

Паламарчук І. П.

Полєвода Ю. А.

Янович В. П.

Вінницький
державний
аграрний
університет

УДК 621.9.048

АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВІБРОВІДЦЕНТРОВОЇ МАШИНИ ДЛЯ ОЧИЩЕННЯ РІДКОЇ СИРОВИНИ

На основе теоретических исследований динамической модели виброцентробежного механизма получены графические зависимости для их основных кинематических и энергетических характеристик, что дало возможность обосновать рабочие режимы эксплуатации вибрационной машины.

On the basis of theoretical researches of the dynamic model of vibrocentrifugal mechanism graphic dependences for their basic kinematic and power descriptions that enabled to ground operating conditions of exploitation of vibration machine are obtained.

Вступ За фізичною сутністю серед процесів розділення неоднорідних систем можна відмітити процеси осадження та фільтрування, які відбуваються під дією гравітаційних сил (відстоювання, полірування), інерційних сил (центрифугування, циклонування, сепарування), поверхнево-активних сил (флотажія), електромагнітного поля (електростатична сепарація, магнітна сепарація), сил тиску (пресування), при проходженні продукції через спеціальні механічні перешкоди або пористі тіла – фільтрування, калібрування, просіювання, класифікація.

Процеси розділення під дією гравітаційних та відцентрових сил реалізуються тільки за наявності різниці щільності або густини елементів дисперсної та дисперсійної фаз. Причому центрифугування доцільно використовувати при об'ємній концентрації дисперсної фази менше ніж 0,5, при концентраціях вищих за 0,5 ефективно поєднувати центрифугування з процесом осадження, з використанням явища вибіркової сорбції або десорбції (в продукцію вводять водяну пару, що сприяє витискуванню чи десорбції олії або жиру, які знаходяться у капілярах або утримуються адсорбційно) [1].

Під дією вібрації з'являється можливість розділення компонентів неоднорідних систем не тільки внаслідок різниці в об'ємній вазі, але і у формі, розмірах, шорсткості поверхні тощо.

На сьогоднішній день однією із важливих **проблем** в харчовій та переробній

промисловості залишається процес очищення рідкої неоднорідної сировини, зокрема при отриманні із технічного гліцерину більш чистої, потрібної для подальшої переробки продукції. В якості гліцериномісткої продукції можна відзначити вибухові речовини, тютюнові вироби, сировина харчової та фармацевтичної промисловості, що обґрунтовує широкий попит та **актуальність** даної роботи.

Метою даного наукового дослідження є визначення оптимальних робочих параметрів вібровідцентрової машини на основі аналізу теоретичних досліджень.

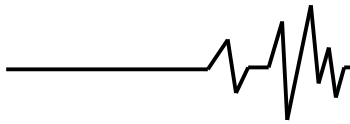
Для вирішення вищезгаданих проблем потрібно розв'язати ряд наступних **задач**:

- скласти математичну модель вібровідцентрової машини;
- отримати графічні залежності для визначення оптимальних параметрів;
- проаналізувати робочі параметри машини при всіх режимах роботи;
- вибрати оптимальні значення параметрів вібровідцентрової машини для нормального та ефективного робочого режиму.

Викладення основного матеріалу

Розвитком конструктивної схеми машини для розділення неоднорідної рідкої сировини можна назвати вібровідцентрову установку, в якій здійснюється комбінована дія на технологічне завантаження вібраційного руху контейнера та обертового руху перфорованого барабана.

Принципова схема вібровідцентрової машини представлена на (рис.1). Основними



конструктивними елементами вібровідцентрованої машини є електродвигун 1; приводний вал 2, на якому змонтована пружна муфта 3 та дебаланси 4; клинопасова передача 5, що передає крутний момент на порожнистий вал 6, на якому

монтується перфорований барабан 7; пружні еластичні елементи 8, які дозволяють виключити передачу вібрацій на вал 6; корпус 9, до якого приєднанні пружні елементи 10; зливні патрубкі 11,12; відстійник 13.

