кут закручування транспортних засобів рамних конструкцій відкритого профілю (швелера) може досягати до 13%, що недопустимо для автобусів. Очевидно тут вирішується задача отримання в результаті з'єднання кузова з рамою достатньо жорсткої конструкції з кутом закручування в допустимих межах. В даній роботі запропонована наступна схема пружного приєднання кузова до рами. (рис.1).

## 2.2. Огляд математичних моделей.

На даний час переважаюча більшість математичних моделей амортизації транспортних засобів базується на простих дискретних схемах розрахунку, часто розглядається найпростіша одновимірна модель: невіднесорені маси – підвіска – основна маса машини [1-7]. Проте такі моделі не дають можливість врахувати гнучкість конструкції машини, а також визначити динамічні напруження. Тому в [8-11] запропоновано дискретно-континуальні моделі динаміки агрегатів, що не мають цих недоліків. В [12-14] наведені розрахункові схеми для визначення жорсткості еластичних з'єднань.

## 3. Постановка проблеми розрахунку та оптимального проектування.

Важливим питанням розробки сучасних машин є зменшення вібрації. Вібрація і в колісних машинах і в спорудах і в приладах значно зменшують їх ресурс. Негативно діє вібрація і на людину. Проблема оптимального вібропоглинання доволі широка. Вона містить і розробку спеціальних конструкцій машин з малою віброактивністю і застосування спеціальних вібропоглинаючих матеріалів і застосування ДГК і визначення оптимального розміщення еластичних прокладок відносно конструкції машини і, власне, оптимізацію саме конструкції вузлів з'єднання, що містять еластичні прокладки. Особливістю компоновки автобусів середнього і малого класу, побудованих на шасі вантажних авто, є розміщення силового приводу (ДВЗ, трансмісія, супутні агрегати) фактично в салоні автобуса. На практиці це означає, що робоче місце водія буквально розташоване на двигуні, а сидіння оператора згідно діючої нормативної бази вимог СНД допускає відсутність індивідуальної системи підресорювання (лише м'яка набивка). Очевидно, що з точки зору щоденної експлуатації в умовах розташування водія на спільній з двигуном забудові мотовідсіку, питання досліджень вібронавантажень стає дуже актуальним.

Для моделювання динаміки агрегатів застосуємо наступний метод декомпозиції: розіб'ємо множину елементів  $A_i$  конструкції машини на дві множини: множину вузлів з'єднань  $A_i^n$  та множину континуальних елементів  $A_i^c$ . Для кожного континуального елемента  $A_i^c$  виберемо систему координатних функцій  $\varphi_i$  з довільного ряду ортогональних за кінетичною енергією функцій. Тоді переміщення довільної точки елемента  $A_i^c$  будуть

$$U_i(t, X) = \begin{bmatrix} q_{1i}(t)\varphi_{1i}(X) \\ \dots \\ q_{ni}(t)\varphi_{ni}(X) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де  $q_i$  – довільні часові функції, а  $\varphi$  – функції просторових координат тіл  $A_i^c$ . Це можуть бути тригонометричні функції, поліноми, наприклад, поліноми Лежандра, Ці функції потрібно вибирати з таких міркувань, щоб вони дозволяли з потрібним ступенем точності апроксимувати як довільні (звичайно достатньо гладкі) поля переміщень всередині елемента, так і довільні граничні значення, як кінематичні

