

Тищенко Л. Н.

Абдуєва Ф. М.

Ольшанський В. П.

Харьковский
национальный
технический
университет
сельского хозяйства
им. П. Василенка

УДК 631.362

СРАВНЕНИЕ ДВУХ СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ПСЕВДООЖИЖЕННОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ ПРИ ВИБРОЦЕНТРОБЕЖНОМ СЕПАРИРОВАНИИ

У статті отримано формули для визначення динамічного коефіцієнту в'язкості псевдозрідженого сипучого середовища, з метою застосування рівнянь гідродинаміки до розрахунку руху зернової суміші по вертикальному циліндричному решету вібросепаратора.

The article derived formulas to determine the coefficient of dynamical viscosity of the fluidized granulated solids to apply to the calculation of hydrodynamic equations of motion for a cylindrical grain mixtures sieve of vibro-centrifugal separator.

Расчет производительности виброцентробежного сепаратора можно проводить, заменив движущуюся сыпучую зерновую смесь некоторой вязкой жидкостью [1]. При этом результаты расчета существенно зависят от значения динамического коэффициента вязкости псевдоожидженной сыпучей среды. Поэтому его теоретическому определению уделялось должное внимание в работах [1, 2, 3]. Здесь, в отличие от указанных публикаций, рассматривается два других способа вычисления динамического коэффициента вязкости псевдоожидженности для моделирования движения зерновой смеси в вибросепараторе. В основу первого метода положено равенство импульсов сил сопротивления движению частицы в различных средах на одном полупериоде ее колебаний. Во втором методе расчетом условием эквивалентности действия сил сопротивления принято равенство работ этих сил за один полупериод колебаний, что традиционно используется в задачах линеаризации [4, 5]. Таким образом, целью данной работы является сравнение значений динамического коэффициента вязкости псевдоожидженности, вычисленных двумя методами.

Первый способ определения коэффициента вязкости. При его изложении придерживаемся работ [1, 6], но

вносим некоторые изменения в теорию. Пусть идеальная линейно-вязкая среда совершает установившиеся гармонические колебания с амплитудой A^* и частотой ω . Тогда относительная скорость \dot{q} , содержащейся в ней полностью погруженной частицы, будет также изменяться по гармоническому закону [1]:

$$\dot{q} = A\omega \sin(\omega t),$$

где

$$A = \frac{A^*}{\sqrt{1 + \left(\frac{b}{m\gamma\omega}\right)^2}}, \quad (1)$$

m – масса частицы; γ – коэффициент присоединения массы среды к частице; b – коэффициент линейного сопротивления (объемной вязкости); t – время.

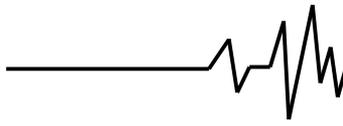
При этом сила сопротивления среды пропорциональна относительной скорости

$$F_{\text{нi}} = b\dot{q} = bA\omega \sin(\omega t),$$

а ее импульс за полупериод колебаний π/ω равен:

$$I(F_{\text{нi}}) = bA\omega \int_0^{\pi/\omega} \sin(\omega t) dt = 2bA. \quad (2)$$

При движении частицы в вибрирующей сыпучей среде на нее действует сила сухого



трения $F_{\text{от}}$. Ее импульс за рассматриваемое время определяем по формуле:

$$I(F_{\text{от}}) = F_{\text{от}} \int_0^{\pi/\omega} dt = \frac{\pi}{\omega} F_{\text{от}}. \quad (3)$$

Равенство импульсов (2) и (3) позволяет выразить коэффициент линейного сопротивления через силу трения

$$b = \frac{\pi}{2\omega A} F_{\text{от}}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (1), приходим к уравнению с неизвестным A

$$A = \frac{A^*}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi F_{\text{от}}}{2m\gamma\omega^2 A}\right)^2}},$$

из которого следует, что:

$$A = \sqrt{(A^*)^2 - \left(\frac{\pi}{2} \frac{F_{\text{от}}}{m\gamma\omega^2}\right)^2}. \quad (5)$$

Далее считаем, что частица имеет сферическую форму и ее радиус равен r_0 .

Согласно теории Стокса [7], на сферу, которая медленно движется в жидкости с постоянной скоростью V , действует сила сопротивления

$$F_{\text{но}} = 6\pi r_0 \mu V,$$

где μ – динамический коэффициент вязкости жидкости.

