

Харченко Є. В.

Підгайний Т. Ю.

Національний
університет
„Львівська
політехніка”

УДК 629.113.001

ВИЗНАЧЕННЯ НИЖЧИХ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ КУЗОВІВ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОНТИНУАЛІЗОВАНОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ

Разработано математическую модель и алгоритм расчета свободных крутильных колебаний кузова автомобиля. Экспериментально определено жесткость на кручение и низшую собственную частоту. Сравнено результаты расчета и эксперимента.

The mathematical model and algorithm of calculation of free torsion oscillations of car body are developed. Torsional rigidity and intrinsic frequency are experimentally defined. Results of calculation and experiment are compared.

Постановка проблеми. Кузови пасажирських транспортних засобів, зокрема, автомобілів і автобусів, є складними механічними системами, динамічний аналіз яких пов'язаний із значними труднощами. Однак, уникнення надмірних деформативних коливань несучої металоконструкції під час проектування є важливим чинником підвищення надійності і довговічності транспортного засобу, його комфортабельності.

З метою добору раціонального варіанту конструкції практичне значення має наближене (з похибкою до 15-20%) визначення основних частот вільних коливань дослідних зразків. Застосування для цього складних програмних комплексів і, відповідно, просторових оболонкових або оболонково-стержневих розрахункових моделей недоцільне через надмірні затрати часу на розв'язання задачі. Надто трудомістким і тривалим є також експериментальне дослідження вільних коливань механічної системи. Тому слід надавати перевагу спрощеним методам розрахунку, які дають можливість оцінювати динамічні характеристики металоконструкції з використанням обмеженого числа узагальнених пружно-інерційних параметрів, що визначаються теоретично або експериментально.

Аналіз відомих досліджень і публікацій. Статичні і динамічні розрахунки складених металоконструкцій, до яких відносяться кузови транспортних засобів, можна виконувати з високою точністю, користуючись методом скінчених елементів [1, 2, 3, 4]. Широке розповсюдження згаданого методу в інженерній практиці привело до розроблення великої кількості обчислювальних систем, таких як Ansys, Nastran, Cosmos, Catia та ін. [5, 6, 7]. Однак, використання цих програм пов'язане з необхідністю створення складних 3D-моделей металоконструкцій, що є трудомістким завданням. Тому для проведення досліджень в інженерній практиці застосовують наближені методи аналізу динамічних явищ у несвітих конструкціях транспортних засобів та інженерних споруд [8, 9, 10, 11, 12, 13]. Для цього здебільшого розробляють континуалізовані розрахункові моделі металоконструкцій.

Постановка задачі. У даній статті пропонується спосіб визначення основної власної частоти крутильних коливань кузова автомобіля, який ґрунтується на розгляді оболонкової конструкції як складеного бруса, що має кусково-сталі пружно-інерційні параметри. Жорсткісні характеристики динамічної моделі визначаються



експериментально. Аналіз вільних коливань системи виконується методом початкових параметрів [14].

Основний матеріал. Кузов автомобіля схематично зображено на рис. 1, де l_i і d_i ($i=1, 2, \dots, 5$) – довжини ділянок металоконструкції; l_0 – відстань між опорними вузлами підвіски; m_i ($i=1, 3, 4, 6$) – маси вантажів, що імітують обладнання автомобіля і пасажирів, a_i ($i=1, 3, 4, 6$) – відстань між центрами мас вантажів.

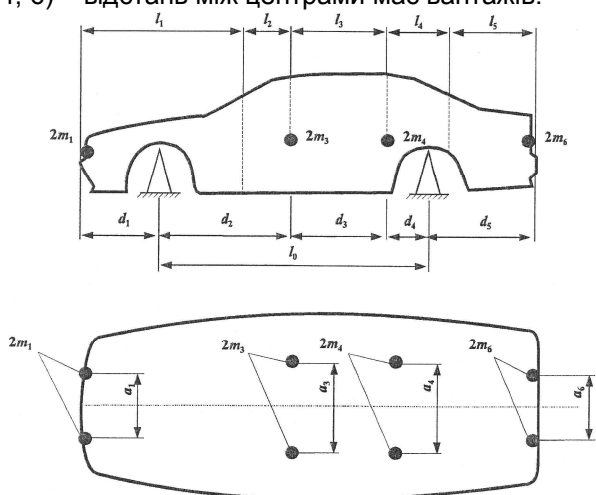


Рис. 1. Схема кузова автомобіля.

Розглядаючи вільні крутильні коливання кузова, розрахункову модель механічної системи приймаємо у вигляді складеного стержня (рис. 2), пружно-інерційні параметри якого в межах ділянок довжинами l_i ($i=1, 2, \dots, 5$) постійні. Кожну з пар вантажів подаємо у виді твердого тіла з моментами інерції $J_i = m_i a_i^2 / 2$ ($i=1, 3, 4, 6$).

