

Надутьий В. П.

Лапшин Е. С.

Хмеленко И. П.

*Институт
геотехнической
механики НАН
Украины*

УДК 622.74:621.928.235

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРОУДАРНОГО ДВИЖЕНИЯ СИТА ГРОХОТА

У статті запропоновано математичну модель віброударного руху сита грохота з урахуванням дисипації енергії.

The mathematical model of vibration blow motion of the screen sieve taking into account dissipation of energy is offered in the article.

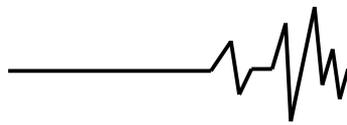
Совершенствование технологии переработки и обогащения сыпучей горной массы и пульпы, вовлеченной в повторную переработку техногенных отходов обогащения в виде шлама и хвостохранилища, увеличение процентного содержания полезного компонента в месторождениях тонковкрапленных руд потребовало использования высокоэффективной мелкой и особенно тонкой классификации исходного сырья. В настоящее время целый ряд технологий горного производства требуют классификации по крупности 40–50 микрон. По результатам экспериментальных исследований, выполненных в лабораторных и промышленных условиях [1–3] была предложена конструкция вибрационного грохота для мелкой и тонкой классификации, отличительная особенность которого – виброударное взаимодействие сита с лентами-струнами. Промышленные испытания показали высокие эксплуатационные и технологические качества грохота.

Для разработки параметрического ряда грохотов такой конструкции и выбора их параметров были начаты теоретические исследования [4, 5] по выбору и обоснованию кинетической схемы и характера возбуждения сита. В работе [4] получено аналитическое решение задачи о виброударном движении сита. Потери энергии в системе учитывались только в момент удара. Решение имеет существенную погрешность при грохочении толстым слоем, особенно для влажного мелкого сырья, когда велики силы сопротивления на этапе свободного движения.

Следует отметить, что такие условия грохочения широко встречаются в различных отраслях. Поэтому цель работы – разработать математическую модель, описывающую виброударное движение сита с учетом диссипации энергии на этапе свободного движения и при ударе.

На рис. 1, а изображено поперечное сечение грохота. К бортовинам 1 коробка закреплено сито 2, а под ним – ленты-струны 3. Короб установлен на упругих связях 4. На сите находится грохотимое сырье 5. При колебаниях коробка (вибровозбудитель условно не показан) сито и ленты-струны ударяются между собой, что интенсифицирует сегрегацию и просеивание, а также улучшает самоочистку сита – это обеспечивает увеличение производительности и эффективности классификации.

Сито, ленты-струны и грохотимое сырье образуют систему с распределенными параметрами. Попытка описания виброударного движения такой системы приводит к непреодолимым математическим трудностям. Поэтому эту систему заменим системой с сосредоточенными параметрами (рис.1,б). Погонную массу сита будем моделировать сосредоточенной массой 6, а сито вместе с присоединенной массой грохотимого сырья – массой 7. Масса 6 соединена с подвижной рамой 8 пружиной 9 и демпфером 10. Масса же 7 так же соединена с рамой, но посредством пружины 11 и демпфера 12. Поскольку нас интересует виброударный режим движения масс, то будем



считать: подвижная рама перемещается по тому же закону, что и короб грохота.