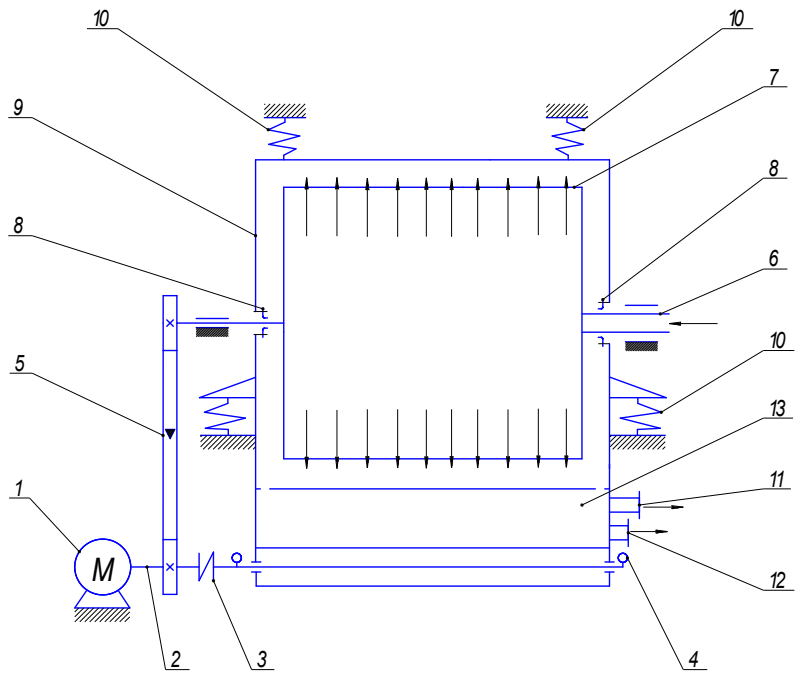


Рис. 1. Принципова схема вібровідцентрованої машини для розділення неоднорідної рідкої сировини: 1- електродвигун; 2 - приводний вал; 3 - муфта; 4 - дебаланси; 5 - клинопасова передача; 6 - порожнистий вал; 7 - перфорований барабан; 8 - пружні еластичні елементи; 9 - корпус; 10 - пружні елементи; 11,12 - зливні патрубкі; 13 – відстійник

До машини завантажують необхідну кількість сировини для приготування однієї партії. Одночасно, при увімкненні електродвигуна 1 привода вала віброзбуджувача, корпус починає здійснювати коливальні рухи, а перфорований барабан через клинопасову передачу – обертовий рух. В результаті комбінованої вібровідцентрованої та гравітаційної дії на частини продукції має місце значна інтенсифікація процесу розділення (очищення). При цьому основні фракції рідкої сировини надходять до відповідних патрубків відстійника 13.

Досліджувана машина представляється математичною моделлю з 4 ступенями вільності (рис. 2) , а саме:

- x - зміщення центра мас контейнера вздовж осі x;
- z - зміщення центра мас контейнера вздовж осі z;

φ_1 - кут повороту контейнера навколо осі y;
 φ_2 - кут повороту барабана навколо осі y;
 Для даної системи можна відзначити такі характерні маси:

$$m_1 = m_k + m_{a_2} + m_a = m_k + m_{i\partial} , \quad (1)$$

$$(m_{i\partial} = m_{a_2} + m_a)$$

$$m_2 = m_a + m_{\zeta\partial a} \cdot k + m_{o_k} + m_{a_6} , \quad (2)$$

де m_k – маса контейнера;
 m_{e2} – маса приводного вала 2 (рис. 1);
 m_d – маса дебалансів;
 m_b – маса барабана;
 $m_{зав}$ – маса завантаження;
 $m_{шк}$ – маса шківів; $m_{пр}$ – маса привода;
 m_{e6} – маса вала 6 (рис. 1);
 k – коефіцієнт приєднаної маси завантаження [2].