За время $\pi/\omega = 2A/V$ сила Стокса создает импульс

$$I(F_{\text{но}}) = F_{\text{но}} \pi/\omega = 12\pi r_0 \mu A. \quad (6)$$

Приравнявая импульсы (3) и (6), получаем

$$\mu = \frac{F_{\text{от}}}{12\omega r_0 A}, \quad (7)$$

что с учетом (5) приводит к формуле [6]

$$\mu = \frac{F_{\text{от}}}{12\omega r_0 \sqrt{(A^*)^2 - \left(\frac{\pi}{2} \frac{F_{\text{от}}}{m\gamma\omega^2}\right)^2}}. \quad (8)$$

При известной силе трения $F_{\text{от}}$ она позволяет вычислить коэффициент μ .

Второй способ определения коэффициента вязкости. В основу его положим равенство работ, выполняемых тремя рассмотренными силами на пути $2A$ за время π/ω :

$$\begin{aligned} A(F_{\text{от}}) &= \int_0^{\pi/\omega} F_{\text{от}} \dot{q} dt = b(A\omega)^2 \int_0^{\pi/2} \sin^2(\omega t) dt = \\ &= \frac{\pi}{2} b\omega A^2; \\ A(F_{\text{от}}) &= 2AF_{\text{от}}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$A(F_{\text{но}}) = 2A \cdot 6\pi r_0 \mu V = 24r_0 \mu \omega A^2.$$

В последнем выражении учтено, что $V = 2A\omega/\pi$.

Энергетический критерий эквивалентности сил, с учетом (9), приводит к выражениям:

$$b = \frac{4F_{\text{от}}}{\pi\omega A}, \quad \mu = \frac{F_{\text{от}}}{12r_0\omega A}. \quad (10)$$

Первое из них традиционно используется в теории нелинейных колебаний [4, 5], а второе – совпадает с (7).

Учитывая (1) и (10) приходим к формуле:

$$\mu = \frac{F_{\text{от}}}{12\omega r_0 \sqrt{(A^*)^2 - \left(\frac{4}{\pi} \frac{F_{\text{от}}}{m\gamma\omega^2}\right)^2}}, \quad (11)$$

которая позволяет при известной силе трения определить μ .

Анализируя полученные результаты, видим, что (8) и (11) сводятся, по сути, к одной расчетной формуле:

$$\mu = \frac{F_{\text{от}}}{12\omega r_0 \sqrt{(A^*)^2 - (\delta F_{\text{от}})^2}}, \quad (12)$$

в которой множитель δ зависит от метода расчета.

В первом способе вычислений $\delta = \frac{\pi}{2m\gamma\omega^2}$, а во втором – $\delta = \frac{4}{\pi m\gamma\omega^2}$.

Определение силы сухого трения.

Считаем, что радиус сферической частицы r_0 , а также толщина сепарируемого слоя зерна, малы по сравнению с радиусом вращающегося цилиндрического решета вибросепаратора. В этом случае давление на поверхности частицы можно приближенно представить в виде

$$p(\varphi, \theta) = p_0 + \Delta p \sin \varphi \sin \theta, \quad (13)$$

где φ, θ – координатные углы в сферической системе координат, показанные на рис. 1; p_0 – давление в центре сферы; Δp – максимальная разность давлений на поверхности и в центре сферы.

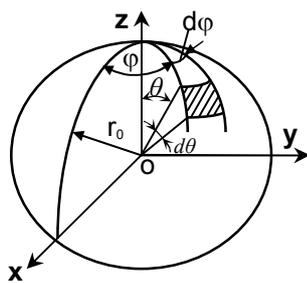
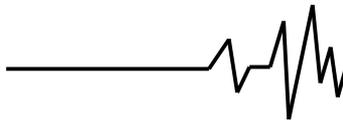


Рис. 1. К расчету силы сухого трения

Силу трения, оказывающую сопротивление вертикальному перемещению частицы (параллельно оси OZ) при вертикальной оси вращения решета, находим интегрированием:

$$F_{\omega} = \xi f r_0^2 \int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta \int_0^{2\pi} p(\varphi, \theta) d\varphi.$$

Вычисление двойного интеграла с учетом (13) дает:

$$F_{\omega} = \xi f p_0 (\pi r_0)^2. \quad (14)$$

Здесь f – коэффициент внутреннего сухого трения в сыпучей среде.