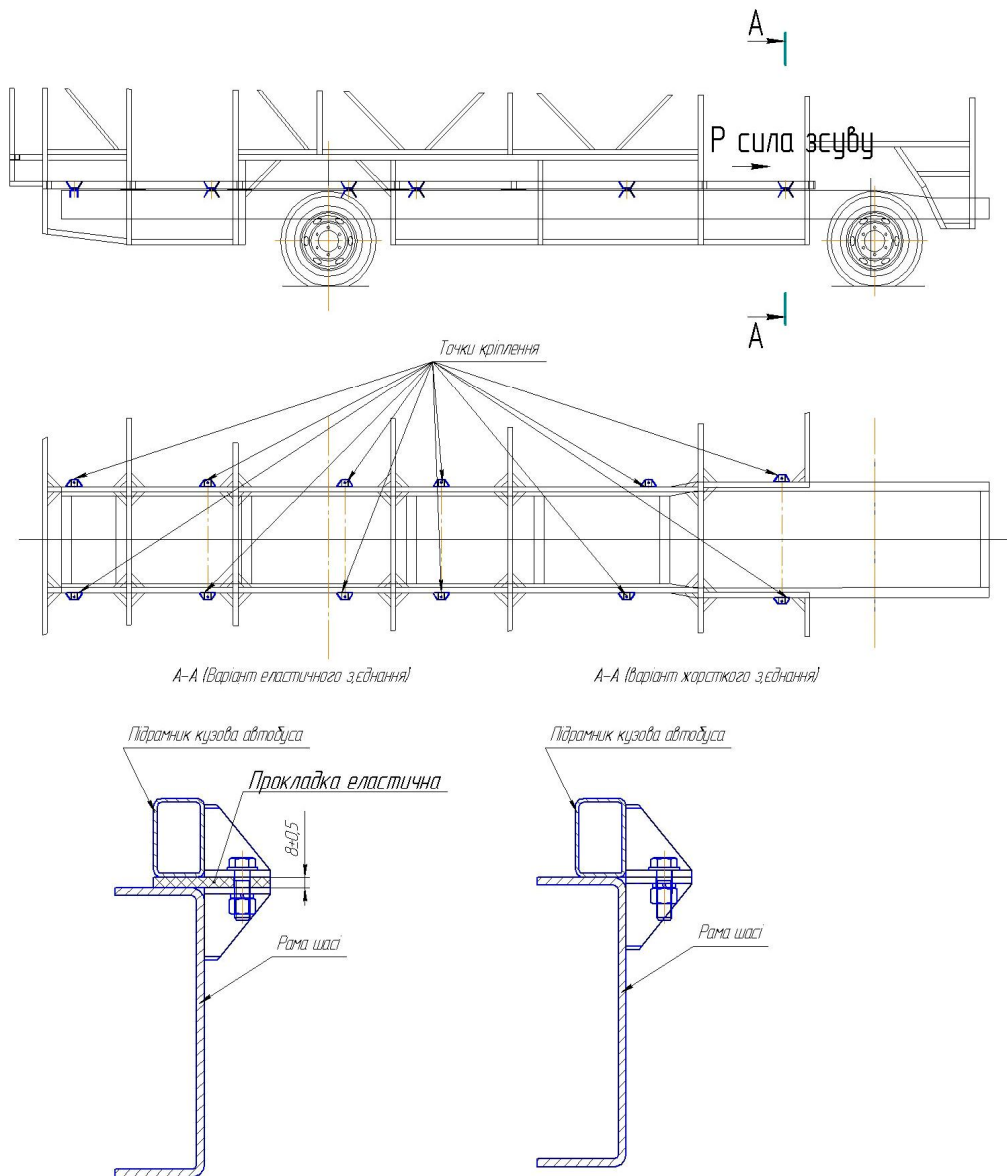
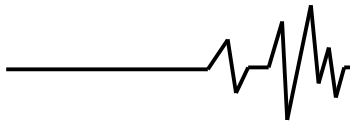


Рис. 1. Схема еластичного та жорсткого з'єднання

так і силові. Визначимо варіації кінетичної та пружної енергій в континуальних елементах

$$\begin{aligned} \delta U_i^c &= (K_i^{uc} \cdot q_i)^T \cdot \delta q_i, \\ \delta K_i^c &= (M_i^{uc} \cdot q_i)^T \cdot \delta q_i. \end{aligned} \quad (2)$$