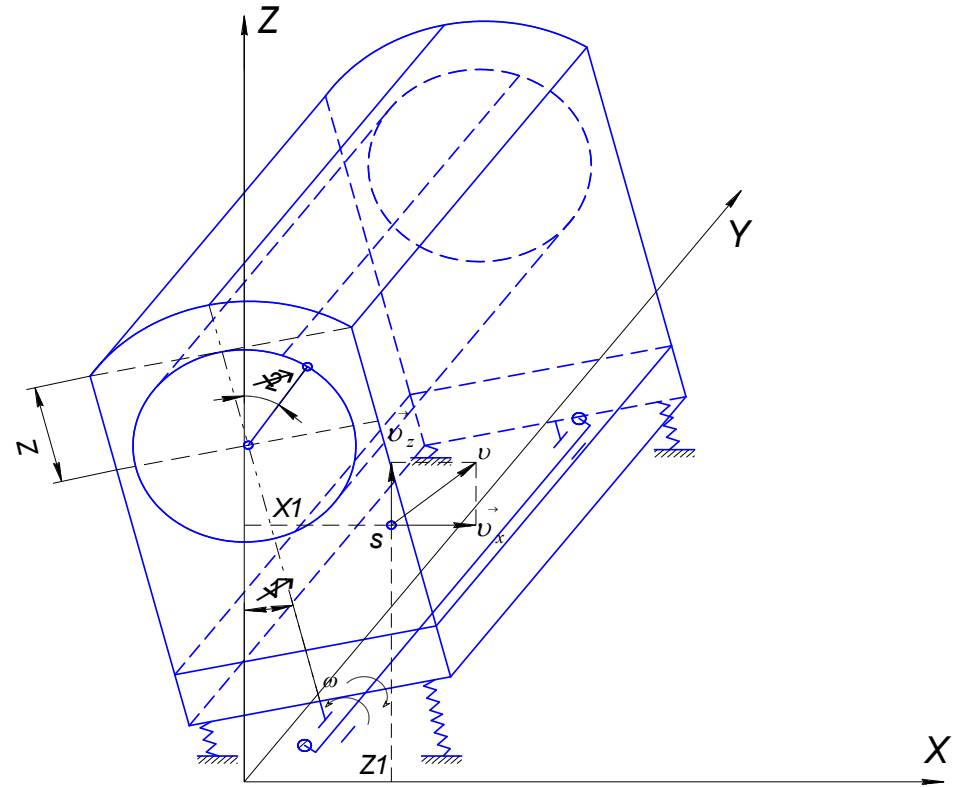
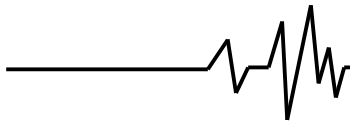


Рис. 2. Схема кінематичного аналізу моделі вібровідцентрової машини

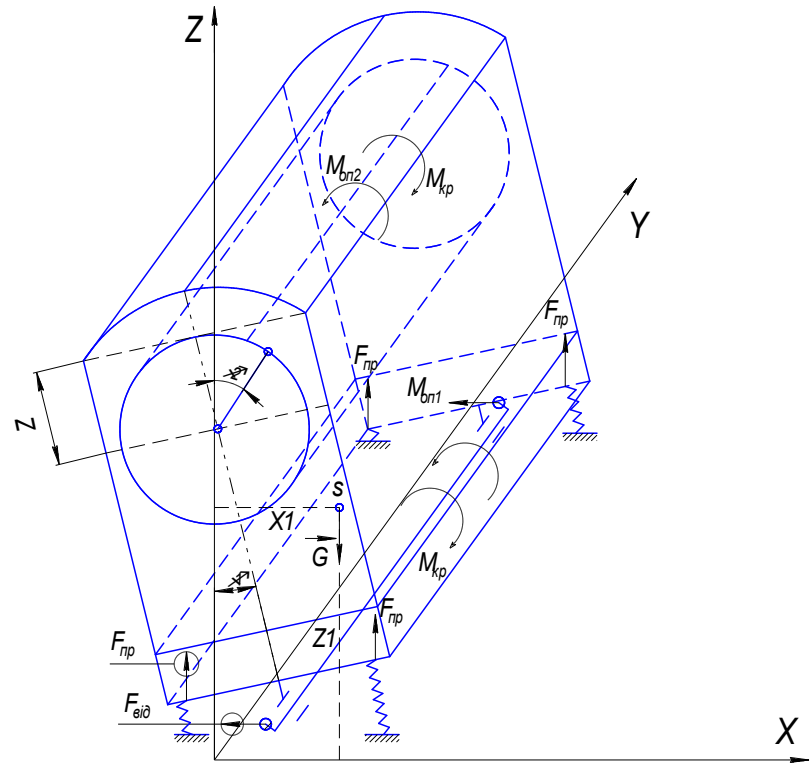
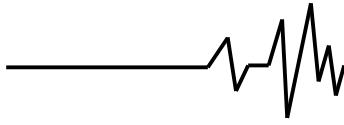


Рис. 3. Схема силового аналізу досліджуваної моделі

При виконанні теоретичного аналізу (рис.3) використовуємо метод Лагранжа. Основні складові кінетичної енергії для означених мас системи визначаємо наступним чином.

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_{i0} \omega^2, \quad (3)$$



$$T_2 = \frac{1}{2} I_2 \dot{\varphi}_2^2, \quad \dot{\varphi}_2 = u \cdot \omega = const \quad (4)$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{z}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_{i\omega} \omega^2 + \frac{1}{2} u \cdot I_2 \omega^2 \quad (5)$$

де T_1 – кінетична енергія контейнера;

T_2 – кінетична енергія барабана;

ω – кутова швидкість вала двигуна;

u – передаточне число клинопасової передачі.

