



Матієга В. М.

Потоцький І. В.

Даналакій О. Г.

*НТУ „Харківський
політехнічний
інститут”*

УДК 621.382.53

СТАЦІОНАРНИЙ ТЕМПЕРАТУРНИЙ РЕЖИМ АНІЗОТРОПНОГО ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ХОЛОДИЛЬНИКА НА ЕФЕКТИ БРІДЖМЕНА

*Рассмотрена возможность создания
термоэлектрического холодильника на основе эффекта
Бриджмена. Оценена эффективность его работы.*

*Possibility of creation of thermo-electric refrigerator is
considered on the basis of effect of Bridzhmena. Efficiency of
his work is appraised.*

В роботі [1] запропонована фізична модель, за допомогою якої можна спостерігати ефект Бріджмена, а також стисло обговорені можливості і переваги її використання для отримання охолодження. Нами термоелектричне охолодження за допомогою ефекту Бріджмена досліджується більш детально. Запропоновано два варіанти холодильника - напівкільцеві, що має тільки азимутну складову струму, і радіальний, де струм тече по радіусу. Знайдений розподіл температури, який вважається одновимірним, і мінімальна температура, яка може бути досягнута за допомогою холодильників. Ефективність роботи порівняна з ефективністю анізотропного термоелектричного холодильника. Вказані переваги описаних в статті холодильників перед анізотропним термохолодильником [2].

Напівкільцевий термоелектричний холодильник (ПТХ).

Схема зразка ПТХ представлена на малюнку, а. Хай кристаллографіческие осі зразка нахилені під кутом до осей x , y лабораторної системи координат. Якщо кінетичні коефіцієнти матеріалу зразка не залежать від температури і координат і є тільки азимутна складова струму в стаціонарному режимі закон збереження енергії (узагальнене рівняння теплопровідності) в полярній системі координат можна записати у вигляді

$$\frac{d^2 T}{d\varphi^2} - \frac{a}{2} T(1 - \cos 2\varphi) + b = 0, \quad (1)$$

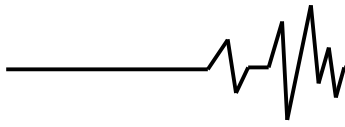
де прийнято, що температура T є одновимірною, тобто залежній тільки від азимута φ ; $a = \Delta\alpha j_0 / x$; $b = \rho j_0^2 / x$; j_0 - постійна, яка визначає величину струму [1].

Рівняння (1) розглянемо спільно з граничними умовами

$$T(0) = T(\pi) = T_0, \quad (2)$$

де T - температура; x, y - декартові координати; r, φ - полярні координати; φ_0 - кут сектора; T_0 - температура термостата; ρ і x - питомі електричний опір і теплопровідність; $\Delta\alpha$ - анізотропія термоэдс; r_0 і r_1 - внутрішній і зовнішній радіуси зразків; C_n - коефіцієнти ряду Фур'є; n - індекс підсумовування; h - товщина зразка.

Умови (2) означають, що торці зразка термостатовані при температурі T_0 . Їх легко дотримати, оскільки токопідводи до зразку повинні бути виконані з металу з хорошою електропровідністю (наприклад, мідь), який володіє також і хорошою теплопровідністю, тому, якщо токопідводи в тепловому відношенні сполучені з термостатом при температурі T_0 , то і вказані торці будуть мати цю температуру.



Рішення (1) представимо у вигляді розкладання в ряд Фур'є по синусах

$$T(\varphi) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\varphi. \quad (3)$$

Тоді граничні умови (2) задовольняються автоматично, а коефіцієнти C_n ряду Фур'є знайдемо, підставивши (3) в (1). Оскільки ряди кристалу типу (3) швидко сходяться, достатньо обмежитися декількома членами суми. При трьох членах розкладання в (3) після підстановки в (1) знайдемо:

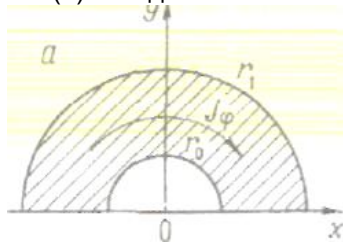


Рис. а

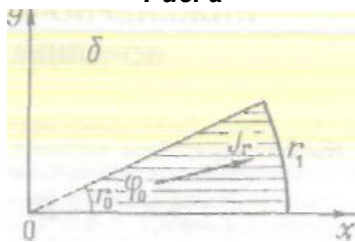


Рис. б

Принципова схема зразка напівкільцевого (а) і радіального (б) термоелектричних холодильників на ефекті Бріджмена. Заштрихований напрям головної осі кристала

$$C_1 = \frac{(36 + 2a)D + aF}{a^2 + 124a + 144} 4, \quad C_2 = 0,$$

$$C_3 = \frac{(4 + 3a)F + aD}{a^2 + 124a + 144} 4$$

де $D = (b - 0,75aT_0)E_1 + 0,25aT_0E_3$;

$F = (b - 0,5aT_0)E_3 + 0,25aT_0E_1$;

$E_1 = 4/\pi$; $E_3 = 4/3\pi$.

