УДК 530.18:531.12

Домрачев В.Е.

(Винницкий государственный торгово-экономический інститут)

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, ХАРАКТЕРИЗУЕМОГО МАССОЙ И СОБСТВЕННЫМ МЕХАНИЧЕСКИМ МОМЕНТОМ, А ТАКЖЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ И МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ

На електричні заряди (частинки (q)) в електромагнітному полі діє сила Лоренца. Виникає питання, а яка ж сила діє на частинки ($\vec{\mu}$), що володіють тільки магнітним моментом, а також частинки (q $\vec{\mu}$). Крім того, відмічені вище частинки характеризуються також і масою m . Саме масою визначаються інерційні властивості частинки. Крім того, внутрішні рухи «точкової» частинки характеризуються моментами, першим з яких є власний механічний момент $\vec{M}$. Тому слід враховувати і ці характеристики. Визначенню цих сил і побудові відповідних рівнянь руху і присвячена ця робота.

On electric charges (particles (q)) force of Lorentsa operates in the electromagnetic field. There is a question, and what force operates on particles ($\vec{\mu}$), possessing a magnetic moment only, and also particles (q, $\vec{\mu}$). In addition, the particles marked higher are characterized also and by mass m . Exactly mass is determine inertia properties of particle. In addition, internal motions of «point» particle are characterized now and then, first from which is an own mechanical moment $\vec{M}$. It is therefore necessary to take into account these descriptions. To determination of these forces and construction of the proper equalizations of motion and this work is devoted.

Введение

В классической электродинамике электрон принимают за точечную частицу, обладающую отрицательным электрическим зарядом, а протон (в задачах, не связанных с изучением их структуры) также рассматривается как точечная частица, обладающая положительным электрическим зарядом. Базовым понятием электродинамики является точечный электрический заряд, именно он является источником электромагнитного поля. Однако, упомянутые здесь, электрон и протон обладают двумя независимыми и равноправными электромагнитными характеристиками: электрическим зарядом и магнитным моментом. Более того, такая «точечная» частица, как нейтрон, не имеет электрического заряда, но имеет магнитный момент.

Постановка задачи

Спрашивается, почему в уравнениях Максвелла и в уравнениях движения заряженной частицы, являющихся основой электродинамики, присутствуют только электрические заряды и отсутствуют магнитные моменты? В классической электродинамике роль магнитных моментов какая-то вторичная, обусловленная движениями электрических зарядов. Но такая точка зрения, на наш взгляд, верна лишь отчасти, а именно при рассмотрении макроскопических объектов, построенных из элементарных точечных зарядов. Однако, поскольку магнитный момент «точечных» частиц исходно существует на равных с их электрическим зарядом, поэтому и в уравнениях поля, претендующих на роль фундаментальных, должны равноправно присутствовать электрические заряды и магнитные моменты точечных частиц, источников поля.

Основная часть

В работах [1-2], основывающихся на представлениях структурно иерархической модели пространства-времени [3], получено такое обобщение уравнений Максвелла, что в них равноправно и независимо входят как электрический заряд, так и магнитный момент электрона. Первая пара уравнений Максвелла не зависит от источника поля и поэтому остаётся неизменной и для полей, создаваемых магнитными моментами. Вторая же пара уравнений электромагнитного поля в общем случае в терминах потенциалов $\widetilde{A}_i$ имеет вид:

$$\Box \tilde{A}_i = -\frac{4\pi}{c_2}\left(\tilde{j}_i + \tilde{L}_i\right), \tag{1}$$

где, наряду с традиционным 4-вектором плотности тока

$$\tilde{j}_i = (\tilde{\rho}_e c_2, \tilde{\rho}_e \vec{u}), \tag{2}$$

в правой части этих уравнений появляется ещё один 4- вектор:

$$\tilde{L}_i = \frac{1}{R}\left(\left(\tilde{\vec{l}}\,\vec{u}\right), \tilde{\vec{l}}\,c_2\right), \tag{3}$$

который, по аналогии, назван плотностью тока магнитного момента электрических зарядов. Здесь рассматривается в качестве источника поля элемент объёма dV, содержащий систему точечных частиц, перемещающихся в пространстве со скоростью $\vec{u}$, и являющихся носителями как электрических зарядов, так и магнитных моментов, распределенных в пространстве с плотностями электрического заряда $\tilde{\rho}_e$ и магнитного момента $\vec{\mu}$, а соответственно и вектора $\tilde{\vec{l}} = [\vec{\mu} \cdot \vec{n}]$, где $\vec{n} = \vec{R}/R$, а вектор $\vec{R}$ направлен от источника поля к точке наблюдения и определяет расстояние от элемента объёма dV, до точки наблюдения этого поля. Скорость распространения электромагнитных волн в соответствии с обозначениями, принятыми в работах [1-2], которых мы здесь придерживаемся, обозначается c_2, а скорость гравитационных волн c_1.

