№ 1 (53)
2009
Вібрації в техніці та технологіях

Домрачев В. Е.

Винницкий торгово-экономический институт

УДК 530.18:531.12

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ТЕЛ В СИЛЬНЫХ ГРАВИТАЦИОННОМ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЯХ

В рамках запропонованої раніше геометричної моделі для сумісного опису гравітації та електромагнетизму будується загально коваріантна система нелінійних рівнянь руху зарядженої частинки в сильних гравітаційних і електромагнітних полях, а також релятивістська механіка зарядженої частинки, узагальнююча відповідні результати теорії відносності и електродинаміки.

An the frame of proposed earlier geometrical model for common description gravitation and electromagnetism common covarieantnease system nonlinear motion equations of charged particle in strong gravitation and electromagnetic fields is built and also relative mechanics particle generalized results relative theory and electrodynamic.

1. Введение.

В работах [1-2] обосновывается теоретическая и экспериментальная необходимость обобщения линейной электродинамики Максвелла – Лоренца. В частности доказывается нарушение релятивистской инвариантности уравнений движения заряженных тел в сильных электромагнитных полях и при ультрарелятивистских скоростях, а также делается оценка применимости классических представлений электромагнитными полями Е, Н $\leq 10^{16}$ ед. СГСЕ. Кроме того, в этих работах строится обобщение уравнений движения электрических зарядов классической электродинамики, для чего используются уравнения геодезических псевдориманова пространства с метрическим тензором $g_{ik} = \eta_{ik} + ka_{ik}$, где $k = e/m$ удельный заряд частицы с зарядом e и массой m, а a_{ik} - тензорный потенциал электромагнитного поля. Далее, по аналогии с теорией гравитации А. Эйнштейна, строится система полевых уравнений нелинейной электродинамики.

Однако обсуждаемая теория имеет, по нашему мнению, ряд определённых недостатков. В нелинейном тензорном варианте теории в правой части полевых уравнений (из которых следуют уравнения движения) электромагнитный аналог постоянной Эйнштейна зависит от удельного заряда пробной частицы. Получается, что источником электромагнитного поля является не только заряд, но и масса пробной частицы. Причем чем меньше масса у пробной частицы, тем более мощным источником электромагнитного поля она является. С этими положениями трудно согласиться. Кроме того, в цитируемых работах отсутствует даже постановка задачи о связи развиваемой там электродинамики с гравитацией.

Необходимость и первая попытка объединения нелинейных теорий гравитации и электромагнетизма обсуждалась в работе автора [3], и получила развитие высказанных там идей в работах [4-7]. Предлагаемая работа является продолжением и завершением работ [6-7]. Поэтому далее мы используем введенные там обозначения без дополнительных пояснений.

2. Уравнения движения масс и электрических зарядов.

Уравнения движения частицы (m,q) мы получим из уравнений геодезических псевдориманова пространства $\hat{M}^4$ с «объединённой» метрикой (1-5) работы [7]. Предварительно получим, нужные нам для дальнейшего формулы в пространствах $\overline{M}^4$ и $\widetilde{M}^4$. Вначале рассмотрим уравнения геодезических в пространстве $\overline{M}^4$:

$$\frac{d^2\overline{x}^i}{d\overline{S}^2}+\overline{\Gamma}^i_{jk}\frac{d\overline{x}^j}{d\overline{S}}\frac{d\overline{x}^k}{d\overline{S}}=0. \qquad (1)$$

Поскольку далее нам будет необходимо сравнивать эти уравнения движения с соответствующими уравнениями электродинамики, запишем уравнения (1) в необходимых приближениях и обозначениях.