де

$$q_i = [q_{1i}, q_{2i}, \dots, q_{ni}]^T.$$

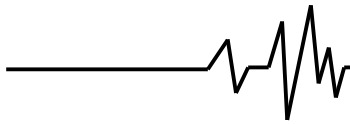
Для дискретних елементів отримуємо

$$\begin{aligned} \delta U_i^n &= k_{ij} (q_{ij}^n(t) - q_j(t) \varphi_j(X_{ij})) \cdot (\delta q_{ij}^n(t) - \delta q_j(t) \varphi_j(X_{ij})) \\ &\quad - \delta q_j(t) \varphi_j(X_{ij}) \end{aligned} \quad (3)$$

Тут  $X_{ij}$  – точки контакту дискретних елементів  $A_i^n$  та континуальних  $A_j^c$ , а  $k_{ij}$  – відповідні жорсткості з'єднань (визначені на основі [12-14]). Для безмасових елементів з'єднань визначаємо лише компоненти енергії деформації.

$$\begin{aligned} \delta U_i^n &= k_{ij} (q_i(t) \varphi_i(X_{ij}) - q_j(t) \varphi_j(X_{ij})) \cdot (\delta q_i(t) \varphi_i(X_{ij}) - \delta q_j(t) \varphi_j(X_{ij})) \end{aligned} \quad (4)$$

Кінетична енергія дискретних елементів  $A_i^n$  буде



$$\delta K_i^n = m_i \dot{q}_i^n \cdot \delta \dot{q}_i^n \quad (5)$$

З варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta U - \delta K) dt = 0 \quad ,$$

Прирівнюючи до нуля члени при незалежних варіаціях в (2-5) отримуємо [1-4]

$$M \frac{d^2 q}{dt^2} + C \frac{dq}{dt} + \bar{K} \cdot q = 0 \quad , \quad (6)$$

систему звичайних диференціальних рівнянь по часу. Тут М – матриця мас,  $\bar{K}$  – матриця жорсткості, С – матриця в'язкого демпфування.

**4. Визначення жорсткості еластичних прокладок.**

Для розрахунку ефективних пружних характеристик гумових подушок, що служать для амортизації з'єднань жорстких елементів застосовують розрахункові схеми різного порядку точності. Складність таких задач зумовлена геометричними параметрами — складними формами цих елементів, апріорі невідомими розмірами контактних зон та механічними — нелінійними деформаційними характеристиками гумових матеріалів, неоднорідністю матеріалу, що створюється як, апріорі, конструктивними способами, так і в напруженому статичному стані. Адже ці гумові елементи звичайно працюють в динамічних режимах, знаходячись під впливом значних статичних навантажень. Нарешті, відзначимо, що внаслідок того, що коефіцієнт Пуассона  $\nu$  гумових матеріалів приблизно дорівнює 0.5, гума є практично нестисливим матеріалом. Тому навіть у простих умовах деформування у гумовому елементі виникає об'ємний напружений стан.

Розглянемо тепер стиск шару еластичного матеріалу між жорсткими площинами. Точний розв'язок цієї задачі в рамках лінійної задачі теорії пружності наведений в [15]. В кутових точках, як і у випадку штампу з кутовими точками і плоскою основою, виникають нескінченно великі напруження. Порядок нескінченності цих напружень пропорційний  $\Delta^{-a}$ , де  $\Delta$  — віддаль від кутової точки, а — дробовий показник, що в залежності від умов тертя приймає значення

від -0.43 до -0.29. Поруч з тим спостерігається зменшення напружень до вільного краю матеріалу.

Для числового аналізу застосуємо дещо інакший підхід, ніж в [14]. Якщо там вільним членом в системі рівнянь виступав контактний тиск на поверхні шару, то тепер замість неоднорідного члену розглянемо деякий однорідний розподіл вертикального стиску шару (рис.2).