Далі знаходимо вирази для узагальнених сил системи

$$Q_x = F_{a^3 a \ddot{X}} - F_{i \ddot{X}} = m_a \omega^2 e \cos \omega \cdot t - c_x x \quad (6)$$

$$Q_z = F_{a^3 a \ddot{Z}} - F_{i \ddot{Z}} = m_a \omega^2 e \sin \omega \cdot t - c_z z \quad (7)$$

$$Q_{\varphi_1} = m_a \omega^2 e^2 + m_1 \cdot g \sqrt{x^2 + z^2} \sin \varphi_1 - M_{on1} - c_{\varphi} \varphi_1 \quad (8)$$

$$Q_{\varphi_2} = M_{kp} \cdot u - M_{on2}, \quad (9)$$

де c_x – жорсткість пружних елементів вздовж осі x ;

c_z – жорсткість пружних елементів вздовж осі z ;

c_{φ} – жорсткість пружних елементів при повороті на кут φ_1 ;

Розв'язуючи основні складові рівняння Лагранжа 2-го роду отримуємо наступні рівняння руху виконавчих органів машини

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{c_x}{m_1} x = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 e \cos \omega \cdot t \\ \ddot{z} + \frac{c_z}{m_1} z = \frac{m_d}{m_1} \omega^2 e \sin \omega \cdot t \\ \ddot{\varphi}_1 + \frac{c_{\varphi 1}}{I_1} \varphi_1 = \frac{m_d \omega^2 e^2 - M_{on1}}{I_1} + \frac{m_1 g}{I_1} \sin \varphi_1 \end{cases} \quad (10)$$

$$x = e^{-0.5\alpha_x t} \left[\frac{F_m (\omega^2 - K_x^2)}{(K_x^2 - \omega^2) + \alpha_x \omega^2} \cos \rho_x t + \left(\frac{v_{x0}}{\rho_x} - \frac{0.5 F_m \alpha_x \rho_x^{-1} (K_x + \omega^2)}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} \right) \sin \rho_x t + \frac{F_m (\alpha_x \omega \sin \omega t + (K_x^2 - \omega^2) \cos \omega t)}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} \right] \quad (16)$$

Використовуючи наведену вище методику знаходимо розв'язок рівняння

$$\ddot{z} + \frac{c_z}{m_1} z = \frac{m_a}{m_1} \omega^2 e \sin \omega \cdot t \quad (17)$$

При цьому досліджуване рівняння набуває вигляду

Розглянемо перші два рівняння системи і дослідимо її лінійні коливання

$$F_m = \frac{m_a}{m_1} \omega^2 e \quad - \text{питомий модуль змушуючої сили} \quad (11)$$

При цьому досліджуване рівняння для координати x набуває вигляду:

$$\ddot{x} + \alpha_x \dot{x} + K_x^2 x = F_m \cos \omega t, \quad (12)$$

де $K_x^2 = \frac{C_x}{m_1}$ – власна частота коливань системи;

$\alpha_x = \sqrt{K_x^2 - \omega^2}$ – коефіцієнт дисипації за координатою x .

Вираз (12) є лінійним диференціальним рівнянням 2-го порядку з сталими коефіцієнтами, тому шуканий розв'язок представляємо як

$$x = e^{-0.5\alpha_x t} (C_1 \cos \rho_x t + C_2 \sin \rho_x t) + \frac{F_m (\alpha_x \omega \sin \omega t + (K_x^2 - \omega^2) \cos \omega t)}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} \quad (13)$$

Для початкових умов $x_0 = 0$; $\dot{x}_0 = v_{x0}$ визначаємо постійні диференціювання

$$C_1 = \frac{F_m (\omega^2 - K_x^2)}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2}; \quad (14)$$

$$C_2 = \frac{v_{x0}}{\rho_x} - \frac{0.5 F_m \alpha_x \rho_x^{-1} (K_x + \omega^2)}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2}, \quad (15)$$

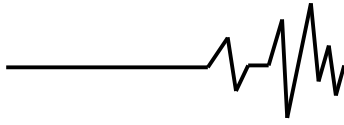
де $\rho_x = \sqrt{K_x^2 - 0.25\alpha_x^2}$ – частота власних коливань системи.