Если **гравитационное поле слабое**: $\overline{h}_{ik}<<1$, то $d\overline{S}\approx d\overline{S}_0$, и трёхмерная часть уравнений (1) примет вид:

$$\frac{d^2\overline{x}^\alpha}{d\overline{S}_0}+\overline{\Gamma}^\alpha_{00}\frac{d\overline{x}^0}{d\overline{S}_0}\frac{d\overline{x}^0}{d\overline{S}_0}+ +2\overline{\Gamma}^\alpha_{0\beta}\frac{d\overline{x}^0}{d\overline{S}_0}\frac{d\overline{x}^\beta}{d\overline{S}_0}+\overline{\Gamma}^\alpha_{\beta\gamma}\frac{d\overline{x}^\beta}{d\overline{S}_0}\frac{d\overline{x}^\gamma}{d\overline{S}_0}=0 \qquad (2)$$

Если, к тому же, тело (m) движется со **слабо релятивистской скоростью**, то вместо (2) имеем:

$$\frac{d^2\overline{x}^\alpha}{dt^2}+c_1{}^2\overline{\Gamma}^\alpha_{00}+2c_1\overline{\Gamma}^\alpha_{0\beta}\frac{dx^\beta}{dt}=0. \qquad (3)$$

В рассматриваемом приближении символы Кристоффеля имеют вид:

$$\overline{\Gamma}_{\alpha00}=\overline{h}_{\alpha0,0}-\frac{1}{2}\overline{h}_{00,\alpha},\quad \overline{\Gamma}_{\alpha\beta0}=\frac{1}{2}\left(\overline{h}_{\alpha0,\beta}-\overline{h}_{\beta0,\alpha}\right).$$

Вводя гравитационные потенциалы

$$\overline{A}_j=\left(\frac{c_1{}^2}{2}\overline{h}_{00},c_1{}^2\overline{h}_{0\alpha}\right), \qquad (4)$$

запишем уравнение (3) в виде:

$$\frac{d^2x_\alpha}{dt^2}=\left(\frac{\partial\overline{A}_k}{\partial x^\alpha}-\frac{\partial\overline{A}_\alpha}{\partial x^k}\right)\frac{dx^k}{c_1dt}=\overline{F}_{\alpha k}\frac{dx^k}{c_1dt}, \qquad (5)$$

где вводится тензор гравитационного поля:

$$\overline{F}_{ik}=\frac{\partial\overline{A}_k}{\partial x^i}-\frac{\partial\overline{A}_i}{\partial x^k}.$$

Из уравнения (5) следует, как того и требует эксперимент, независимость ускорения пробного тела (m), находящегося в гравитационном поле, от массы этого тела. Объединяя уравнения (5) с нулевой компонентой уравнений (1), записанной в указанных приближениях, получаем линеаризованные уравнения движения «гравитационного заряда» в четырехмерной форме:

$$\frac{d^2\overline{x}^i}{d\overline{S}_0{}^2}=\frac{1}{c_1{}^2}\overline{F}^{ik}\overline{u}_k, \qquad (6)$$

Правая часть уравнения (5), помноженная на массу пробной частицы, является гравитационным аналогом силы Лоренца в электродинамике. Заметим, что представление уравнений гравитационного поля в виде, аналогичном уравнениям Максвелла, а также уравнений движения гравитационного заряда в форме, аналогичной уравнениям движения электрического заряда, полезно уже тем, что многие достижения электродинамики могут быть перенесены в теорию гравитации.

Проводя аналогичные выкладки в пространстве $\widetilde{M}^4$, мы получим формулы, аналогичные (1-6). Выпишем, к примеру, электромагнитный аналог формулы (6):

$$\frac{d^2\widetilde{x}^i}{d\widetilde{S}_0{}^2}=\frac{1}{c_2{}^2}\widetilde{F}^{ik}\widetilde{u}_k. \qquad (7)$$

Здесь тензор электромагнитного поля традиционным образом выражается через потенциалы электромагнитного поля, определённые следующим образом:

$$\widetilde{A}_j=\left(\frac{c_2{}^2}{2\widetilde{G}}\widetilde{h}_{00}\widetilde{u}^0,\frac{c_2{}^2}{\widetilde{G}}\widetilde{h}_{0\alpha}\widetilde{u}^0\right)\approx \approx\left(\frac{c_2{}^2}{2\widetilde{G}}\widetilde{h}_{00},\frac{c_2{}^2}{\widetilde{G}}\widetilde{h}_{0\alpha}\right), \qquad (8)$$

где $\widetilde{G}$ электромагнитный аналог гравитационной постоянной, который будет оценен далее из принципа соответствия.