Представляя далее потенциалы электромагнитного поля в виде суммы:

$$\tilde{A}_k = \tilde{A}_k^{(1)} + \tilde{A}_k^{(2)}, \tag{4}$$

где $\tilde{A}_k^{(1)}$- потенциалы электромагнитного поля, порождаемого электрическим зарядом, а $\tilde{A}_k^{(2)}$ - потенциалы электромагнитного поля, порождаемого магнитным моментом, и используя условие независимости электрического заряда и магнитного момента частиц источников поля, уравнения (1) можно представить как систему уравнений Максвелла:

$$\Box \tilde{A}_i^{(1)} = -\frac{4\pi}{c_2}\tilde{j}_i, \tag{5}$$

и систему уравнений электромагнитного поля, порождаемого магнитными моментами:

$$\Box \tilde{A}_i^{(2)} = -\frac{4\pi}{c_2}\tilde{L}_i. \tag{6}$$

Таким образом, результаты работ [1-2] можно представить в виде следующих утверждений. Частицы, являющиеся носителями только электрического заряда (далее частицы (q)) порождают электромагнитное поле, описываемое уравнениями Максвелла (5). Частицы, являющиеся носителями только магнитного момента (частицы ($\vec{\mu}$)), порождают электромагнитное поле, описываемое уравнениями (6). А частицы, являющиеся носителями и электрического заряда и магнитного момента (частицы (q, $\vec{\mu}$)), порождают электромагнитное поле, описываемое уравнениями (1).

На электрические заряды (частицы (q)) в электромагнитном поле действует сила Лоренца. Возникает вопрос, а какая же сила действует на частицы ($\vec{\mu}$) и (q, $\vec{\mu}$). Определению этих сил и построению соответствующих уравнений движения и посвящена эта работа. Следует отметить, что отмеченные выше частицы характеризуются также и массой m. Именно массой определяются инерционные свойства частицы. Кроме того, внутренние движения «точечной» частицы характеризуются моментами, первым из которых является собственный механический момент, или момент количества движения $\vec{M}$. Поэтому следует учитывать и эти характеристики.

Работа выполняется в два этапа. На первом этапе мы получим уравнения движения частицы, характеризуемой массой и собственным механическим моментом (частица $(m, \vec{M})$), точнее воспользуемся результатами работы [4], где такие уравнения получены. На втором этапе, полученные уравнения, пользуясь моделью совместного геометрического описания гравитации и электромагнетизма [5], преобразуем в искомые уравнения движения частицы наиболее общего вида $(m, \vec{M}, q, \vec{\mu})$.

Согласно работе [4], введём по аналогии с электродинамикой 4-потенциалы гравитационного поля:

$$\overline{A}_i = \left(\frac{c_1^{\,2}}{2} \overline{h}_{00} u^0, c_1^{\,2} \overline{h}_{0\alpha} u^0 \right), \tag{7}$$

где 4-вектор скорости частицы-источника $u^k \approx (1, \vec{u}/c)$, $\overline{h}_{ik}\, (i,k,... = 0,1,2,3)$ - малые добавки к метрическому тензору пространства Минковского, а также тензор гравитационного поля:

$$\overline{F}_{ik} = \frac{\partial \overline{A}_k}{\partial x^i} - \frac{\partial \overline{A}_i}{\partial x^k},$$

компонентами которого являются напряженности $\overline{\vec{E}}$ «гравиэлектрического» поля и индукции $\overline{\vec{B}}$ «гравимагнитного» поля, связанные с потенциалами (7) формулами, аналогичными соответствующим формулам электродинамики:

$$\overline{\vec{B}} = rot\overline{\vec{A}}, \quad \overline{\vec{E}} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{\vec{A}}}{\partial t} - grad\overline{\varphi}.$$

В работе [4], в первом приближении по $1/c$, получены два векторных уравнения. Первое из них (уравнения Лагранжа) является уравнением движения пробной частицы ($m, \vec{M}$) в гравитационном поле:

$$\frac{d}{dt}\{m\vec{v}_c\} = m\overline{\vec{E}} + \frac{m}{c_1}\left[\vec{v}_c \cdot \overline{\vec{B}}\right] + \frac{1}{2c_1}\nabla\left(\vec{M} \cdot \overline{\vec{B}}\right), \tag{8}$$

где $\vec{v}_c$ - скорость пробной частицы.