В результаті шукане рівняння руху набуває вигляду:

$$\ddot{z} + \alpha_z \dot{z} + K_z^2 z = F_m \sin \omega t, \quad (18)$$

де $K_z^2 = \frac{C_z}{m_1}$; $\alpha_z = \sqrt{K_z^2 - \omega^2}$

В результаті шукане рівняння руху складає



$$z = e^{-0.5\alpha_z t} \left[\frac{F_m \alpha_z \omega \cos \rho_z t}{(K_z^2 - \omega^2)^2 \alpha_z^2 \omega^2} + \left(\frac{v_{z0}}{\rho_z} + \frac{F_m \omega \rho_z^{-1} (0.5\alpha_z^2 - K_z^2 + \omega^2)}{(K_z^2 - \omega^2) + \alpha_z^2 \omega^2} \right) \sin \rho_z t \right] + \frac{F_m [(K_z^2 - \omega^2) \sin \omega t - \alpha_z \omega \cos \omega t]}{(K_z^2 - \omega^2)^2 + \alpha_z^2 \omega^2} \quad (19)$$

Через розсіювання енергії у досліджуваній системі вільні коливання затухають та для усталеного режиму рівняння можна представити наступним чином

$$x = \frac{F_m \alpha_x \omega}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + K_x^2 \omega^2} \sin \omega t + \frac{F_m (K_x^2 - \omega^2)}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} \cos \omega t \quad (20)$$

$$z = \frac{F_m (K_z^2 - \omega^2) \sin \omega t}{(K_z^2 - \omega^2)^2 + \alpha_z^2 \omega^2} - \frac{F_m \alpha_z \omega \cos \omega t}{(K_z^2 - \omega^2)^2 + \alpha_z^2 \omega^2} \quad (21)$$

Вважаючи, що

$$\frac{F_m \alpha_x \omega}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} = A_x \cos \varphi_x \quad (22)$$

$$\frac{F_m (K_x^2 - \omega^2)}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} = A_x \sin \varphi_x \quad (23)$$

Після певних математичних перетворень отримуємо

$$x = A_x (\cos \varphi_x \sin \omega t + \sin \varphi_x \cos \omega t) = A_x \sin(\omega t + \varphi_x), \quad (24)$$

де $\varphi_x = \arctg\left(\frac{K_x^2 - \omega^2}{\alpha_x \omega}\right)$

Тоді складова амплітуди коливань A_x набуває вигляду

$$A_x = \frac{F_m \sqrt{\alpha_x^2 \omega^2 + (K_x^2 - \omega^2)^2}}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} = \frac{F_m}{\sqrt{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2}} \quad (25)$$

Аналогічно знаходимо складову амплітуди коливань за координатою z

$$z = A_z \cos \varphi_z \sin \omega t - A_z \sin \varphi_z \cos \omega t = A_z \sin(\omega t - \varphi_z), \quad (26)$$

де $\varphi_z = \arctg\left(\frac{K_z^2 - \omega^2}{\alpha_z \omega}\right)$

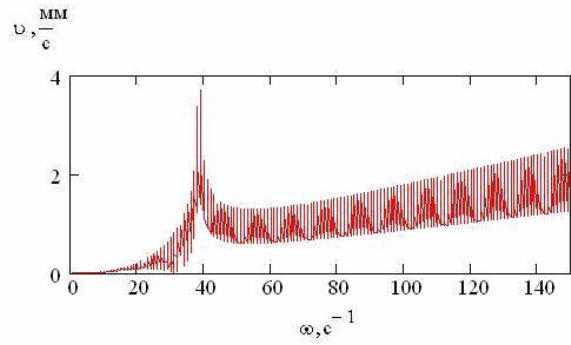
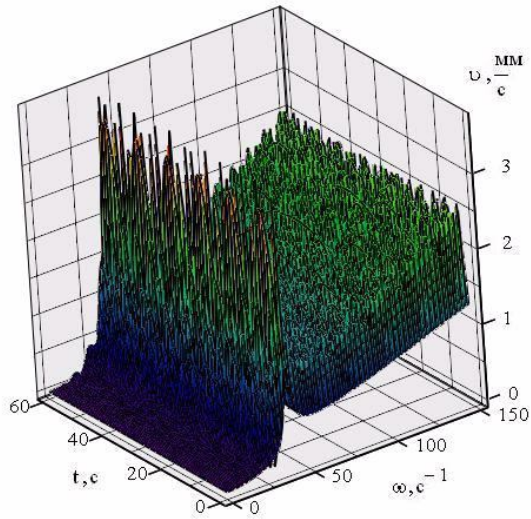
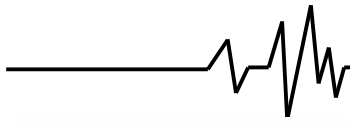
$$A_z = \frac{F_m \sqrt{\alpha_z^2 \omega^2 + (K_z^2 - \omega^2)^2}}{(K_z^2 - \omega^2)^2 + \alpha_z^2 \omega^2} = \frac{F_m}{\sqrt{(K_z^2 - \omega^2)^2 + \alpha_z^2 \omega^2}} \quad (27)$$

