№ 1 (50) 2008
Вібрації в техніці та технологіях

I. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН

Горбенко А. Н.

*Керченский государственный морской технологический университет
Керчь, Украина*

УДК 62-755

ОБ УСЛОВИЯХ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОБАЛАНСИРОВКИ РОТОРА ШАРАМИ ИЛИ МАЯТНИКАМИ

У роботі одержані наближені аналітичні формули для обчислення найбільшої критичної швидкості обертання ротора, що є нижньою межею стійкості автобалансування.

The approximate analytical formulas for the calculation of largest speed of rotor rotation, being the low bound of autobalancing stability, are got in the article.

1. Постановка проблемы. Цель работы.

Для снижения вибрации роторных машин находят применение автобалансирующие устройства (АБУ) пассивного типа [1-6]. Наибольшее распространение получили шариковые и маятниковые автобалансиры, динамика которых эквивалентна друг другу. Для практического применения АБУ требуется определение границы устойчивости режима автобалансировки. Общеизвестно необходимое (но недостаточное) условие устойчивости автобалансировки однодискового ротора, совершающего плоское движение, – рабочая скорость вращения ω должна быть выше критической скорости *p* ротора без АБУ. Однако действительной границей устойчивости является наибольшая критическая скорость ω_K всей многомассовой механической системы «ротор - АБУ». Значение ω_K нелинейным образом зависит от параметров системы и может существенно превышать величину *p*.

В настоящее время для теоретического определения значения ω_K существуют следующие возможности: вычисление критической скорости на базе численного анализа характеристического уравнения, неявным образом содержащего ω_K; применение приближенных аналитических выражений в замкнутой форме. Первая возможность отличается точностью, однако носит характер частного вычислительного эксперимента лишь для конкретных значений параметров. Вторая возможность позволяет делать заключения об общих фундаментальных свойствах ротора с АБУ, однако для известных зависимостей характерна низкая точность при практически значимых диапазонах значений параметров.

Целью данной работы является получение приближенных аналитических зависимостей в замкнутой форме, позволяющих в явном виде и с приемлемой для практики точностью определять границу устойчивости автобалансировки однодискового ротора, совершающего плоско-параллельное движение.

2. Физическая модель. Безразмерные параметры.

Рассмотрим однодисковый ротор на двух изотропных опорах. Статически неуравновешенный диск ротора расположен посередине между опорами и совершает плоское движение. В плоскости диска расположен шариковый автобалансир, представляющий собой кольцевую канавку с помещенными в нее компенсирующими массами (КМ) в виде шаров (рисунок 1).

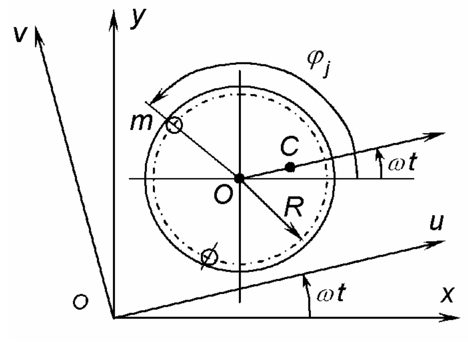

Рисунок 1 – Механическая система «ротор –автобалансир»

Данная механическая система характеризуется следующими физическими параметрами: ω – угловая скорость вращения ротора, рад/с; *M* – масса диска, кг; *r* – эксцентриситет, м; *K* – жесткость вала и его опор, приведенная к центру диска, Н/м; β – коэффициент внешнего вязкого демпфирования ротора, $с^{-1}$; p – критическая скорость вращения ротора без АБУ, рад/с; x, y – текущие координаты геометрического центра диска, м; m, n – масса одного шара (кг) и их количество; R – радиус окружности движения центров масс шаров в АБУ, м; β_0 – коэффициент внутреннего вязкого сопротивления движению шаров в АБУ, $с^{-1}$; α_j – постоянные угловые положения шаров относительно диска в режиме автобалансировки, рад; φ_j – текущая угловая координата j-го шара относительно оси x, рад.