Оцінимо температуру в точці $\varphi = \pi/2$:

$$T(\pi/2) = T_0 + 4 \frac{(36 + a)D - (4 + 2a)F}{a^2 + 124a} + 144.$$

Охолодження в точці $\varphi = \pi/2$ буде мати місце тоді, коли $a > 0, D < 0$. Для чисельної оцінки візьмемо

$\Delta\alpha = 10 - 4 \text{ В/К}, X = 10 - 2 \text{ В/(Ксм)}, \rho = 10 - 3 \text{ Омсм}, j_0 = 10 \text{ А/см}, T_0 = 300 \text{ К}$. Тоді $a = 0,1, b = 10 \text{ К}$ и $T(\pi/2) = 287 \text{ К}$

тобто перепад температури складає 13 К. Для цих же матеріальних констант і $T_0 = 300$. До класичного анізотропного термохолодильника, працюючий на поперечному ефекті Пельтьє [2], дає перепад температури 11 К. Якщо порівняти конструкції вказаних холодильників, то ПТХ більш простий, оскільки не вимагає підкладки при температурі T_0 . Ця підкладка характерна тим, що вона повинна ізотермічно контактувати з бічною гранню зразка анізотропного термоелектричного холодильника, причому електричний контакт при цьому повинен бути відсутній.

Радіальний термоелектричний холодильник (РТХ).

Схема зразка РТХ представлена на рис. а, б. Будемо вважати, що і в цьому випадку кінетичні коефіцієнти не залежать від температури і координат. Тоді при збігу кристалографічних осей і осей лабораторної системи x і y наявності тільки радіальної постійної густини електричного струму,

тобто $j_r = I_0/r, a j_\varphi = 0$, де I_0 - постійна, в полярній системі координат узагальнене рівняння теплопровідності прикмет вигляд

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \beta T \cos 2\varphi + \gamma = 0, \quad (4)$$

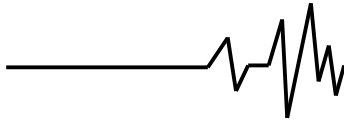
де $\beta = \Delta\alpha I_0 / X, \gamma = \rho I_0^2 / x$. Припустимо далі $T = Tr$. Тоді за умови $2\varphi \ll 1$ рівняння (4) можна записати так

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \beta T + \gamma = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) розглянемо спільно з граничними умовами

$$T(r_0) = T(r_1) = T_0. \quad (6)$$

Рішення задачі (5),(6) залежить від знаку β [3]. Для $\beta = \nu^2 > 0$ розв'язок має вигляд



$$T(r) = \left(T_0 + \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{\cos\left(\frac{\nu}{2} \ln \frac{r_1 r_0}{r_2}\right)}{\cos\left(\frac{\nu}{2} \ln \frac{r_1}{r_0}\right)} - \frac{\gamma}{\beta}. \quad (7)$$

В цьому випадку охолодження не буде.
При $\beta = -\nu^2$ буде мати

$$T(r) = \left(T_0 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{r^\nu + (r_1 r_0)^\nu r^{-\nu}}{r_1^\nu + r_0^\nu} + \frac{\gamma}{\beta}$$

Для тих матеріальних констант при $I_0 = 20$ А/см і $T_0 = 300$ К, $r_1 = 1$ см, $r_0 = 0,1$ см в точці $r = (r_1 - r_0)/2$ отримаємо 288К, тобто перепад складає 12 К. Сила струму I , відповідна цьому перепаду, буде такою: $I = \eta \pi I_0 \Phi_0 (r_1 - r_0)$ (див. малюнок, б). Про переваги РТХ в порівнянні з

анізотропним термоохолодильником можна сказати те ж, що і у разі ПТХ.

Висновки

Таким чином, анізотропний термоелектричний холодильник, що працює на поперечному ефекті Пельтьє, можна замінити більш простим по конструкції ПТХ або РТХ, робочим ефектом яких є ефект Бріджмена.

Література

1. Охрем В. Г. // ФТП. 1994. Т. 28 № 6. З. 1097-1100.
2. Осипов Е. В. Твердотільна криогеніка. Київ, 1977.
3. Камке Е. Справочник по звичайних диференціальних рівняннях. М., 1971.