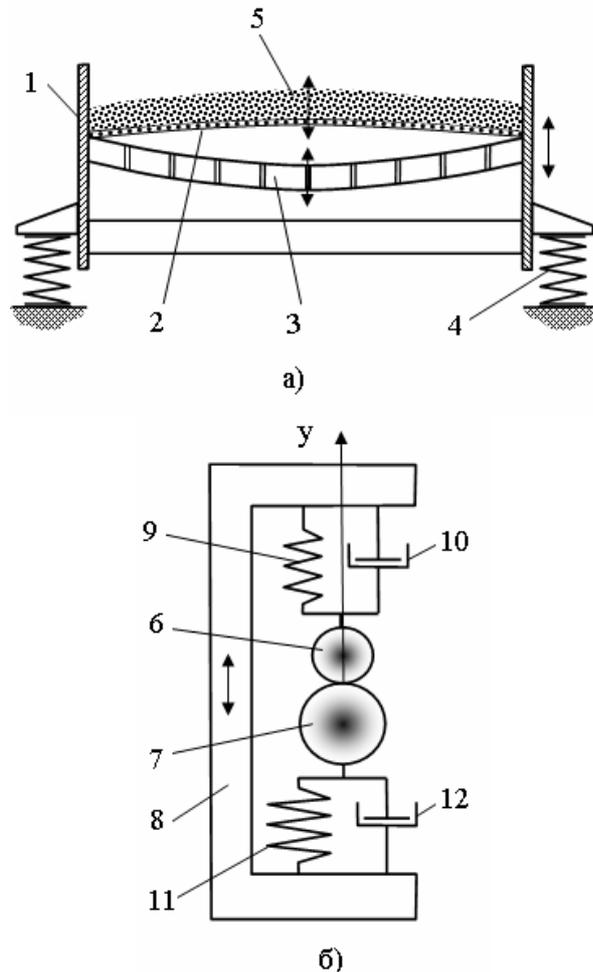


Рис. 1. Расчетная схема грохота

а) – поперечное сечение грохота;

б) – модель с сосредоточенными параметрами;

1 – бортовина; 2 – сито; 3 – ленты-струны; 4 – упругие связи; 5 – грохотимое сырье; 6 и 7 – сосредоточенные массы; 8 – подвижная рама; 9 и 11 – пружины; 10 и 12 – демпферы; двойными стрелками показаны перемещения

Замену распределенной массы и жесткости сосредоточенными выполним на основе методики, которую широко применял академик Ю. А. Шиманский [6]. Суть ее состоит в следующем. Сосредоточенная масса принимается такой, чтобы ее кинетическая энергия была равна кинетической энергии системы с распределенной массой при заданной форме колебаний. При выборе сосредоточенной жесткости следует

обеспечить равенство соответствующих потенциальных энергий.

Для вычисления сосредоточенной массы и жесткости сита воспользуемся формулами [4, 6]:

$$m_1 = \frac{3}{8}(m_c + m)b_c;$$

$$k_1 = \frac{\pi^4 E h}{2b_c^3(1 - \mu_n^2)} \left[\frac{h^2}{3} + \frac{(rW)}{8} \right],$$

где m_c и m – массы сита и грохотимого сырья, приходящиеся на единицу площади; E – модуль упругости; h – толщина сита; r – коэффициент распора; W – амплитуда в точке приведения; μ_n – коэффициент Пуассона.

В работе [4] для определения сосредоточенной массы и жесткости лент-струн получены формулы:

$$m_2 = \frac{m_l N_l}{2};$$

$$k_2 = \frac{\pi^2 P N_l}{2b_c},$$

где m_l – масса ленты-струны; N_l – количество лент-струн на единице длины сита; P – натяжение лены-струны; b_c – ширина сита.

Начало оси y поместим в положение статического равновесия системы (при отсутствии силы тяжести). Положение массы m_1 вычисляется по формуле [7]:

$$y_0^* = -\frac{S}{1 + \chi} \quad (1)$$

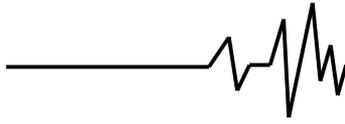
где S – зазор ($S > 0$) или натяг ($S < 0$);

$\chi = k_1 / k_2$; k_1 и k_2 – жесткости.

С учетом (1) на основании закона Ньютона на интервалах между соударениями движения масс m_1 и m_2 описываются уравнениями:

$$\ddot{y}_1^* + \omega_1^2 y_1^* + \mu_1 \dot{y}_1^* = \frac{S \omega_1^2}{1 + \chi} - g + A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi); \quad (2)$$

$$\ddot{y}_2^* + \omega_2^2 y_2^* + \mu_2 \dot{y}_2^* = -\frac{S \omega_2^2}{1 + \chi} \chi - g + A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi), \quad (3)$$



где $\omega_1 = k_1 / m_1$ и $\omega_2 = k_2 / m_2$ – собственные частоты; m_1 и m_2 – коэффициенты вязкого трения; g – ускорение свободного падения; A и ψ – амплитуда и частота колебаний короба; ψ – фазовый сдвиг колебаний короба по отношению к моменту соударения масс.