Анализ динамики системы может быть сведен к исследованию уравнений, зависящих от следующих безразмерных параметров [4, 5]:

$$\Omega = \frac{\omega}{P};\ B = \frac{\beta}{p};\ \mu = \frac{m}{M+nm};\ \rho = \frac{r}{R};\ B_0 = \frac{\beta_0}{p};$$

$$D = \frac{1}{n^2}\left[\left(\sum_{j=1}^{n}\cos 2\alpha_j\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^{n}\sin 2\alpha_j\right)^2\right], \qquad (1)$$

где Ω – безразмерная угловая скорость вращения ротора;

B – безразмерный коэффициент внешнего вязкого демпфирования ротора;

μ – относительная масса одного шара;

ρ – относительный радиус окружности движения центров масс шаров в АБУ;

B_0 – безразмерный коэффициент внутреннего вязкого демпфирования в АБУ;

D – параметр расположения шаров в режиме автобалансировки, который может принимать значения от 0 до 1. При этом параметр D связан с ёмкостью АБУ $E = nmR/(Mr)$.

Отметим, что динамика маятникового АБУ описывается такими же уравнениями, в которых, однако, физический смысл параметров μ и ρ несколько иной [1-3, 5].

Указанные параметры могут принимать значения в относительно широких пределах. В работах [4, 5] выполнена оценка характерных диапазонов значений безразмерных параметров. С учетом этого в данной работе приняты следующие порядки малости параметров:

$$B \sim \varepsilon^1;\ n\mu \sim \varepsilon^2;\ B_0 \sim \varepsilon^2, \qquad (2)$$

где ε – малый параметр порядка 10^{-1}.

Данный выбор, по мнению автора, соответствует широкому перечню типов роторных машин, хотя в отношении параметра B_0 не охватывает весь спектр практически значимых случаев. Отметим также, что в дальнейшем принято следующее: все параметры системы ненулевые; параметр D не равен 0 или 1 (при которых имеют место особые случаи исследования устойчивости).

3. Анализ существующих работ.

Исследованию автобалансиров посвящено большое количество работ ([1-6] и другие). Однако их изучение литературных источников показывает, что для рассматриваемой механической системы лишь в ряде работ Филимонихина Г.Б. получены приближенные аналитические зависимости, которые в явном виде определяют наибольшую критическую скорость Ω_K (т.е. границу надежной устойчивости автобалансировки). Ниже приведены формулы из монографии [5] с указанием области их возможного применения.

$$\Omega_K = 1 + \frac{R_m(2B_0+B)}{2B_0^2B}(1-D) + R_m^2\frac{1-D}{8B_0^4B^2}\cdot$$
$$\cdot\left[B(7B+12B_0)(1-D) - 4DB_0(3B+5B_0)\right], \qquad (3)$$

где R_m=0,5$n\mu$; R_m <<1; $n\mu/(4B_0^2B)$<1;

$$\Omega_K = 1 + 2\left(\frac{1}{2}R_m\right)^{1/3} + \frac{7}{3}\left(\frac{1}{2}R_m\right)^{2/3} + \frac{29}{16}R_m, \qquad (4)$$

где R_m =0…0,05; B=0; B_0=0; D=1;

$$\Omega_K = 1 + \frac{3}{2}R_m^{1/3} + \frac{7}{8}R_m^{2/3} + \frac{1}{48}R_m, \qquad (5)$$

где R_m =0…0,5; B=0; B_0=0; D=0.

Из приведенных формул видно следующее. Условие применимости формулы (3) при указанных выше величинах параметров системы не выполняется ($n\mu/(4B_0^2B) \sim 2{,}5\cdot10^2$). Что же касается формул (4) и (5), то они применимы лишь в случае полного отсутствия демпфирования в системе, чего в действительности не бывает. Отметим, что в работе [5] получен также ряд приближенных формул для корней характеристического уравнения. Однако точность приближения не позволяет их использовать для определения границ устойчивости.

Таким образом, существующие в настоящее время зависимости практически неприменимы для оценки границы устойчивости реальных роторных систем с АБУ, хотя и позволяют установить некоторые качественные особенности.