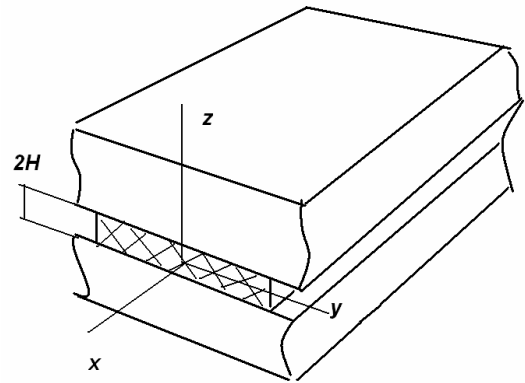


Рис. 2. Розрахункова схема прокладки

Переміщення розглянемо у такій формі

$$u = u_0 + u_{ij} \sin((2i-1)\pi z / H) \cdot y^{2j-1} \quad , \quad (7)$$

$$w = w_0 + w_{ij} \sin((2i\pi z / H)) \cdot y^{2j-2}$$

Тут  $u_0, w_0$  — переміщення, що відповідають однорідному стиску вздовж осі z. Згідно кінематичних гіпотез (7) видно, що розглядається неперервний контакт між шаром і стискаючими поверхнями. При підстановці у варіаційний принцип [14] отримуємо рівняння

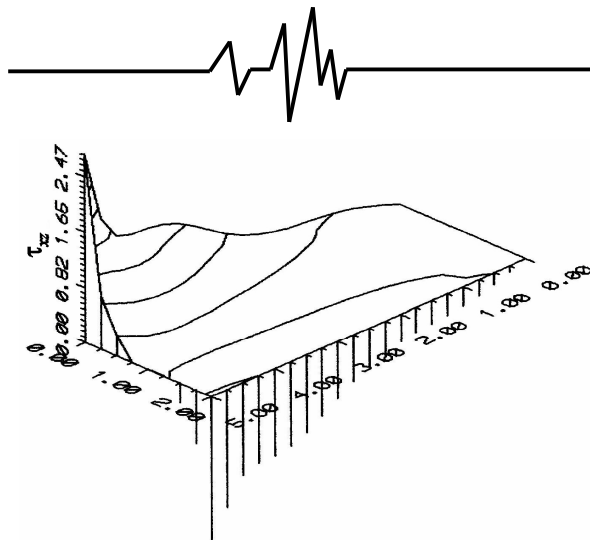
$$\int_V (\sigma_{yy} \delta \epsilon_{yy} + \sigma_{zz} \delta \epsilon_{zz} + \tau_{yz} \delta \epsilon_{yz}) dV =$$

$$\int_V (\sigma_{yy}^0 \delta \epsilon_{yy} + \sigma_{zz}^0 \delta \epsilon_{zz} + \tau_{yz}^0 \delta \epsilon_{yz}) dV \quad (8)$$

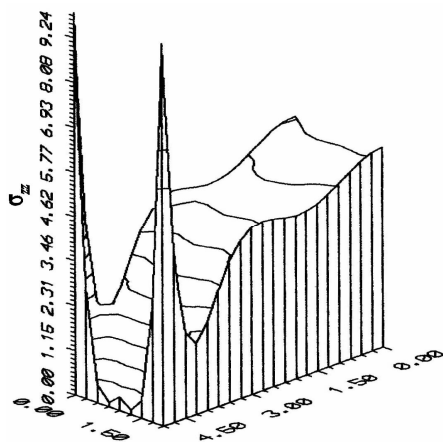
$$= \int_{V_k} (C_{yz} \epsilon_{zz}^0 \delta \epsilon_{yy}) dV$$

Інші доданки в правій частині будуть відсутні згідно (7).

На рис.3. показані розподіли напружень  $\tau_{yz}, \sigma_{zz}$  у пружному масиві для нестисливого матеріалу (на площадці контакту). З приведених числових даних можна зробити висновок, що найбільша концентрація дотичних напружень спостерігається в кутових точках.