Множителем $\xi < 1$ учитываем поправку на пористость среды, т.е. отсутствие контакта сферы с соседними частицами на части ее поверхности.

Согласно теории вращающейся жидкости давление, обусловленное центробежной силой, можно вычислить по формуле [1]:

$$p_0 = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 (r^2 - R_0^2), \quad (15)$$

где ρ – плотность псевдооживленной среды; Ω – угловая скорость вращения решета; $R_0 = R - h$ – радиус внутренней поверхности сепарируемого слоя зерна толщиной h ; R – радиус решета; r – удаление центра частицы от оси вращения решета изменяющееся в интервале $R_0 + r_0 \leq r \leq R - r_0$.

Учитывая (14) и (15), получаем формулу для вычисления силы сухого трения, которая действует на частицу

$$F_{\omega} = c (r^2 - R_0^2), \quad (16)$$

где $c = \frac{1}{2} \xi f \rho (\pi r_0 \Omega)^2$.

При толщине сепарируемого кольцевого слоя h большей чем $2r_0$, эта сила, а, следовательно, и коэффициент вязкости μ ,

оказываются зависимыми от радиальной координаты r . В таких случаях приходится решать задачу гидродинамики для неоднородной псевдожидкости.

Расчет максимальной толщины сепарируемого слоя. Областью применимости изложенной теории является положительность подкоренного выражения в формуле (12), что выполняется когда

$$\max F_{\omega} < \frac{1}{\delta} A^*.$$

Максимальной сила сухого трения становится при $r = R - r_0$ и, согласно (16), принимает значение

$$\max F_{\omega} = c [(R - r_0)^2 - (R - h)^2].$$

Учитывая его, получаем двустороннее ограничение на толщину сепарируемого слоя зерна

$$2r_0 \leq h < h_{\max},$$

причем

$$h_{\max} = R - \left[(R - r_0)^2 - \frac{1}{c\delta} A^* \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

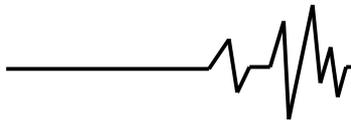
Ограничение снизу – геометрическое, а сверху – физическое. Второе выражает ограниченность проникновения вибрации сдвига от края вглубь сыпучей среды.

Если при сепарировании окажется, что $h > h_{\max}$, то у поверхности решета образуется неожиженный слой толщины $h - h_{\max}$, сжатый центробежной силой, который или «прилипает» к поверхности решета (удерживается силой трения), или скользит по ней как жесткое тело, что ухудшает производительность. Поэтому нежелательно, чтобы при сепарировании нарушалось неравенство $h < h_{\max}$.

Усреднение динамического коэффициента вязкости. Оно упрощает расчет движения неоднородной жидкости, так как позволяет приближенно свести неоднородный кольцевой слой к условно однородному. Выведем формулу для вычисления усредненного значения μ в предположении, что $2r_0 < h < h_{\max}$. При соблюдении указанного неравенства искомый коэффициент представляется интегралом

$$\mu_{\bar{r}\theta} = \frac{2}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} r \mu(r) dr,$$

в котором $r_1 = R_0 + r_0$, $r_2 = R - r_0$, $r_2 > r_1$.



Вычисление интеграла для выражений (12), (16) легко провести по формуле Ньютона-Лейбница. Такое преобразование дает

$$\mu_{\dot{\eta}\delta} = \frac{1}{12\omega r_0 c \delta^2 (r_2^2 - r_1^2)} \left(\sqrt{(A^*)^2 - (\delta F_1)^2} - \sqrt{(A^*)^2 - (\delta F_2)^2} \right). \quad (18)$$

Здесь $F_1 = c(r_1^2 - R_0^2)$, $F_2 = c(r_2^2 - R_0^2)$.

Выражение (18) можно также представить в виде

$$\mu_{\dot{\eta}\delta} = \frac{F_1 + F_2}{12\omega r_0 \left(\sqrt{(A^*)^2 - (\delta F_1)^2} + \sqrt{(A^*)^2 - (\delta F_2)^2} \right)} \quad (19)$$

При $F_1 = F_2 = F_{\omega}$ оно переходит в (12).

Таким образом, располагая усредненными структурными параметрами зерновой смеси и параметрами вибрирующего вращающегося решета, можно определить коэффициент динамической вязкости жидкости в гидродинамической модели движения сепарируемой сыпучей среды.