4. Вывод условий устойчивости

В общем случае характеристическое уравнение механической системы может быть представлено в форме полинома восьмого порядка [4, 5]:

$$\sum_{k=0}^{8} a_k \Delta^{8-k} = 0, \qquad (6)$$

где

$$a_0 = 1 - n\mu + 0{,}25n^2\mu^2(1-D);\ a_1 = (2-n\mu)(B+B_0);$$

$$a_2 = (2 - n\mu)\left(1 + \Omega^2 + BB_0\right) + (B + B_0)^2 + n^2\mu^2\Omega^2(1 - D);$$
$$a_3 = 2(B + 2B_0)\left(1 + \Omega^2\right) + 2BB_0(B + B_0) - n\mu\left(B_0\left(1 + \Omega^2\right) - 2B\Omega^2\right);$$
$$a_4 = \left(\Omega^2 - 1\right)^2 + n\mu\Omega^2\left(6 + \Omega^2 + 2BB_0\right) + 2B_0(2B + B_0)\left(1 + \Omega^2\right) + B^2\left(B_0^2 + \Omega^2\right) + 1{,}5n^2\mu^2\Omega^4(1 - D); \quad (7)$$
$$a_5 = 2B_0\left(\Omega^2 - 1\right)^2 + n\mu\Omega^2\left[3B\Omega^2 + B_0\left(6 + \Omega^2\right)\right] + 2BB_0\left[B_0 + (B + B_0)\Omega^2\right];$$
$$a_6 = n\mu\Omega^4\left(\Omega^2 - 1 + 3BB_0\right) + B_0^2\left[\left(\Omega^2 - 1\right)^2 + B^2\Omega^2\right] + n^2\mu^2\Omega^6(1 - D);$$
$$a_7 = n\mu B_0\Omega^4\left(\Omega^2 - 1\right); \quad a_8 = 0{,}25n^2\mu^2\Omega^8(1 - D).$$

При указанных выше порядках величин параметров и $\Omega>1$ все коэффициенты $a_k > 0$.

Из (6), (7) следует, что механическая система имеет четыре пары комплексно сопряженных собственных числа: $\Delta_{1,2} = \mathrm{Re}(\Delta_{1,2}) \pm i \cdot p_1$, $\Delta_{3,4} = \mathrm{Re}(\Delta_{3,4}) \pm i \cdot p_2$, $\Delta_{5,6} = \mathrm{Re}(\Delta_{5,6}) \pm i \cdot p_3$, $\Delta_{7,8} = \mathrm{Re}(\Delta_{7,8}) \pm i \cdot p_4$ [4, 5].

Очевидно, что получение точных корней уравнения (6) невозможно. Для получения приближенных решений воспользуемся следующими особенностями рассматриваемой задачи. Во-первых, учитывая порядки малости безразмерных параметров (2), формулы для коэффициентов a_k в (7) могут быть упрощены. Оставляя в них по два порядка малости, получаем упрощенные формулы:

$$a_0 = 1; \quad a_1 = 2(B + B_0); \quad a_2 = 2\left(1 + \Omega^2\right);$$
$$a_3 = 2(B + 2B_0)\left(1 + \Omega^2\right); \quad a_4 = \left(\Omega^2 - 1\right)^2; \quad (8)$$
$$a_5 = 2B_0\left(\Omega^2 - 1\right)^2 + 3n\mu B\Omega^4; \; a_6 = n\mu\Omega^4\left(\Omega^2 - 1\right);$$
$$a_7 = n\mu B_0\Omega^4\left(\Omega^2 - 1\right); \quad a_8 = 0{,}25n^2\mu^2\Omega^8(1 - D).$$

Во-вторых, в работах [4, 6] установлено, что спектр собственных частот колебаний делится на две заметно различные группы: группа малых частот $p_{1,2}$, соответствующих медленным колебаниям КМ в АБУ, и группа частот $p_{3,4}$, соответствующих быстрым движениям собственно ротора. Это же свойство характерно и для спектра собственных чисел системы на границах устойчивости. Таким образом, имеет место неравенство

$$|\Delta_{1\text{-}4}| << |\Delta_{5\text{-}8}| . \quad (9)$$

При этом наибольший интерес представляют малые собственные числа $\Delta_{1\text{-}4}$ системы, поскольку ими определяется область устойчивости автобалансировки (согласно численным расчетам при характерных диапазонах значений параметров).

Неравенство (9) позволяет применить метод Лобачевского-Греффе для получения приближенных решений [7]. Согласно основной идее этого метода, полный характеристический полином (6) может быть заменен «усеченным» полиномом меньшей степени путем отбрасывания слагаемых с большими показателями степени.