Слагаемые в правой части уравнений (8) соответствуют силам, действующим со стороны гравитационного поля как на массу (первые два слагаемых), так и на собственный механический момент частицы ($m, \vec{M}$), (последнее слагаемое). Силы, действующие на массу, являются гравитационным аналогом силы Лоренца в электродинамике. Это обстоятельство впервые было отмечено Эйнштейном [6]. Третье слагаемое:

$$\frac{1}{2c_1}\nabla\left(\vec{M}\overline{\vec{B}}\right) = \frac{1}{2c_1}\left\{\left(\vec{M}\nabla\right)\overline{\vec{B}} + \left[\vec{M} \cdot rot\overline{\vec{B}}\right]\right\} = \frac{1}{2c_1}\left\{\left(\vec{M}\nabla\right)\overline{\vec{B}} + \frac{1}{c_1}\left[\vec{M} \cdot \frac{\partial \overline{\vec{E}}}{\partial t}\right]\right\}, \tag{9}$$

описывает силовое воздействие со стороны неоднородного «гравимагнитного» и нестационарного «гравиэлектрического» полей на собственный механический момент частицы ($m, \vec{M}$).

Второе уравнение описывает изменение со временем координат вектора собственного механического момента:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{1}{2c_1}\left[\vec{M}\overline{\vec{B}}\right] - \frac{\overline{I}}{2c_1}\left(\frac{\partial \overline{\vec{B}}}{\partial t} + \left(\vec{v}_c\nabla\right)\overline{\vec{B}}\right) \tag{10}$$

Откуда, в частности, следует формула для изменения собственного механического момента в постоянном однородном «гравимагнитном» поле:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \left[\vec{\Omega} \cdot \vec{M}\right], \tag{11}$$

где вектор $\vec{\Omega}$ имеет следующий вид:

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2c_1}\overline{\vec{B}}\ . \tag{12}$$

Из уравнений (12) следует, что собственный механический момент частицы ($m\,, \vec{M}$) в постоянном однородном «гравимагнитном» поле прецессирует с частотой $\vec{\Omega}$, оставаясь при этом постоянным по величине. Частота же прецессии обуславливается величиной «гравимагнитного» поля. В общем случае на изменение собственного механического момента частицы ($m\,, \vec{M}$), согласно формулы (10), влияет также переменное, а на частицу, движущуюся со скоростью $\vec{v}_c$ и неоднородное «гравимагнитное» поле.

Переходим ко второму этапу. В работе [5] доказывается, что вид уравнений движения частицы (m,q), находящейся в гравитационном и электромагнитном поле, по форме будет аналогичен виду уравнений движения частицы (m), находящейся в гравитационном поле, если эти уравнения будут записаны в координатах $\hat{x}^i = (c_\Sigma t, \sqrt{1+\alpha}\cdot x^\alpha)$. Здесь ${c_\Sigma}^2 = {c_1}^2 + \alpha\cdot {c_2}^2$, а масштабный множитель $\alpha = q/(m\widetilde{G})$, и электромагнитный аналог гравитационной постоянной $\widetilde{G}$ имеет большое численное значение. Кроме того, потенциалы «суммарного» (гравитационного и электромагнитного) поля:

$$\hat{A}^i = \left(\frac{{c_\Sigma}^2}{2}\hat{h}_{00}, {c_\Sigma}^2\hat{h}_{0\alpha}\right), \tag{13}$$

выражаются следующим образом:

$$\hat{A}^0 = \overline{A}^0 + (\alpha\widetilde{G})\widetilde{A}^0, \tag{14}$$

$$\hat{\mathrm{A}}^\alpha = \overline{\mathrm{A}}^\alpha\,\frac{\hat{c}}{\mathrm{c}_1} + (\alpha\widetilde{G})\cdot\widetilde{\mathrm{A}}^\alpha\,\frac{\hat{c}}{\mathrm{c}_2}, \tag{15}$$