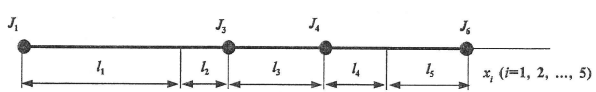


Рис. 2. Розрахункова модель для проведення аналізу крутильних коливань кузова автомобіля.

Для опису руху використовуємо координати x_i ($i=1, 2, \dots, 5$), початки яких розміщені в лівих граничних перерізах відповідних ділянок.

Приймаючи площу поперечного перерізу сталою, знаходимо її у вигляді

$$A = \frac{m}{\rho l}, \quad (1)$$

де m , l – маса і сумарна довжина металоконструкції кузова; ρ – густина матеріалу.

Полярні моменти інерції поперечних перерізів записуємо як

$$I_{pi} = r_i^2 \cdot A \quad (i=1, 2, \dots, 5), \quad (2)$$

де r_i – полярний радіус інерції.

Приймаючи, що поперечні перерізи автомобіля мають прямокутну форму, а площі несвіних елементів рівномірно розподілені по контурах поперечних перерізів, записуємо вираз для визначення полярного радіуса інерції у вигляді

$$r_i^2 = \frac{b_i h_i}{4} + \frac{b_i^3 + h_i^3}{12(b_i + h_i)} \quad (i=1, 2, \dots, 5), \quad (3)$$

де b_i і h_i – ширина і висота поперечного сечення кузова автомобіля на i -й ділянці.

Жорсткісні властивості металоконструкції визначаються значеннями зведеного модуля пружності матеріалу другого роду, які знайдено для кожної ділянки за формулою

$$G_i = \frac{c}{I_{pi}} \quad (i=1, 2, \dots, 5). \quad (4)$$

Значення c знаходимо експериментально, закручуючи кузов автомобіля на ділянці довжиною l_0 , що розміщена між опорними вузлами

$$c = c_0 \cdot l_0, \quad (5)$$

де c_0 – крутильна жорсткість ділянки довжиною l_0 .

Таким чином, розрахункова модель кузова представлена у вигляді складеного стержня, який має постійну по всій довжині площу поперечного перерізу але змінні момент інерції поперечного перерізу і модуль пружності матеріалу другого роду.

Використовуючи наведену на рис. 2 розрахункову модель, рівняння крутильних коливань ділянки кузова записуємо у вигляді

$$\frac{a_i^2}{l_i^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi_i^2} - \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial t^2} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, 5), \quad (6)$$

де ϕ_i – кутове переміщення деякого перерізу i -ї ділянки кузова; $\xi_i = x_i / l_i$ – відносна поздовжня координата перерізу (x_i – його абсолютна координата); t – час; $a_i = \sqrt{G_i / \rho}$ – швидкість поширення хвилі пружних деформацій.



Розв'язки рівнянь (6) повинні задовольняти граничні умови, які визначаються виразами

$$J_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} - \frac{G_1 I_{p1}}{l_1} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi_1} = 0, \text{ якщо } \xi_1=0; \quad (7)$$

$$J_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} + \frac{G_{i-1} I_{p,i-1}}{l_{i-1}} \frac{\partial \varphi_{i-1}}{\partial \xi_{i-1}} - \frac{G_i I_{pi}}{l_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi_i} = 0,$$

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} \quad (i=2, 3, 4, 5), \text{ якщо } \xi_{i-1}=1, \xi_i=0; \quad (8)$$

$$J_6 \frac{\partial^2 \varphi_6}{\partial t^2} - \frac{G_5 I_{p5}}{l_5} \frac{\partial \varphi_5}{\partial \xi_5} = 0, \text{ якщо } \xi_5=1, \quad (9)$$

причому $J_2=J_5=0$.

Рівняння (6)–(9) утворюють математичну модель крутильних коливань даної механічної системи.

Розв'язок рівнянь (6) запишемо у вигляді

$$\varphi_i = \Phi_i(\xi_i) \cos \omega t \quad (i=1, 2, \dots, 5), \quad (10)$$

де ω – циклічна частота.

Підставляючи (10) в (6), отримуємо рівняння амплітудних функцій

$$\Phi_i'' + \frac{l_i^2 \omega^2}{a_i^2} \Phi_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, 5). \quad (11)$$

Розв'язавши рівняння (11), запишемо матричну залежність

$$X_i(\xi_i) = R_i(\xi_i) X_i(0) \quad (i=1, 2, \dots, 5), \quad (12)$$

де

$$X_i(\xi_i) = \begin{pmatrix} \Phi_i(\xi_i) \\ \Phi_i'(\xi_i) \end{pmatrix};$$

$$R_i(\xi_i) = \begin{pmatrix} \cos \frac{l_i \omega}{a_i} \xi_i & \frac{a_i}{l_i \omega} \sin \frac{l_i \omega}{a_i} \xi_i \\ -\frac{l_i \omega}{a_i} \sin \frac{l_i \omega}{a_i} \xi_i & \cos \frac{l_i \omega}{a_i} \xi_i \end{pmatrix}.$$