Анализ численных результатов.

Расчеты проведены для зерновой смеси кукурузы, у которой в среднем [8]: $\rho = 730 \text{ кг/м}^3$, $r_0 = 0,0037 \text{ м}$, $m = 0,000286 \text{ кг}$, $f = 0,53$. Принимали решето с радиусом $R = 0,3075 \text{ м}$, которое вращается с угловой скоростью $\Omega = 11,77 \text{ с}^{-1}$. Рассматривали два режима колебаний решета: $\omega = 75,9 \text{ с}^{-1}$; $A^* = 0,008 \text{ м}$ и $\omega = 96,9 \text{ с}^{-1}$; $A^* = 0,006 \text{ м}$. В расчетах задавали: $\xi = 0,65$, $\gamma = 2$.

Определенные двумя методами по формуле (17) граничные толщины сепарируемого слоя кукурузы отображены на графических зависимостях (рис. 2). Анализом данных зависимостей установлено, что с увеличением коэффициента внутреннего трения в обоих методах расчета наблюдается уменьшение высоты слоя. Причем высота слоя при $\omega = 96,9 \text{ с}^{-1}$ больше, чем при $\omega = 75,9 \text{ с}^{-1}$.

Значения максимальной высоты слоя, полученные вторым методом расчета, превышают полученные первым. Подчеркнем, что, определяя максимальную высоту слоя, по сути, устанавливаем границу области применимости рассмотренных методов вычисления динамического коэффициента вязкости псевдожидкости, при $h \rightarrow h_{\max} : \mu \rightarrow \infty$.

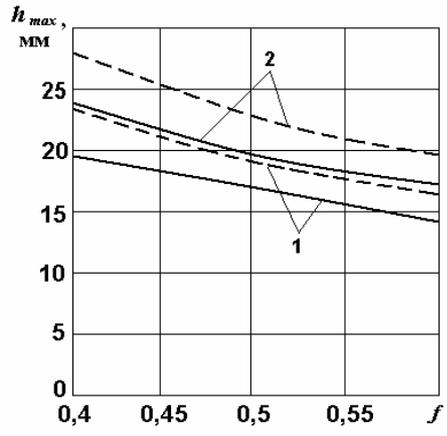


Рис. 2. Зависимости максимальной высоты слоя от коэффициента внутреннего трения: 1 – первый способ расчета; 2 – второй способ расчета; — $\omega = 75,9 \text{ с}^{-1}$, $A^* = 0,008 \text{ м}$; - - - $\omega = 96,9 \text{ с}^{-1}$, $A^* = 0,006 \text{ м}$ ($\rho = 730 \text{ кг/м}^3$, $r_0 = 0,0037 \text{ м}$, $f = 0,53$, $m = 0,000286 \text{ кг}$, $R = 0,3075 \text{ м}$, $\Omega = 11,77 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 0,65$, $\gamma = 2$)

Расчет значений коэффициента вязкости псевдооживленной зерновой смеси проводили по формулам (12), (16) при $h = 0,015 \text{ м}$. Поскольку коэффициент вязкости псевдооживленной зерновой смеси зависит от радиальной координаты r , то ее определяли в трех точках:

$r = r_1 = R - h + r_0$, $r = r_2 = R - r_0$, $r = r_3 = 0,5(r_1 + r_2)$, и принимали среднее значение. Полученные зависимости коэффициента вязкости псевдооживленной зерновой смеси кукурузы от коэффициента внутреннего трения представлены на рис. 3.

Анализ численных результатов показывает, что коэффициент вязкости псевдооживленной зерновой смеси кукурузы увеличивается в точке, близкой к поверхности решета, что объясняется большими значениями давления и силы трения. Поэтому слои, которые находятся ближе к поверхности решета, движутся гораздо медленнее, чем те, которые ближе к свободной поверхности. Такой перепад скоростей по радиусу способствует сегрегации частиц зерновой смеси и процессу их сепарации.

Следует отметить, что, определяя коэффициент вязкости псевдооживленной зерновой смеси первым способом, при высоте слоя $h = 0,015 \text{ м}$ и коэффициенте внутреннего трения $f = 0,53$, метод дает большие погрешности. Это объясняется тем, что высота слоя стремится к максимальной: $f = 0,55$, $h_{\max} = 0,01523 \text{ м}$ (рис. 2).