Отметим также следующую из (7) независимость 4 – ускорения тела (q) от величины его заряда. Однако, по причине отсутствия тел (q) в природе, уравнение (7) не отображает реалий и носит вспомогательный характер. Реально электрическим зарядом обладает тело (m,q), и эмпирическое уравнение движения его под воздействием гравитационного и электромагнитного полей уже зависит и от массы и от заряда этого тела и может быть записано в следующем виде:

$$mc\frac{d^2x^i}{dS_0{}^2}=\frac{m}{c}\overline{F}^{ik}u_k+\frac{q}{c}\widetilde{F}^{ik}u_k. \qquad (9)$$

Наша ближайшая задача заключается в том, чтобы получить такие, экспериментально подтверждённые уравнения, из предложенной раннее геометрической модели для совместного описания гравитации и электромагнетизма [6-7].

3. Релятивистская механика тела (m,q).

Уравнения движения частицы (m,q) мы получим в виде уравнений геодезических в псевдоримановом пространстве $\hat{M}^4$:

$$\frac{d^2\hat{x}^i}{d\hat{S}^2}+\hat{\Gamma}^i_{jk}\frac{d\hat{x}^j}{d\hat{S}}\frac{d\hat{x}^k}{d\hat{S}}=0. \qquad (10)$$

Введём потенциалы «суммарного» поля:

$$\hat{A}^i=\left(\frac{c_\Sigma^{\ 2}}{2}\hat{h}_{00}, c_\Sigma^{\ 2}\hat{h}_{0\alpha}\right), \qquad (11)$$

которые, с учётом (4) и (8), выражаются через потенциалы гравитационного и электромагнитного полей следующим образом:

$$\hat{A}^0=\overline{A}^0+(\alpha\widetilde{G})\widetilde{A}^0, \qquad (12)$$

$$\hat{\mathrm{A}}^\alpha=\overline{\mathrm{A}}^\alpha\frac{\hat{c}}{\mathrm{c}_1}+(\alpha\widetilde{G})\cdot\widetilde{\mathrm{A}}^\alpha\frac{\hat{c}}{\mathrm{c}_2}. \qquad (13)$$

Покажем, что в соответствующих приближениях, из уравнений (10) следуют уравнения движения электрического заряда классической электродинамики. Для слабых полей и при слаборелятивистских скоростях уравнение (10) приводится, аналогично тому, как мы поступали при выводе формулы (6), к виду

$$\frac{d^2\hat{x}^k}{dt^2}+c_\Sigma^{\ 2}\hat{\Gamma}^k_{00}+2c_\Sigma\hat{\Gamma}^k_{0\beta}\frac{d\hat{x}^\beta}{dt}=0. \qquad (14)$$

В рассматриваемом приближении символы Кристоффеля имеют вид:

$$\hat{\Gamma}_{\alpha 00}=\hat{h}_{\alpha 0,0}-\frac{1}{2}\hat{h}_{00,\alpha},$$

$$\hat{\Gamma}_{\alpha\beta 0}=\frac{1}{2}\left(\hat{h}_{\alpha 0,\beta}-\hat{h}_{\beta 0,\alpha}\right). \qquad (15)$$

Подставляя (15) в (14) и переходя к потенциалам (12-13), получаем искомые уравнения

$$(1+\alpha)\frac{d^2x_i}{dt^2}=\left(\frac{\partial\overline{A}_k}{\partial x^i}-\frac{\partial\overline{A}_i}{\partial x^k}\right)\frac{dx^k}{c_1dt}+\left(\alpha\widetilde{G}\right)\left(\frac{\partial\widetilde{A}_k}{\partial x^i}-\frac{\partial\widetilde{A}_i}{\partial x^k}\right)\frac{dx^k}{c_2dt}=$$

$$=\overline{F}_{ik}\frac{dx^k}{c_1dt}+\left(\alpha\widetilde{G}\right)\widetilde{F}_{ik}\frac{dx^k}{c_2dt} \qquad (16)$$