Абсолютна амплітуда коливань $A = \sqrt{A_x^2 + A_z^2}$, що з врахуванням залежностей складає

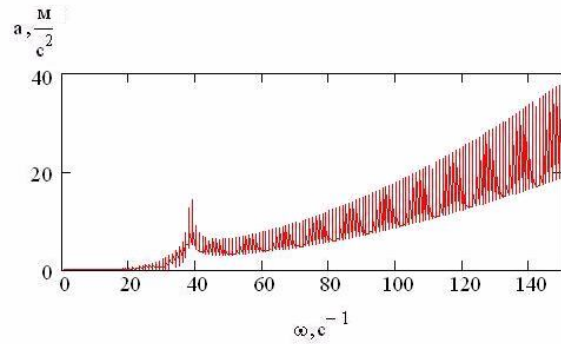
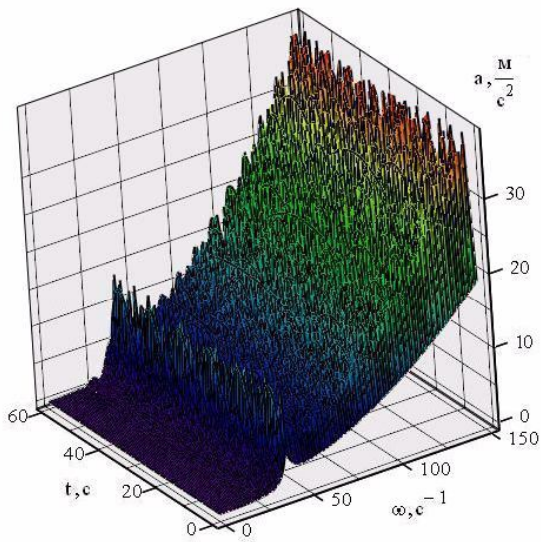
$$A = \frac{m_a}{m_1} \omega^2 e \sqrt{\frac{1}{(K_x^2 - \omega^2)^2 + \alpha_x^2 \omega^2} + \frac{1}{(K_z^2 - \omega^2)^2 + \alpha_z^2 \omega^2}} \quad (28)$$

Використовуючи отриману залежність та рівняння руху виконавчих органів системи, визначимо інші основні робочі характеристики досліджуваної машини в математичному середовищі MathCad, а саме віброшвидкість u ,

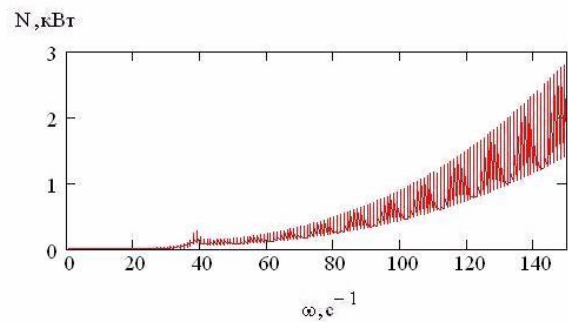
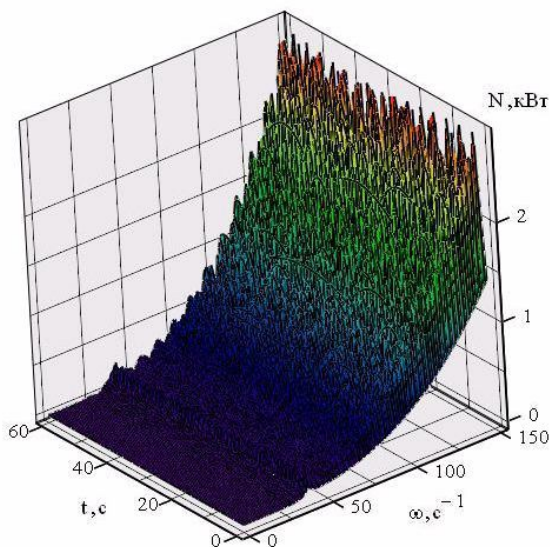
віброприскорення a , амплітудні складові за осями координат A_z, A_x , їх абсолютне значення A (рис. 4,5) та потужність змушуючої сили (рис. 4в). Вихідні дані для аналізу записані в таблиці 1.