4.1 Вывод условия устойчивости на основе усеченного характеристического полинома четвертой степени, которое имеет вид

$$a_4\Delta^4 + a_5\Delta^3 + a_6\Delta^2 + a_7\Delta + a_8 = 0. \quad (10)$$

Воспользуемся критериями Рауса-Гурвица, которые для полинома четвертой степени сводятся к условию [8]

$$a_5a_6a_7 - a_4a_7^2 - a_5^2a_8 > 0. \quad (11)$$

Далее подставляем сюда выражения (8) и после преобразований получаем:

$$\left[2B_0\left(\Omega^2 - 1\right)^2\sqrt{D} - 3n\mu B\Omega^4\left(1 - \sqrt{D}\right)\right] \cdot \left[2B_0\left(\Omega^2 - 1\right)^2\sqrt{D} + 3n\mu B\Omega^4\left(1 + \sqrt{D}\right)\right] > 0.$$

Здесь выражение во второй скобке всегда положительно. Поэтому условие устойчивости автобалансировки получаем в следующем виде:

$$2B_0\left(\Omega^2 - 1\right)^2\sqrt{D} - 3n\mu B\Omega^4\left(1 - \sqrt{D}\right) > 0$$

или

$$\frac{B_0}{n\mu B} > \frac{2}{3}\frac{\Omega^4}{\left(\Omega^2 - 1\right)^2}\frac{1 - \sqrt{D}}{\sqrt{D}}. \quad (12)$$

4.2 Вывод условия устойчивости на основе усеченного характеристического полинома пятой степени, которое имеет вид

$$a_3\Delta^5 + a_4\Delta^4 + a_5\Delta^3 + a_6\Delta^2 + a_7\Delta + a_8 = 0. \quad (13)$$

Воспользуемся критериями Рауса-Гурвица для полинома (13). Численный анализ показал, что определяющее значение имеет определитель Гурвица наибольшего порядка. Поэтому для нахождения приближенного решения будем исходить из условия

$$\begin{vmatrix} a_4 & a_6 & a_8 & 0 \\ a_3 & a_5 & a_7 & 0 \\ 0 & a_4 & a_6 & a_8 \\ 0 & a_3 & a_5 & a_7 \end{vmatrix} > 0 . \qquad (14)$$

Далее подставляем сюда выражения (8). В ходе преобразований отбрасываем малые слагаемые, оставляя в уравнении лишь слагаемые двух порядков малости.

В результате получаем условие устойчивости в следующем виде:

$$B_0\left(\Omega^2-1\right)^3 - n\mu B\Omega^4\left(5-\Omega^2\right) > 0$$

или

$$\frac{B_0}{n\mu B} > \frac{\Omega^4\left(5-\Omega^2\right)}{\left(\Omega^2-1\right)^3} . \qquad (15)$$

Отметим, что полученное условие устойчивости не зависит от параметра D.

4.3 Вывод уточненного условия устойчивости на основе усеченного характеристического полинома пятой степени. Недостатком вывода условия устойчивости (15) является то, что он базировался не на всех условиях Рауса-Гурвица (что существенно усложняет задачу), а лишь на одном из них. Для получения уточненного решения воспользуемся методом D-разбиения [7, 8], в котором используется тот факт, что на границах устойчивости действительная часть собственного числа $\mathrm{Re}(\Delta)$ равна нулю. С учетом этого характеристический полином (13) преобразуется в систему из двух уравнений:

$$a_4 p_m^4 - a_6 p_m^2 + a_8 = 0 ;$$

$$a_3 p_m^4 - a_5 p_m^2 + a_7 = 0 ,$$

где $p_m = \mathrm{Im}(\Delta)$.

Исключив отсюда p_m, получаем

$$a_8 P^2 - a_6 PQ + a_4 Q^2 = 0 ,$$

где $P = a_3 a_6 - a_4 a_5 ; Q = a_3 a_8 - a_4 a_7$.