(а)



(б)

Рис. 3. Розподіли напружень по ширині прокладки: (а) – дотичні  $\tau_{yz}$ ,

(б) – нормальні  $\sigma_{yz}$

Тут не приведені їх нескінченно великі значення в крайніх точках, отримані при точному розв'язку рівнянь лінійної теорії пружності, а лише деякі апроксимаційні згладжені значення, отримані з варіаційного принципу.

Проте вони також слугують відображенням ступеню концентрації напружень на краях, хоч би в енергетичному розумінні. Точні сингулярні розв'язки не можуть практично реалізуватися, адже раніше будуть проходити процеси проковзування, пластичного деформування, що будуть їх згладжувати.

Жорсткість прокладки в залежності від співвідношення її ширини до висоти для різних коефіцієнтів Пуассона наведена на рис.4.

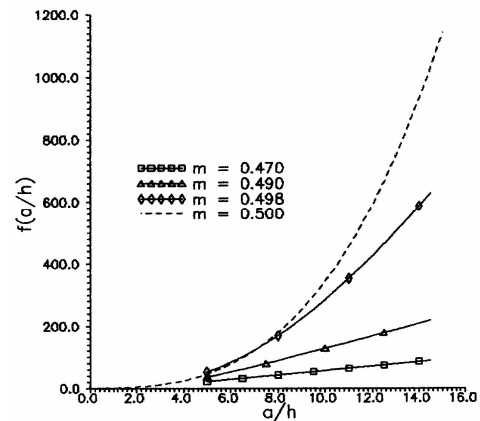


Рис. 4. Жорсткість прокладки в залежності від співвідношення  $a/h$  для різних коефіцієнтів Пуассона  $m$

Можна зауважити значне зростання нелінійності з наближенням коефіцієнта Пуассона до теоретичної межі 0.5 – нестисливого матеріалу. Це пояснюється тим, що при малих товщинах прокладки, фактично, внаслідок нестисливості її матеріалу, значна доля деформації відбувається в крайніх зонах (матеріал видушується на краях). Цей ефект не враховується багатьма дослідниками, а, апіорі постулюються нелінійні пружні характеристики матеріалу. Хоча, в таких умовах деформування як вище (гумова прокладка в обмеженій об'ємі) ми не маємо однорідного напруженого стану, на основі якого можна розраховувати пружні характеристики матеріалу, а не конструкції. Тут легко може закрастися помилка, а саме: неврахування впливу конструктивних параметрів на нелінійну поведінку.

**5. Проектування еластичних прокладок для каркасу машини.** Для багатьох машин важливою є задача віброізоляції пасажирського салону. Схема машини з джерелом вібраційного збудження зображена на рис. 5. Рівняння динамічної рівноваги будуть:

$$m_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} + k_1(u_1 - u_0) + k_2(u_1 - u_2) = 0,$$