а)

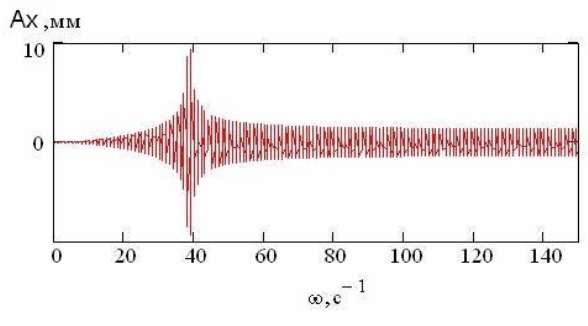
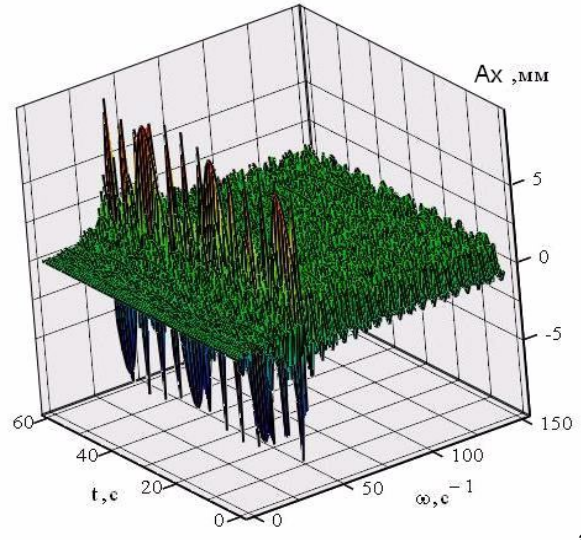
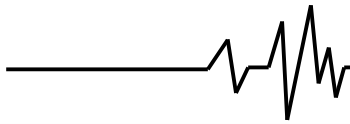


б)

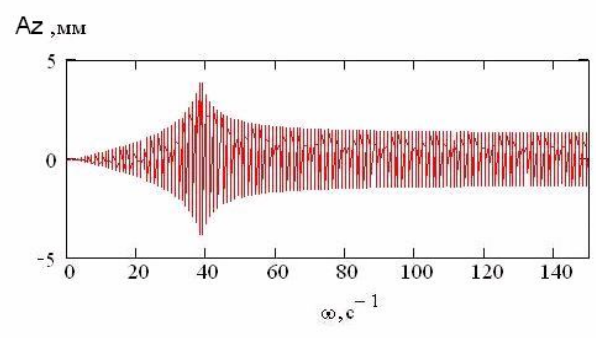
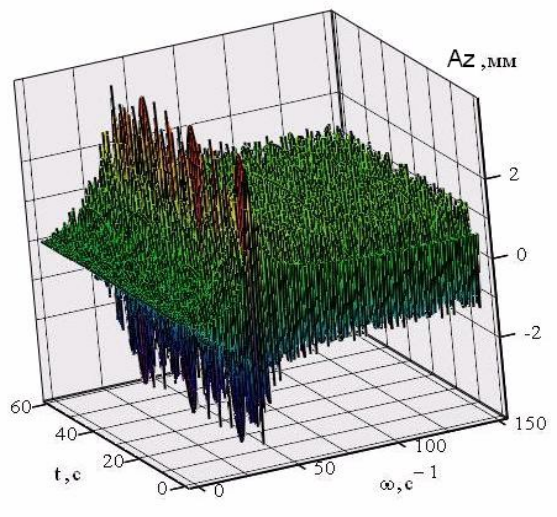


в)