Перейдем к безразмерным величинам для чего введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_1^* / A; \\ y_2 &= y_2^* / A; \\ \sigma &= S / A; \\ \tau &= \omega t. \end{aligned}$$

Тогда перемещения, скорости и ускорения запишутся в таком виде:

$$y_1^* = Ay_1; \dot{y}_1^* = A\omega\dot{y}_1; \ddot{y}_1^* = A\omega^2\ddot{y}_1; \quad (4)$$

$$y_2^* = Ay_2; \dot{y}_2^* = A\omega\dot{y}_2; \ddot{y}_2^* = A\omega^2\ddot{y}_2. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (2) и (5) в (3), получим:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 + \xi_1^2 y_1 + 2 \frac{\delta_1}{\omega} \dot{y}_1 &= \\ = \frac{\sigma}{1 + \chi} \xi_1^2 - \frac{1}{\Gamma} + \sin(\tau + \varphi); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_2 + \xi_2^2 y_2 + 2 \frac{\delta_2}{\omega} \dot{y}_2 &= \\ = \frac{\sigma}{1 + \chi} \chi \xi_2^2 - \frac{1}{\Gamma} + \sin(\tau + \varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\xi_1 = \omega_1 / \omega$, $\xi_2 = \omega_2 / \omega$; $\delta_1 = \mu_1 / 2m_1$; $\delta_2 = \mu_2 / 2m_2$ – коэффициенты демпфирования и $\Gamma = A\omega^2 / g$ – коэффициент режима.

Уравнения (6) и (7) – обыкновенные неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, общие решения которых имеют вид [8]:

$$\begin{aligned} y_1 &= N - \frac{1}{\Gamma \xi_1^2} + C_1 \exp\left(\left(-\frac{\delta_1}{\omega} + Q_1\right)\tau\right) + \\ &+ C_2 \exp\left(\left(-\frac{\delta_1}{\omega} - Q_1\right)\tau\right) + \\ &+ \frac{\xi_1^2 - 1}{W_1} \sin(\tau + \varphi) - \frac{2\delta_1}{W_1 \omega} \cos(\tau + \varphi); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} y_2 &= -N\chi - \frac{1}{\Gamma \xi_2^2} + C_3 \exp\left(\left(-\frac{\delta_2}{\omega} + Q_2\right)\tau\right) + \\ &+ C_4 \exp\left(\left(-\frac{\delta_2}{\omega} - Q_2\right)\tau\right) + \\ &+ \frac{\xi_2^2 - 1}{W_2} \sin(\tau + \varphi) - \frac{2\delta_2}{W_2 \omega} \cos(\tau + \varphi), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{где } N = \frac{S}{1 + \chi}; \quad Q_1 = \sqrt{\frac{\delta_1^2}{\omega^2} - \xi_1^2};$$

$$W_1 = \frac{4\delta_1^2}{\omega^2} + \xi_1^4 - 2\xi_1^2 + 1; \quad Q_2 = \sqrt{\frac{\delta_2^2}{\omega^2} - \xi_2^2};$$

$$W_2 = \frac{4\delta_2^2}{\omega^2} + \xi_2^4 - 2\xi_2^2 + 1.$$

Неизвестные величины C_1, C_2, C_3, C_4 и φ можно определить из граничных условий, которые связывают координаты и скорости соударяющихся масс на границах этапа безударного движения:

$$\begin{cases} y_1 = y_2 = y_c, \dot{y}_1 = v_1, \dot{y}_2 = v_2 \text{ при } t = 0; \\ y_1 = y_2 = y_c, \dot{y}_1 = u_1, \dot{y}_2 = u_2 \text{ при } t = 2\pi k_r, \end{cases} \quad (10)$$

где y_c – координата соударения; u_1 и u_2 – скорости масс m_1 и m_2 до соударения; v_1 и v_2 – скорости этих же масс после соударения; k_r – коэффициент кратности удара по отношению к периоду колебаний короба.

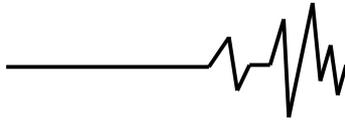
Скорости до и после удара связаны уравнениями [7]:

$$v_1 = \frac{m^* - R}{1 + m^*} u_1 + \frac{1 + R}{1 + m^*} u_2; \quad (11)$$

$$v_2 = m^* \frac{1 + R}{1 + m^*} u_1 + \frac{1 - m^* R}{1 + m^*} u_2, \quad (12)$$

где $m^* = m_1 / m_2$; R – коэффициент восстановления скорости при ударе.