через потенциалы гравитационного (7) и электромагнитного полей:

$$\widetilde{A}_j \approx \left(\frac{{c_2}^2}{2\widetilde{G}}\widetilde{h}_{00}, \frac{{c_2}^2}{\widetilde{G}}\widetilde{h}_{0\alpha}\right). \tag{16}$$

Пользуясь введенными потенциалами (13-16), можно выразить «суммарное» электрическое и магнитное поля через соответствующие компоненты электрического и «гравиэлектрического», а также магнитного и «гравимагнитного» полей:

$$\hat{\vec{E}} = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha}}\left(\overline{\vec{E}} + (\alpha\widetilde{G})\widetilde{\vec{E}}\right), \tag{17}$$

$$\hat{\vec{B}} = \frac{\hat{c}}{\sqrt{1+\alpha}}\left(\frac{\overline{\vec{B}}}{c_1} + (\alpha\widetilde{G})\frac{\widetilde{\vec{B}}}{c_2}\right). \tag{18}$$

Оказывается, что и уравнения частицы $(m, \vec{M}, q, \vec{\mu})$ могут быть получены формальным переписыванием уравнений движения частицы $(m, \vec{M})$ в «суммарных» терминах. Так уравнение (8) представим в виде:

$$\frac{d}{dt}\left\{m\hat{\vec{v}}_c\right\} = m\hat{\vec{E}} + \frac{m}{c_\Sigma}\left[\hat{\vec{v}}_c\cdot\hat{\vec{B}}\right] + \frac{1}{2c_\Sigma}\hat{\nabla}\left(\hat{\vec{M}}\cdot\hat{\vec{B}}\right). \tag{19}$$

Полученное уравнение, с учётом (17-18), принимает более традиционный вид и является искомым уравнением движения частицы $(m, \vec{M}, q, \vec{\mu})$:

$$\frac{d}{dt}\left\{m(1+\alpha)\vec{v}_c\right\} = m\overline{\vec{E}} + \frac{m}{c_1}\left[\vec{v}_c\cdot\overline{\vec{B}}\right] + \frac{1}{2c_1}\nabla\left(\vec{M}\cdot\overline{\vec{B}}\right) + q\widetilde{\vec{E}} + \frac{q}{c_2}\left[\vec{v}_c\cdot\widetilde{\vec{B}}\right] + \nabla\left(\vec{\mu}\cdot\widetilde{\vec{B}}\right). \tag{20}$$

Силы, изменяющие скорость частицы, расположены в правой стороне уравнения, и связаны определённым воздействием не только на электрический заряд (как в силе Лоренца) но и на каждую из характеристик частицы соответствующих компонент гравитационного и электромагнитного полей, причём симметричным относительно полей образом.

Как показано в [5], имеет место неравенство: $\alpha << 1$. С учётом последнего замечания, и также, приравнивая нулю различные характеристики частицы, можно получить из уравнения (20) уравнения движения «более простых» частиц. Так приравнивая нулю значения магнитного и механического моментов, получаем уравнение движения частицы (m, q):

$$\frac{d}{dt}\{m\vec{v}_c\} = m\bar{\vec{E}} + \frac{m}{c_1}\left[\vec{v}_c \cdot \bar{\vec{B}}\right] + q\tilde{\vec{E}} + \frac{q}{c_2}\left[\vec{v}_c \cdot \tilde{\vec{B}}\right]. \tag{21}$$

Приравнивая нулю электрический заряд, из уравнения (20) получаем уравнение движения частицы $(m, \vec{M}, \vec{\mu})$:

$$\frac{d}{dt}\{m\vec{v}_c\} = m\bar{\vec{E}} + \frac{m}{c_1}\left[\vec{v}_c \cdot \bar{\vec{B}}\right] + \frac{1}{2c_1}\nabla\left(\vec{M} \cdot \bar{\vec{B}}\right) + \nabla\left(\vec{\mu} \cdot \tilde{\vec{B}}\right). \tag{22}$$

Из последнего уравнения, пренебрегая собственным механическим моментом, получаем также уравнения движения частицы $(m, \vec{\mu})$:

$$\frac{d}{dt}\{m\vec{v}_c\} = m\bar{\vec{E}} + \frac{m}{c_1}\left[\vec{v}_c \cdot \bar{\vec{B}}\right] + \nabla\left(\vec{\mu} \cdot \tilde{\vec{B}}\right). \tag{23}$$