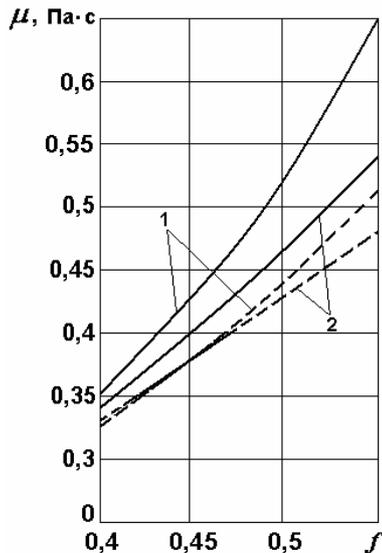


Рис. 3. Зависимости коэффициента вязкости псевдооживленной зерновой смеси кукурузы от коэффициента внутреннего трения: 1 – первый способ расчета; 2 – второй способ расчета; — $\omega = 75,9 \text{ с}^{-1}$, $A^* = 0,008 \text{ м}$; - - - $\omega = 96,9 \text{ с}^{-1}$, $A^* = 0,006 \text{ м}$ ($\rho = 730 \text{ кг/м}^3$, $r_0 = 0,0037 \text{ м}$, $f = 0,53$, $m = 0,000286 \text{ кг}$, $R = 0,3075 \text{ м}$, $\Omega = 11,77 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 0,65$, $\gamma = 2$)

Следовательно, при использовании изложенной теории необходимо предварительно определить максимальную высоту для выбранного метода и в ходе дальнейших расчетов контролировать, чтобы задаваемая высота слоя не приближалась к максимальной.

При удалении высоты слоя от максимального значения, полученные коэффициенты вязкости псевдооживленной зерновой смеси, определенные двумя методами, практически совпадают. Однако, уменьшение высоты слоя ведет к снижению удельной загрузки решета.

Это также подтверждается значениями коэффициентов вязкости псевдооживленной зерновой смеси кукурузы, полученных двумя методами, для второго режима колебаний при $A^* = 0,006 \text{ м}$, $\omega = 96,9 \text{ с}^{-1}$ (кривая 2, рис. 3).

Значения коэффициентов вязкости псевдооживленной зерновой смеси при $A^* = 0,006 \text{ м}$, $\omega = 96,9 \text{ с}^{-1}$ соответствуют значениям, которые имеют жидкие смазочные материалы. По данным работы [7] динамический коэффициент вязкости

машинного масла при температуре 10^0 С равен $0,676 \text{ Па}\cdot\text{с}$.

С увеличением частоты колебаний решета максимальная высота слоя зерновой смеси обоих методов повысилась. Рекомендуемая толщина кольцевого слоя не превышает максимальной в исследуемом диапазоне значений коэффициента трения и составляет $h = 0,015 \text{ м}$.

Таким образом, изложенная теория позволяет определить коэффициент вибровязкости псевдооживленной зерновой смеси для описания процесса сепарирования при помощи уравнений гидродинамики.

Литература

1. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна. – Харьков: Основа, 2004. – 224 с.
2. Тищенко Л.Н. К определению гидродинамических характеристик псевдооживленных сыпучих сред при работе виброцентробежных сепараторов // Экология и с. х. техника. Сб. н. тр. СЗНИИМЭСХ. СПб. Павловск: СЗНИИМЭСХ, 2000. – Т. 1. – С. 70 – 73.
3. Тищенко Л.Н. Гидродинамические характеристики псевдооживленных сыпучих сред при виброцентробежном сепарировании на зерноперерабатывающих предприятиях // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних та харчових виробництв: Вісник ХДТУСГ. – Харків: ХДТУСГ, 2001. Вип. 5. – С. 13-33.
4. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Физматгиз, 1959. – 410 с.
5. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1980. – 270 с.
6. Тищенко Л.Н., Абдуева Ф.М., Ольшанский В.П. К расчету вязкости псевдооживленной сыпучей зерновой смеси при виброцентробежном сепарировании // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв: Вісник ХНТУСГ.– Харків: ХНТУСГ, 2007. Вип. 58. – С. 44-51.
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 847 с.
8. Гортинский В.В., Демский А.Б., Борискин М.А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. Изд. второе. – М.: Колос, 1980. – 304 с.