$$m_2 \frac{d^2 u_2}{dt^2} + k_2(u_2 - u_1) + k_3(u_2 - u_3) = 0,$$

$$m_3 \frac{d^2 u_3}{dt^2} + k_3(u_3 - u_2) = 0.$$

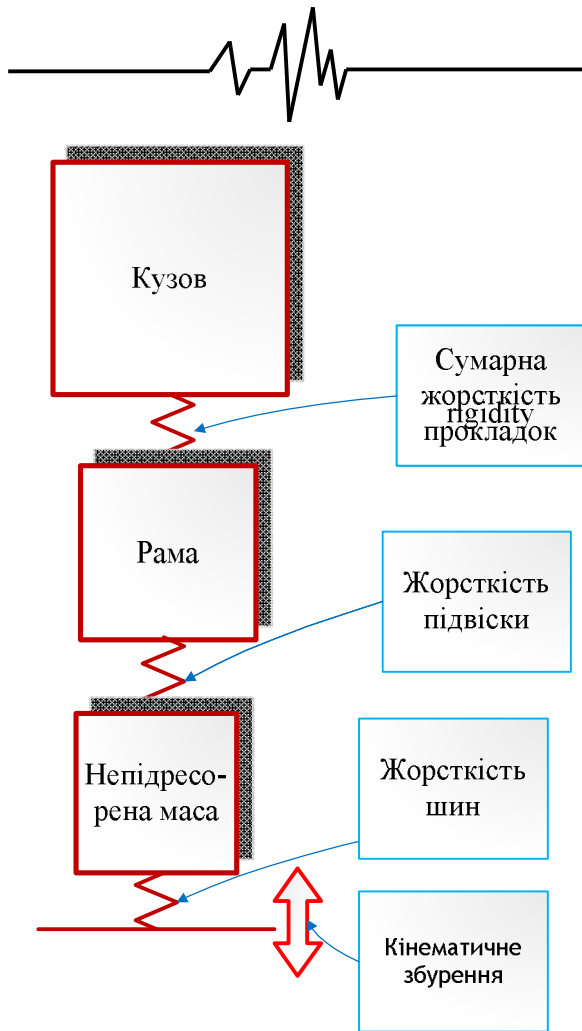


Рис. 5. Одновимірна схема колісної машини з кінематичним збуренням

Тут  $u_1, u_2, u_3$  переміщення, відповідно, не підресореної маси, рами, кузова (верхньої частини),  $m_1, m_2, m_3$  – їх маси,  $k_1, k_2, k_3$  – жорсткість шин, підвіски і сумарна жорсткість пружних прокладок,  $u_0$  – кінематичне збурення.

В загальному нелінійному випадку та при врахуванні демпфування складові  $k_i(u_{i+1} - u_i)$  потрібно замінити на деякі нелінійні функції

$$f_i\left(u_{i+1} - u_i, \frac{du_{i+1}}{dt} - \frac{du_i}{dt}\right).$$

Розглянемо тут

лінійний випадок в'язкого демпфування, при якому ці функції будуть мати вигляд

$$f_i = k_i(u_{i+1} - u_i) + c_i\left(\frac{du_{i+1}}{dt} - \frac{du_i}{dt}\right).$$

$c_i$  –

коефіцієнти в'язкого демпфування.

Розглянемо випадок усталених коливань [2,8]. На рис.6 наведені АЧХ для мас з моделі на рис. 3.

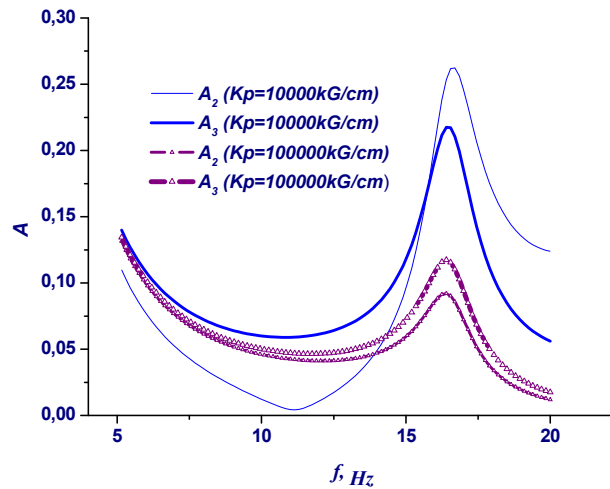


Рис. 6а. АЧХ в нижньому частотному діапазоні ( $A_2$ –переміщення рами,  $A_3$ –переміщення кузова, сумарна жорсткість еластичних прокладок)

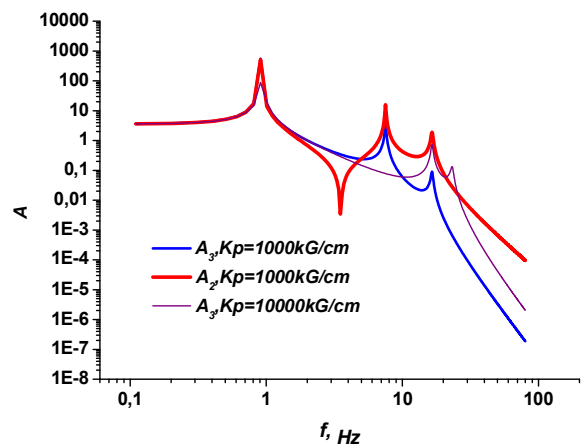
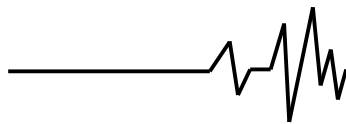