З врахуванням (10) граничні умови (7)–(9) зводимо до вигляду

$$X_1(0) = S_1 X_0; \quad (1.13)$$

$$X_i = S_i X_{i-1}(1) \quad (i=2, 3, 4, 5); \quad (1.14)$$

$$X_6 = S_6 X_5(1), \quad (15)$$

де

$$X_0 = \begin{pmatrix} \Phi_1(0) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X_6 = \begin{pmatrix} \Phi_5(1) \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{J_1 \omega^2 l_1}{G_1 I_{p1}} & 0 \end{pmatrix},$$

$$S_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{J_i \omega^2 l_i}{G_i I_{pi}} & \frac{J_{i-1} I_{p,i-1} l_i}{G_i I_{pi} l_{i-1}} \end{pmatrix},$$

$$S_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{J_6 \omega^2 l_5}{G_5 I_{p5}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Використовуючи залежності (12)–(15), отримуємо рівняння зв'язку матриць-колонок X_0 і X_6 :

$$X_6 = S_6 \left[\prod_{j=5}^1 R_j(1) S_j \right] X_0. \quad (16)$$

Власні частоти крутильних коливань механічної системи визначаємо за допомогою рівняння (16), виходячи з рівності нулю другого елемента матриці-колонки X_6 . Виконуючи розрахунок, ненульову компоненту матриці-колонки X_0 задаємо довільно, зазвичай рівною одиниці.

Для числової реалізації викладених математичних моделей розроблено програми, які дозволяють виконувати розрахунки вільних крутильних коливань кузова автомобіля.

Для прикладу розглянемо динамічні характеристики несівної металоконструкції кузова, маса якої $m=251$ кг; загальна довжина $l=4,05$ м; відстань між опорними вузлами $l_0=2,75$ м.

Експериментальне значення крутильної жорсткості:

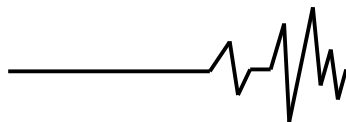
а) без вікон $C_0=360,96$ кН·м/рад;

б) з вікнами $C_0=521,39$ кН·м/рад.

Геометричні параметри кузова та маси вантажів наведені в табл. 1. Розрахункові і експериментальні значення нижчих власних частот несівної конструкції наведені в табл. 2.

Таблиця 1
Параметри кузова автомобіля і маси вантажів

i	1	2	3	4	5	6
$l_i, \text{ м}$	1,05	1,00	0,60	0,40	1,00	–
$b_i, \text{ м}$	1,40	1,45	1,50	1,45	1,35	–
$h_i, \text{ м}$	0,50	1,00	1,10	1,00	0,50	–
$a_i, \text{ м}$	0,8	–	0,80	0,70	–	1,23
$m_i, \text{ кг}$	20,0	–	20,0	20,0	–	15



Таблиця 2
Значення нижчої частоти крутильних
коливань кузова автомобіля (Гц)

без вантажів		з вантажами	
без вікон	з вікнами	без вікон	з вікнами
а) розрахункові значення			
28,500	34,252	23,189	27,870
б) експериментальні значення			
–	40,000	–	24,600

Висновки. Порівняння наведених вище теоретичних і експериментальних результатів показує, що за допомогою викладеної методики значення нижчих власних частот механічної системи знайдено з похибкою, що не перевищує 20%.

Таким чином, застосування континуалізованої розрахункової моделі дає можливість з достатньою точністю оцінювати нижчі частоти вільних коливань кузова автомобіля. Запропонований підхід може бути використаний в інженерній практиці з метою зменшення рівня вібрацій транспортних засобів.

Література

1. Синицин А. П. Метод конечных элементов в динамике сооружений. М.: Стройиздат, 1978. – 231 с.
2. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
3. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
4. Еременко С. Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. Х.: Основа, 1991. – 272 с.

5. Rusiński E. Metoda elementów skończonych. System COSMOS/M. – Warszawa: Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 1994. – 392 s.

6. Шимкович Д. Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с.

7. Алямовский А. А. и др. Solid Works. Компьютерное моделирование в инженерной практике. – Санкт-Петербург: БХВ–Петербург, 2005. – 800 с.

8. Филипов А. П. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 732 с.

9. Строительная механика. Стержневые системы: Учебник для вузов / А. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Б. Я. Лащеников, Н. Н. Шапошников; Под ред. А. Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с.

10. Ржаницын А. Р. Строительная механика. – М.: Высшая школа, 1982. – 400 с.

11. Харченко Є. В. Динамические процессы буровых установок. – Львов: Свит, 1991. – 176 с.

12. Харченко Є. В. Континуально-дискретна математична модель бурової установки // Машинознавство, – 1997. – №1. – С. 41–46.

13. Підгайний Т. Ю. Математичне моделювання крутильних коливань каркасної металоконструкції // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль в машинобудуванні та приладобудуванні / Вісник НУ «Львівська політехніка», – 2007. – №583. – С. 52–57.

14. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – К.: Вища школа, 2004. – 525 с.