При выполнении условия равенства численных значений скорости гравитационных и скорости электромагнитных волн (или примерного равенства):

$$c_1\cong c_2\equiv c, \qquad (17)$$

а также при условии, что постоянная α имеет вид:

$$\alpha=\frac{q}{m\widetilde{G}}, \qquad (18)$$

уравнение (16) приводится к следующему виду:

$$m(1+\alpha)\frac{d^2x^i}{dS_0^{\ 2}}=\frac{m}{c^2}\overline{F}^{ik}u_k+\frac{q}{c^2}\widetilde{F}^{ik}u_k. \qquad (19)$$

Сравнивая экспериментально подтверждаемые уравнения (9) и получаемые из предлагаемой геометрической модели уравнения (19), утверждаем их равенство, или, точнее, их примерное равенство, при условии, что постоянная α имеет величину, много меньшую единицы. С учетом этого обстоятельства можно предполагать, что уравнения (19) являются обобщением соответствующих уравнений Ньютона.

Далее получим выражение для релятивистского импульса и энергии тела (m,q) в пространстве $\hat{M}^4$. Для чего определим функцию Лагранжа тела (m,q), которую запишем по аналогии с функцией Лагранжа тела (m) в пространстве $\overline{M}^4$:

$$\hat{L}=-mc_\Sigma\sqrt{\hat{g}_{ik}\hat{u}^i\hat{u}^k}=$$

$$=-mc_\Sigma^{\ 2}\sqrt{1-\frac{V^2}{\hat{c}^2}}\cdot\sqrt{1+\hat{h}_{ik}\frac{d\hat{x}^i}{d\hat{S}_0}\frac{d\hat{x}^k}{d\hat{S}_0}}. \qquad (20)$$

Для случая **релятивистской частицы в слабых полях** уравнение (20) в терминах потенциалов (11-13) примет вид:

$$\hat{L}\approx-mc_\Sigma^{\ 2}\sqrt{1-\frac{V^2}{\hat{c}^2}}-\left(m\overline{A}_0+m(\alpha\widetilde{G})\widetilde{A}_0\right)-$$

$$-\left(\frac{m\overline{A}_\alpha}{c_1}+\frac{m(\alpha\widetilde{G})\widetilde{A}_\alpha}{c_2}\right)\cdot V^\alpha \qquad (21)$$

Выбор функции Лагранжа в виде (20-21) следует также из того, что уравнение Эйлера с этой функцией Лагранжа соответствует уравнениям движения (19). Вычислим импульс тела (m,q) в слабых электромагнитном и гравитационном полях:

$$\vec{P}=\frac{\partial\hat{L}}{\partial\vec{V}}=\frac{m\vec{V}(1+\alpha)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{\hat{c}^2}}}+\frac{m}{c_1}\vec{\overline{A}}+\frac{m(\alpha\widetilde{G})}{c_2}\vec{\widetilde{A}} \qquad (22)$$

При выполнении условия (17), имеем:

$$\frac{V^2}{\hat{c}^2}=\frac{V^2}{c^2}. \qquad (23)$$

С учётом (17-18,23) выражение (22) примет вид:

$$\vec{P}=\frac{(m+q/\widetilde{G})\vec{V}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}+\frac{m}{c}\vec{\overline{A}}+\frac{q}{c}\vec{\widetilde{A}}. \qquad (24)$$

Для сравнения приведём выражение релятивистского импульса тела (m,q) в классической электродинамике, имеющее эмпирическое подтверждение:

$$\vec{P} = \frac{m\vec{V}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + \frac{m}{c}\vec{\bar{A}} + \frac{q}{c}\vec{\tilde{A}}. \qquad (25)$$