Аналогично тому, как из уравнения (8) мы получили уравнение(19), запишем уравнение для моментов (10) в виде:

$$\frac{d\hat{\vec{M}}}{dt} = \frac{1}{2c_\Sigma}\left[\hat{\vec{M}}\hat{\vec{B}}\right] - \frac{\hat{I}}{2c_\Sigma}\left(\frac{\partial\hat{\vec{B}}}{\partial t} + \left(\hat{\vec{v}}_c\hat{\nabla}\right)\hat{\vec{B}}\right). \tag{24}$$

Где «суммарный» момент инерции равен сумме гравитационного и электромагнитного моментов инерции:

$$\hat{I} = \frac{2}{5}m\hat{R}^2 = \frac{2}{5}m(1+\alpha)R^2 = \frac{2}{5}mR^2 + \frac{2}{5}\frac{q}{\tilde{G}}R^2 = \bar{I} + \tilde{I},$$

а R - радиус модельного сферически симметричного заряженного тела вращения, которое на больших расстояниях от него принимается за точечную частицу.

Осуществляя далее в уравнении (24) переход от «суммарных» обозначений непосредственно к гравитационным и электромагнитным характеристикам, имеем:

$$\frac{d\left(\vec{M}(1+\alpha)\right)}{dt} = \frac{1}{2c_1}\left[\vec{M}\bar{\vec{B}}\right] - \frac{\bar{I}}{2c_1}\left(\frac{\partial\bar{\vec{B}}}{\partial t} + (\vec{v}_c\nabla)\bar{\vec{B}}\right) + \left[\vec{\mu}\tilde{\vec{B}}\right] - \frac{\tilde{I}}{2c_2}\left(\frac{\partial\tilde{\vec{B}}}{\partial t} + (\vec{v}_c\nabla)\tilde{\vec{B}}\right) \tag{25}$$

Пренебрегая α и используя принятую здесь связь между магнитным и механическим моментами рассматриваемой системы:

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2mc_2}\vec{M}, \tag{26}$$

уравнение (25) можно записать, как уравнение для изменения магнитного момента:

$$\frac{2mc_2}{q}\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{1}{2c_1}\left[\vec{M}\bar{\vec{B}}\right] - \frac{\bar{I}}{2c_1}\left(\frac{\partial\bar{\vec{B}}}{\partial t} + (\vec{v}_c\nabla)\bar{\vec{B}}\right) + \left[\vec{\mu}\tilde{\vec{B}}\right] - \frac{\tilde{I}}{2c_2}\left(\frac{\partial\tilde{\vec{B}}}{\partial t} + (\vec{v}_c\nabla)\tilde{\vec{B}}\right) \tag{27}$$

Если можно пренебречь влиянием гравитационного поля, то уравнение (27) примет вид:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{q}{2mc_2}\left\{\left[\vec{\mu}\tilde{\vec{B}}\right] - \frac{\tilde{I}}{2c_2}\left(\frac{\partial\tilde{\vec{B}}}{\partial t} + (\vec{v}_c\nabla)\tilde{\vec{B}}\right)\right\}. \tag{28}$$

Выводи

Теоретическую основу электродинамики электрических зарядов, точнее частиц (m, q), составляют уравнения Максвелла (5) и уравнения движения типа (21); основу электродинамики магнитных моментов – уравнения поля (6) и уравнения движения (23), а также уравнения моментов (28). В качестве базисных уравнений линейной электродинамики частиц $(m, \vec{M}, q, \vec{\mu})$ можно рассматривать уравнения поля (1), уравнения движения (20) и уравнения моментов (27).

Литература

1. Домрачев В.Е. Вывод уравнений электромагнитного поля, порождаемого магнитными моментами. «Прикладная физика», № 3, М., 2005, С. 38-41.

2. Домрачев В.Е. Некоторые обобщения линейных полевых уравнений теории гравитации и электродинамики "Доповіді Національної академії наук України", № 2, 2006, С. 71-76.

3. Домрачев В.Е. Структурно иерархическая модель пространства - времени. "Доповіді Національної академії наук України", № 1, 2006, С. 67-72.

4. Домрачев В.Е., Кардаш Н.В. Уравнения движения тела, характеризуемого массой и собственным механическим моментом. //"Вібрації в техніці та технологіях", № 2(54), 2009, С. 20-24.

5. Домрачев В.Е. Уравнения движения заряженныж тед в сильних гравитационном и электромагнитных полях. //"Вібрації в техніці та технологіях", № 1(53), 2009, С. 25-28.