Рис. 6б. АЧХ в середньому частотному діапазоні

**Висновки.** Як можна побачити з рис.6а еластичні прокладки в області низьких частот малоефективні, і можуть мати негативний вплив. Проте в області вищих частот, до яких належать власні частоти коливань (рис. 6б) ефективність еластичних прокладок зростає. Тим самим зростає їх вплив на зменшення вібронапружень. Ефективними вони можуть виявитися і для шумозахисту пасажирського салону чи кабіни водія.

### Література

1. Раймпель И. Шасси автомобиля – элементы подвески. Машиностроение, 1987.



2. Вибрации в технике. Т.6. Защита от вибрации и ударов. –М.: Машиностроение. 1981. - 456с.
3. Hostens K. Deprez H. Ramon An improved design of air suspension for seats of mobile agricultural machines. *Journal of Sound and Vibration* 276 (2004) 141–156
4. C.-M. Lee, A.H. Bogatchenkov, V.N. Goverdovskiy, Y.V. Shynkarenko, A.I. Temnikov. Position control of seat suspension with minimum stiffness. *Journal of Sound and Vibration* 292 (2006) 435–442.
5. Z.K. Peng, Z.Q. Lang, S.A. Billings, G.R. Tomlinson. Comparisons between harmonic balance and nonlinear output frequency response function in nonlinear system analysis. *Journal of Sound and Vibration* 311 (2008) 56–73.
6. L.V.V. Gopala Rao, S. Narayanan. Preview control of random response of a half-car vehicle model traversing rough road. *Journal of Sound and Vibration* 310 (2008) 352–365.
7. Jun Hwa Lee, Rajendra Singh. Existence of super-harmonics in quarter-vehicle system responses with nonlinear inertia hydraulic track mount given sinusoidal force excitation. *Journal of Sound and Vibration* 313 (2008) 367–374.
8. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле.-М.: Наука,1967.-444с.
9. Б.М. Дівеєв Рациональне моделювання динамічних процесів у складних конструкціях. Вісн. Національного університету "Львівська політехніка" // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів. № 41. 2007. – С.103-108.
10. Diveyev B., Vikovych I., Kernyskyi I., Butyter I. Prospects of application of modern methods for optimum designing of technological machines // VI konferencia naukowo-praktyczna "ENERGIA W NAUCE I TECHNICIE". – Bialystok-Suwalki, Poland, June 22-23, 2007. – Streszczenia referatow. – P. 13-20.
11. Дівеєв Б., Миронюк О., Шевчук Р. Дискретно-континуальна модель для розрахунку динамічних характеристик струшувача плодів. //Машинознавство, 1998, №8. –С.15-19.
12. Дівеєв Б.М., Николишин М.М. Уточнені розрахункові схеми для напружено-деформованого стану конструктивних з'єднань шаруватих елементів. //Мат.методи та фіз.-мех.поля. – 1998. –41, №4.- С.130-134.
13. Дівеєв Б.М., Лампіка Р.В., Николишин М.М. Розрахунок напруженого стану з'єднань тонкостінних елементів, спряжених еластичним прошарком. //Мат.методи та фіз.-мех.поля. – 2000. –43, №4.– С.135-139.
14. Дівеєв Б., Микитюк О., Тимошенко Н. Визначення характеристик пружних гумових амортизаторів. //Вісн. Львівського ун.-ту, серія механіко-математична, вип. 57, 2000. – С.68-71.
15. Джонсон. Механика контактного взаимодействия. - М.: Мир. – 1982 - 510с.