Из формулы (24) следует, что импульсом обладает не только масса, но и электрический заряд тела (m,q). Получим также выражения для релятивистской энергии и энергии покоя свободной частицы (m,q):

$$E = (\vec{P}_0\vec{V}) - L_0 = \frac{mc_1^{\ 2} + (q/\widetilde{G})\cdot c_2^{\ 2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{(m + q/\widetilde{G})\cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (26)$$

$$E_0 = mc_1^{\ 2} + \frac{q}{\widetilde{G}}\cdot c_2^{\ 2} = (m + q/\widetilde{G})\cdot c^2. \qquad (27)$$

Подведём некоторые итоги. Уравнения геодезических (10) в псевдоримановом пространстве $\hat{M}^4$ с «объединённой» метрикой действительно являются нелинейным общековариантным обобщением линейных уравнений движения частицы (m,q) классической электродинамики, в которые они переходят (имея небольшие отличия) в приближении слабых полей и при слаборелятивистских скоростях. В этих же приближениях из предложенной геометрической модели получаются основные формулы релятивистской механики, но также с небольшими добавками. Можно предположить, что эти дополнения к классическим формулам являются новым физическим результатом. Так из вида формул (24,26-27) можно утверждать, что **инерционными свойствами обладает и электрический заря**д, за счёт которого инерционная масса тела (m,q) изменяется на малую величину

$$\Delta m = \frac{q}{\widetilde{G}}, \qquad (28)$$

по сравнению с инерционной массой тела (m).

Формула (27) позволяет также утверждать, что самая знаменитая формула физики: $E_0 = mc_2^{\ 2}$ является не только неполной, но, строго говоря, и неверной. Неполной в том смысле, что в ней не учитывается вклад электрического заряда в энергию покоя, в соответствии с «добавкой» (28), а неверной потому, что фигурирующая в ней скорость является скоростью гравитационных волн, а не скоростью света.

Определение электромагнитного аналога гравитационной постоянной $\widetilde{G}$, фигурирующей в полученных выше формулах, является эмпирической задачей. Однако из формулы (18) и условия малости постоянной α можно сделать оценку этой величины: модуль электромагнитной постоянной $\widetilde{G}$ много больше модуля удельного заряда электрона, как максимального из удельных зарядов.

4. Заключение.

Геометрическая модель для совместного описания гравитации и электромагнетизма, предложенная в работе [6], не только устраняет отмеченные там противоречия теории относительности, но и приводит к новым физическим результатам. Так в работе [7] получены общековариантные нелинейные полевые уравнениям грави-электродинамики, обобщающие уравнения Максвелла, а в настоящей работе - нелинейные уравнения движения заряженной частицы в сильных гравитационном и электромагнитном полях (10), которые обобщают соответствующие линейные уравнения классической электродинамики. В необходимых приближениях полученные уравнения приводятся к известным уравнениям теории относительности и классической электродинамики, обеспечивая тем самым соответствие с известными экспериментальными результатами в обсуждаемых областях.

Литература

1. Г.И. Шипов. Общековариантная нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом. // Известия Вузов. Физика, 1972, т. 10, с. 98.
2. Г.И. Шипов. Теория физического вакуума.// М., Наука, 1997, с. 450.
3. В.Е. Домрачев Интерпретация и некоторые обобщения теории относительности механики и электродинамики // М., «Кириллица-1», 2002. с. 54.
4. В.Е. Домрачев Структурно иерархическая модель пространства - времени. “Доповіді Національної академії наук України”, № 1, 2006, С. 67-72.
5. В.Е. Домрачев. Некоторые обобщения линейных полевых уравнений теории гравитации и электродинамики “Доповіді Національної академії наук України”, № 2, 2006, С. 71-76.
6. В.Е. Домрачев. К вопросу совместного описания гравитации и электромагнетизма. //"Вібрації в техніці та технологіях", № 1(53), 2009, С. 15-19.
7. В.Е. Домрачев. Нелинейное обобщение уравнений Максвелла. //"Вібрації в техніці та технологіях", № 1(53), 2009, С. 20-24.