Подставляя сюда коэффициенты a_4 , a_6 и a_8 из (8), получаем выражение, которое можно разложить на сомножители и представить в виде

$$\left[\frac{1}{2} n\mu\Omega^4\left(1-\sqrt{D}\right)P - \left(\Omega^2-1\right)Q\right] \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{1}{2} n\mu\Omega^4\left(1+\sqrt{D}\right)P - \left(\Omega^2-1\right)Q\right] = 0 .$$

Учитывая, что выражения в скобках отличаются только знаком перед одним из параметров, далее можно рассматривать уравнение вида

$$\frac{1}{2} n\mu\Omega^4\left(1+j\sqrt{D}\right)P - \left(\Omega^2-1\right)Q = 0 ,$$

где j = +1 или -1.

Далее раскрываем величины P и Q и подставляем формулы для оставшихся коэффициентов из (8). Однако при этом с целью снижения погрешности используем уточненную формулу для a_5 в виде: $a_5 = 2B_0\left(\Omega^2-1\right)^2 + n\mu\Omega^2\left[3B\Omega^2 + B_0\left(6+\Omega^2\right)\right]$. В этой формуле учтено дополнительное слагаемое, которое, как показали численные расчеты, может становиться соизмеримым с другими слагаемыми даже при относительно небольших Ω.

В результате получаем следующее условие устойчивости автобалансировки:

$$B_0\left(\Omega^2-1\right)^3 j\sqrt{D} - \frac{1}{2} n\mu\Omega^4\left(\Omega^2-1\right)\left(1+j\sqrt{D}\right)\cdot k_1 > 0 ,$$

где

$$k_1 = \left(B + 2B_0\right)\frac{1+\Omega^2}{\Omega^2-1}\left(1+j\sqrt{D}\right) - 3B - B_0\frac{6+\Omega^2}{\Omega^2} .$$

или

$$\frac{B_0}{n\mu B} > \frac{\Omega^4}{2\left(\Omega^2-1\right)^2}\frac{1+j\sqrt{D}}{\sqrt{D}} . \qquad (16)$$

$$\cdot\left[\left(1+2\frac{B_0}{B}\right)\frac{1+\Omega^2}{\Omega^2-1}\left(1+j\sqrt{D}\right) - 3 - \frac{B_0}{B}\frac{6+\Omega^2}{\Omega^2}\right] .$$

Здесь знак неравенства проставлен по аналогии с (12) и (15).

Таким образом, получены аналитические условия устойчивости (12), (15) и (16). С их помощью можно выполнять проверку устойчивости режима автобалансировки при заданных параметрах и скорости вращения ротора, а также определять качественное и количественное влияние параметров на устойчивость.

Кроме того, из условий (12), (15) и (16) видно, что в них весьма отчетливо выделяется комплекс параметров $n\mu B$ / B_0. В связи с этим можно предположить, что полезным для практики может быть использование комплексов $E = nmR/(Mr)$ (ёмкость АБУ) и $Ab = n\mu B/B_0$ в качестве критериев подобия механических систем в отношении устойчивости автобалансировки. Иными словами, если две механические системы имеют одинаковые значения критериев подобия Ab и E, то и границы устойчивости автобалансировки Ω_K у этих систем в первом приближении также одинаковы.

5. Вывод формул для наибольшей критической скорости вращения

Общим недостатком условий (12), (15) и (16) является то, что они не позволяют в явном виде определять наибольшую критическую скорость вращения ротора Ω_K, выше которой наступает надежная и эффективная автобалансировка. Ниже получены явные аналитические выражения для Ω_K.

Из условия устойчивости (12) непосредственно вытекает следующая формула для критической скорости вращения:

$$\Omega_K = \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{\frac{2}{3}Ab\frac{1-\sqrt{D}}{\sqrt{D}}}}}, \qquad (17)$$

где $Ab = \dfrac{n\mu B}{B_0}$.

Из условий устойчивости (15) и (16) получим приближенные формулы для наибольшей критической скорости вращения Ω_K методом итераций (последовательных приближений). Отметим, что в данном случае применение широко используемого метода малого параметра дает более громоздкие и менее точные формулы. Это связано с тем, что Ω_K может существенно отличаться от порождающего (начального) решения при малом параметре, равным нулю. Физическая причина этого заключается в качественном изменении характера движения ротора после введения в него малых КМ АБУ.