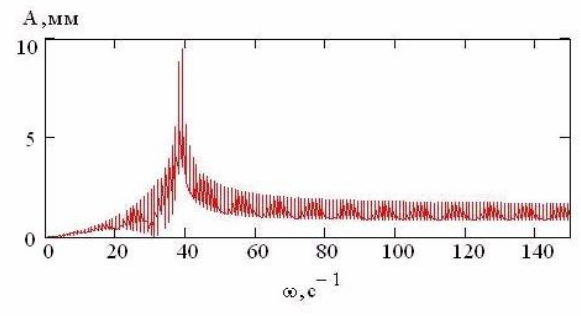
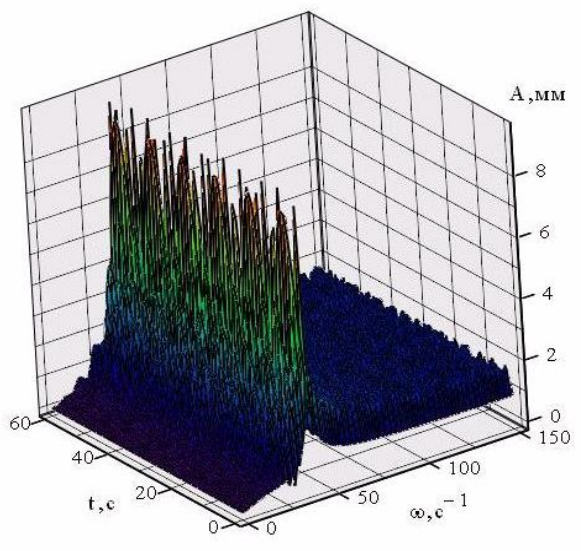
Рис. 4. Швидкісні та енергетичні параметри вібровідцентрової машини:
а - віброшвидкість; б - віброприскорення; в - потужність змушуючої сили



а)

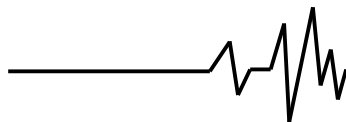


б)



в)

**Рис. 5. Амплітудно-частотні характеристики вібровідцентрованої машини:
а - амплітудна складова по вісі координат x; б - амплітудна складова по вісі координат z;
в - абсолютне значення амплітуди**



Таблиця 1

Вихідні дані для розрахунку апіорних характеристик досліджуваної машини

№ п/п	Параметри	Одиниці виміру	Величина
1	$m_k = 36$	кг	маса контейнера
2	$m_{e2} = 3,4$	кг	маса приводного вала 2
3	$m_d = 6,2$	кг	маса дебалансів
4	$m_b = 10$	кг	маса барабана
5	$m_{зав} = 20$	кг	маса завантаження
6	$m_{шк} = 3$	кг	маса шківів
7	$m_{e6} = 2$	кг	маса вала 6
8	$k = 0,9$		коефіцієнт приєднаної маси завантаження
9	$\omega = 150$	$\frac{\text{рад}}{\text{с}}$	кутова швидкість вала двигуна

При аналізі траєкторії руху виконавчих органів машини по осі x спостерігається резонансний режим до 10мм при $40 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, по осі y – до 5 мм при $40 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. В результаті пікові значення сумарної амплітуди відповідають 8мм при $40 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Аналізуючи графічну залежність віброшвидкості від кутової швидкості та реального часу спостерігаються пікові значення при $40 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Розглядаючи графічну залежність віброприскорення та кутової швидкості спостерігається максимальне значення 3 мм при $150 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Попередні графічні залежності дали змогу визначити теоретичну поверхню розподілу потужностей на приводному валу машини від кутової швидкості та часу. Аналіз амплітудно-частотних та енергетичних характеристик вібровідцентрової машини дає змогу визначити оптимальні робочі режими при експлуатації даної машини, що відповідає значенням амплітуди коливань $A=1,5$ мм, при циклічній частоті обертання приводного вала $\omega=80\dots 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Висновки

1. В результаті аналізу вібровідцентрових виконавчих органів роздільної машини була складена її розрахункова математична модель та

визначено траєкторії руху основних складових машини.

2. Отримані графічні залежності для віброшвидкості, віброприскорення, амплітуди та частоти коливань для основних діапазонів роботи машини.

3. Аналіз амплітудно-частотних та енергетичних характеристик машини дозволив вибрати оптимальні режими роботи вібровідцентрової машини, що відповідають інтервалам $A=1,5\dots 2$ мм; $\omega=80\dots 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $N=0,5\dots 1,0$ кВт.

Література

1. Механічні процеси і обладнання переробного та харчового виробництва / П. С. Берник, З. А. Стоцько, І. П. Паламарчук [та ін.]. – К. : Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2004. – 336 с. – ISBN 966-553-406-8.

2. Поздеев В. Б. Импульсные возмущения в газожидкостных средах / В.Б. Поздеев, Н. М. Бескаравайный, В.Г. Ковалев. – Киев : Наук. Думка, 1988. –

3. 116 с. – ISBN 5-12-000402-4.

4. Гончаревич И.Ф. Вибрационная техника в пищевой промышленности / И.Ф. Гончаревич, Н. Б. Урьев, М. А. Талейсник. – Москва : Пищевая промышленность, 1977. – 277 с.