Подстановка (8), (9), (11) и (12), в (10) приводит к громоздкой нелинейной системе уравнений, которая может быть решена только численно. Предположим, C_1, C_2, C_3, C_4 что и φ определены, далее, необходима проверка на устойчивость полученного режима движения, что также связано с решением сложной



системы уравнений. Учитывая все эти трудности, рационально сразу численно решать дифференциальные уравнения (6) и (7).

Применялся метод поэтапного интегрирования. Задавались произвольные начальные значения фазы $\varphi(0)$, координат, $y_1(0)$ и $y_2(0)$ скоростей, $v_1(0)$ и $v_2(0)$ двух масс. Затем методом Рунге-Кутты четвертого и пятого порядка решалась задача Коши. При пересечении траекторий производилась остановка счета, определялись координаты и скорости масс (скорости до удара). По формулам (11) и (12) вычислялись скорости после удара. Полученные значения перемещений и скоростей служили начальными значениями для последующего этапа движения масс. Повторяя многократно подобные вычисления, строились траектории масс. На каждом шаге i вычисления проводилась проверка выполнения условия $y_1 \geq y_2$, физический смысл которого состоит в том, что массы не могут пройти одна сквозь другую. Определялась также траектория короба $y_k = \sin(\tau + \varphi(0))$, что позволяло проанализировать изменение фазы $\varphi(i)$.

Выбор шага интегрирования выполнялся по результатам сравнения аналитического и численного решения на i -ом этапе движения. Аналитическое решение получали по формулам (8) и (9) при начальных условиях: $\varphi(i)$, $y_1(i)$, $y_2(i)$, $v_1(i)$ и $v_2(i)$.

Для характеристики энергетической эффективности виброударного воздействия вычислялось отношение:

$$\varepsilon = \frac{E_u}{E_k}, \quad (13)$$

где $E_u(i) = m_1 v(i)_1^2 / 2$ – кинетическая энергия массы m_1 после удара; $E_k(i) = m_1 (A\omega)_1^2 / 2$ – кинетическая энергия массы m_1 , если бы она двигалась с амплитудным значением скорости короба. Отношение ε названо коэффициентом передачи энергии.

Описанный алгоритм реализован в математической программе «Грохот».

Вывод

Таким образом, разработана математическая модель (1–12), позволяющая на основе численного моделирования определить амплитуду и частоту вибровозбуждения, при которых реализуется виброударный режим движения с требуемым коэффициентом передачи энергии (13). Прогнозное применение модели – оптимизация конструктивных и динамических параметров грохота.

Литература

1. Надутый В.П., Краснопер В.П. Реализация виброударного взаимодействия рабочих поверхностей грохота при тонкой классификации материалов / Всеукр. науч.-техн. Журнал «Вібрації в техніці та технологіях» – Вінниця. – Вип.1 (27) – 2003. – с. 83–85.
2. Надутый В.П., Краснопер В.П. Интенсификация процесса тонкого грохочения вибрационным режимом динамически активного эластичного сита / Зб. доповідей Міжнар. наук.-техн. конференції «Сталий розвиток гірничо-металургійної промисловості». – Кривий Ріг. КТУ – 2004. – с. 56–58.
3. Надутый В.П., Краснопер В.П. Опыт использования виброгрохотов новой конструкции для тонкой классификации минерального сырья / Всеукр. науч.-техн. Журнал «Вібрації в техніці та технологіях» – Вінниця. – Вип.2 (34) – 2004. – с. 50–52.
4. Надутый В.П., Лапшин Е.С., Краснопер В.П. Определение динамических параметров грохота виброударным возбуждением просеивающей поверхности / Науч.-техн. журнал НГА Украины «Науковий вісник» – Вып. №3. – Днепропетровск. 1998. – с.73–75.
5. Надутый В.П., Лапшин Е.С., Краснопер В.П. Особенности конструкции и обоснование расчетной схемы грохота с виброударным режимом возбуждения сита / Тезисы докладов Междунар. Конференции по динамике и прочности машин. – Тбилиси, 1999. – с. 72–73.
6. Шиманский Ю.А. Динамический расчет судовых конструкций. – Л.: Судпромгиз, 1963. – 444 с.
7. Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Виброударные системы (Динамика и устойчивость). – М.: Наука, – 592 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 832 с.