Выражения в (15) и (16) представляют собой кубические уравнения относительно Ω_K^2. Поэтому в общем виде уравнения для Ω_K могут быть записаны следующим образом:

$$(1+A_1)\Omega_K^6 - (3+A_2)\Omega_K^4 + (1-A_3)\Omega_K^2 - 1 = 0$$

или в виде, удобном для применения метода итераций:

$$\left(\Omega_K^2 - 1\right)^3 = -A_1\Omega_K^6 + A_2\Omega_K^4 + A_3\Omega_K^2, \qquad (18)$$

где для выражения (15):

$$A_1 = Ab; \quad A_2 = 5Ab; \quad A_3 = 0;$$

для выражения (16):

$$A_1 = \frac{1}{2}Ab\left[2 - j\sqrt{D} - \frac{B_0}{B}\left(1+2j\sqrt{D}\right)\right]\frac{1+j\sqrt{D}}{j\sqrt{D}};$$

$$A_2 = \frac{1}{2}Ab\left[4 + j\sqrt{D} - \frac{B_0}{B}\left(3-2j\sqrt{D}\right)\right]\frac{1+j\sqrt{D}}{j\sqrt{D}};$$

$$A_3 = 3n\mu\frac{1+j\sqrt{D}}{j\sqrt{D}}.$$

Далее применяем метод итераций для (18), принимая в качестве нулевого приближения $\Omega_K^{(0)}=1$ и ограничиваясь получением второго приближения.

В результате получаем следующие две формулы для наибольшей критической скорости вращения (из условий (15) и (16) соответственно):

$$\Omega_K = \sqrt{1+\sqrt[3]{Ab}\,\sqrt[3]{k}}, \qquad (19)$$

где $k = 4 + 7\sqrt[3]{4Ab} + 2\sqrt[3]{16Ab^2} - 4Ab$;

$$\Omega_K = \sqrt{1+\sqrt[3]{Ab}\,\sqrt[3]{k_a\frac{1+j\sqrt{D}}{j\sqrt{D}}}}, \qquad (20)$$

где

$$k_a = \left(1+\frac{2B_0}{B}\right)\left(1+j\sqrt{D}\right) + \sqrt[3]{Ab\left(1+\frac{2B_0}{B}\right)\frac{\left(1+j\sqrt{D}\right)^2}{j\sqrt{D}}}\cdot$$

$$\cdot\left[1+\frac{5}{2}j\sqrt{D} + \frac{B_0}{B}\left(\frac{3}{2}+5j\sqrt{D}\right)\right].$$

В полученных формулах слагаемые расположены в порядке убывания их значимости, некоторые малые слагаемые в ходе преобразований были отброшены.

Отметим следующую особенность применения формулы (20). Эта формула дает два значения критической скорости: при j = +1 и при j = -1. В качестве результата следует брать наибольшее значение критической скорости Ω_K. Физической причиной этой особенности является то, что потеря устойчивости автобалансировки может происходить по различным формам собственных колебаний КМ в АБУ (см. работу [6]).

6. Сравнительный анализ

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: B = 0,1·(1/4; 1/2; 1; 2; 4) ; $n\mu$ = 0,01 · (1/4; 1/2; 1; 2; 4) ; B_0 = 0,01 · (1/4; 1/2; 1; 2; 4) ; D = 0,1…0,9 с шагом 0,1. При этом расчеты выполнялись при всех возможных сочетаниях значений параметров.

Ниже приведены результаты расчетного анализа точности полученных выше формул:

- формула (17): $|\delta\Omega_K|_{cp}$=24%; $|\delta\Omega_K|_{\max}$=32,7%;
- формула (19): $|\delta\Omega_K|_{cp}$=7,6%; $|\delta\Omega_K|_{\max}$=14,8%;
- формула (20): $|\delta\Omega_K|_{cp}$=5,9%; $|\delta\Omega_K|_{\max}$=12,7%.

Здесь приняты следующие обозначения: $|\delta\,\Omega_K|_{cp}$ – средняя погрешность; $|\delta\,\Omega_K|_{\max}$ – наибольшая погрешность при доверительной вероятности 90%. Погрешность $\delta\Omega_K$ вычислялась относительно точных значений наибольшей критической скорости Ω_K, рассчитанной на основе исходного характеристического уравнения (6).

В качестве примера на рисунке 2 приведены графики зависимостей $\Omega_K = f(B, n\mu, B_0, D)$ при базовых значениях параметров: B = 0,1; $n\mu$ = 0,01; B_0 = 0,01; D=0,5.

Из приведенных данных и рисунка 2 видно, что формула (20) дает наиболее точные результаты и вполне пригодна для практического использования. Впрочем, это не исключает возможность применения формул (19) и (17), имеющих более простой вид. Отметим также, что здесь не приведены данные по формуле (3) поскольку ее погрешность оказалась существенно большей (на 1-2 порядка).

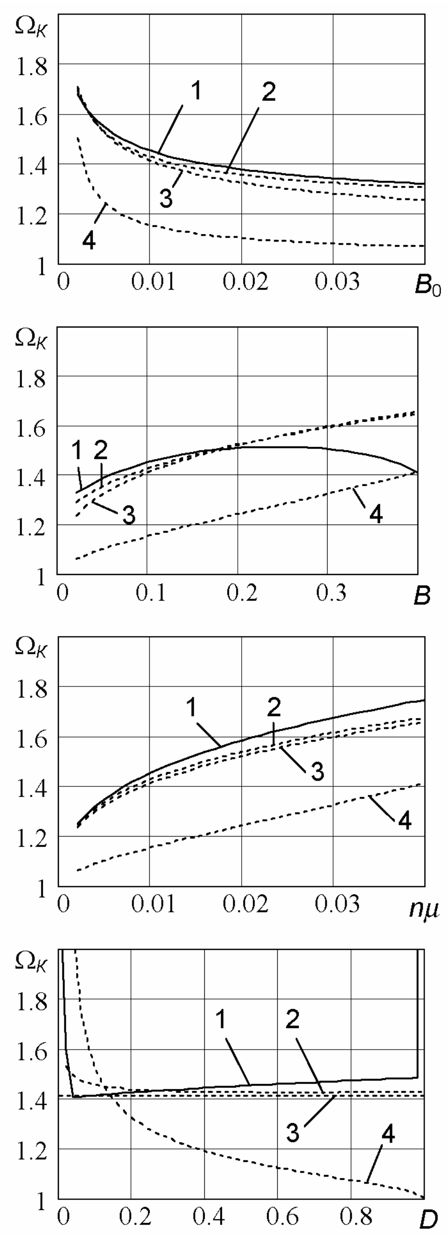

Рисунок 2 – Наибольшая критическая скорость $\Omega_K = f(B, n\mu, B_0, D)$:
1 – точное решение на основе (6);
2 – формула (20); 3 – формула (19);
4 – формула (17).

7. Выводы

Основным результатом работы являются аналитические зависимости (20), (19) и (17), которые в явном виде отражают влияние параметров механической системы на наибольшую критическую скорость вращения Ω_K, являющейся нижней границей устойчивой и эффективной автобалансировки. Формулы справедливы в принятых пределах значений параметров системы и имеют приемлемую для практики погрешность.

Формула (20) отличается наибольшей точностью и рекомендуется для практического использования. Формула (19) имеет несколько меньшую точность и не отражает влияние одного из параметров. Наиболее простая зависимость (17) отличается наибольшей погрешностью.

Полученные аналитические зависимости, а также предложенный критерий подобия механической системы, будут полезны для дальнейших исследований и при практическом применении автобалансиров для однодисковых роторов, совершающих плоско-параллельное движение.

Литература

1. Автоматическая балансировка роторов машин / А.А.Гусаров, В.И.Сусанин, Л.Н.Шаталов, Б.М.Грушин. - М.: Наука, 1979. – 151 с.

2. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. - Томск: Томский ун-т, 1985. - 84 с.

3. Филимонихин Г.Б. К устойчивости основного движения двухмаятникового автобалансира // Доклады НАН Украины, Сер.А. – 1996. № 8. -С.74-78.

4. Горбенко А.Н. Об устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков // Проблемы прочности – 2003. – № 3 (363). – с. 120-129.

5. Филимонихин Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами. – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352с.

6. Горбенко А.Н. О формах собственных колебаний механической системы «ротор – автобалансир» // Вибрации в технике и технологиях – 2007. - №2 (47). – с.43-47.

7. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Наука, 1964. – 772 с.

8. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1987. – 304 с.