

Дзись В.Г. Гель П.В, Ніколайчук В.Я.

Механіка.
Молекулярна фізика та термодинаміка.
Електрика.
Фізичний практикум
Частина 1

УДК 53(075.8)
ББК 22.3 Я73
Д43

Рецензенти:

Огородніков Віталій Антонович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри опору матеріалів і прикладної механіки ВНТУ.

Нахайчук Олег Вікторович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри загально-технічних дисциплін ВНАУ.

Солоненко Володимир Іванович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики ВДПУ.

Дзісь В. Г., Гель П.В., Ніколайчук В. Я. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка. Електрика: Фізичний практикум. Ч.1.– Вінниця: Видавничий центр ВНАУ, 2010.– 142 с.

Рекомендовано навчально-методичною комісією
Вінницького національного аграрного університету
протокол № від квітня 2010 року

Фізичний практикум містить цикли лабораторних робіт з розділів: механіка, молекулярна фізика та термодинаміка, електрика та теоретичні відомості до їх виконання.

Призначено для самостійної підготовки до виконання лабораторних робіт студентами заочного відділення факультету механізації сільського господарства та агрономічного факультету ВНАУ.

ЗМІСТ

Вступ.....	5
Правила техніки безпеки при виконанні лабораторних робіт з фізики.....	7
1. Оцінка похибок вимірювань фізичних величин.....	8
1.1 Похибки вимірювань.....	8
1.2. Прямі, непрямі, сукупні і сумісні вимірювання.....	13
1.1.3. Оцінка похибок непрямих вимірювань.....	15
2. Механіка.....	21
2.1. Загальні теоретичні відомості до виконання лабораторних робіт з механіки.....	21
2.1.1 Динаміка поступального руху твердого тіла.....	21
2.1.2. Динаміка обертового руху.....	30
2.2. Лабораторні роботи з розділу “Механіка”.....	40
Лабораторна робота 1.2. Визначення швидкості кулі за допомогою балістичного маятника.....	40
Лабораторна робота 1.3. Визначення моментів інерції тіл із закону збереження енергії.....	44
Лабораторна робота 1.5. Визначення моменту інерції маятника Обербека.....	49
Лабораторна робота 1.7. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного та фізичного маятників.....	56
3. Молекулярна фізика та термодинаміка.....	65
Лабораторна робота № 2-1. Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя та середньої довжини вільного пробігу молекул повітря.....	65
Лабораторна робота 2-2. Визначення коефіцієнта в'язкості рідини методом Стокса.....	72
Лабораторна робота 2-3. Визначення коефіцієнта теплопровідності металів.....	82
Лабораторна робота 2 – 5. Вивчення термодинамічних процесів з ідеальними газами та експериментальне визначення показника адіабати повітря.....	93
4. Лабораторні роботи з розділу „Електрика”.....	103

Лабораторна робота 3.2. Визначення ємності конденсаторів методом містка змінного струму.....	103
Лабораторна робота 3.4. Вимірювання опорів і визначення залежності опору міді від температури.....	114
Лабораторна робота 3.5. Визначення електрорушійної сили джерела струму	123
Лабораторна робота 3.7. Вивчення термоелектричних явищ та градування термопари.....	129
Список рекомендованої літератури	139
Додаток	140

ВСТУП

Лабораторна робота – невелике за об'ємом та змістом початкове наукове дослідження студента. У процесі виконання лабораторної роботи студент набуває навичок застосування теоретичних знань на практиці, вчиться обробляти та аналізувати результати експерименту.

При виконанні лабораторних робіт студенти з великою увагою повинні поставитися до вивчення суті фізичних явищ, освоєння техніки та методики проведення фізичного експерименту. Нераціонально приступати до виконання лабораторної роботи, не засвоївши теоретичного матеріалу, не маючи чітких уявлень про мету експерименту, методику та порядок його проведення. Підготовку студента до виконання лабораторних робіт викладач перевіряє при співбесіді на початку кожного заняття. До виконання роботи допускаються студенти, які засвоїли теоретичний матеріал та мають заготовку для звіту (короткий конспект). Звіт містить такі пункти (заготовка – лише пункти 1-5, пункти 6-7 заповнюються після виконання роботи):

1. Назва лабораторної роботи, її номер і поставлена мета.
2. Короткий конспект теоретичних основ методу вимірювань і схема установки.
3. Порядок виконання роботи.
4. Контрольні питання (у дужках поряд із кожним питанням вказано, де можна знайти відповідь на нього).
5. Заготовки таблиць для занесення результатів експерименту та результатів його обробки.
6. Обробка результатів експерименту (обчислення фізичних величин та оцінка їх похибок, побудова графіків).
7. Висновки.

Студент, який з'явився на заняття без заготовки або не засвоїв основних теоретичних положень теми, до виконання лабораторної роботи не допускається.

Одержавши допуск до виконання лабораторної роботи, студент приступає до експериментальних досліджень: проводить вимірювання фізичних величин. Для підвищення точності потрібно вимірювання кожної фізичної величини проводити не менше трьох разів. Результати експерименту чітко записувати у таблиці. Після закінчення дослідів результати експерименту необхідно подати викладачеві на підпис і приступити до заповнення другої частини звіту (пункти 6-7). Обробку результатів бажано виконувати на ЕОМ або калькуляторі, розробивши для цього програми.

Графіки необхідно будувати на окремому аркуші паперу (формат не менше, ніж 14x20 см), додержуючись масштабу.

При захисті роботи студент повинен подати повний звіт про виконання лабораторної роботи та дати повні відповіді на поставлені викладачем теоретичні запитання по її темі.

ПРАВИЛА ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ ПРИ ВИКОНАННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ ФІЗИКИ

1. Точно виконувати вимоги внутрішнього розпорядку, встановленого в лабораторії, суворо дотримуватися правил техніки безпеки під час виконання лабораторних робіт.

2. На вступному занятті пройти інструктаж із техніки безпеки, ознайомитися в лабораторії з розміщенням робочих місць.

3. До виконання лабораторних робіт допускаються викладачем лише ті студенти, які засвоїли основні теоретичні положення лабораторної роботи та підготували заготовку (короткий конспект) для її виконання.

4. Перед виконанням лабораторної роботи отримати у лаборанта необхідні прилади, матеріали, методичні вказівки і т. д. Перевірити наявність приладів і матеріалів згідно з інструкцією до лабораторної установки.

5. Категорично забороняється без дозволу викладача або лаборанта:

- вмикати розподільні електрощити з напругою 220 В та 36 В;
- вмикати в мережу з напругою 220В або 36В вимірювальні прилади та лабораторні установки;
- замінювати або переносити прилади від однієї лабораторної установки до іншої;
- приступати до виконання лабораторної роботи, якщо зібрану електричну схему не перевірів лаборант або викладач;
- залишати без нагляду вимірювальні прилади та лабораторні установки;
- користуватися в лабораторії відкритим вогнем, крім спиртівки.

6. Якщо в процесі виконання роботи виявляються деякі поломки вимірювальних приладів, негайно доповідати керівникові занять. Самостійно усувати неполадки приладів категорично заборонено.

7. Після закінчення виконання лабораторної роботи повідомити викладача про закінчення експерименту та подати результати на підпис. Вимкнути з мережі прилади. Здати лаборанту отримані у нього прилади, матеріали, методичні вказівки і т. д.

8. Студенти, які порушують правила техніки безпеки, до роботи у лабораторії не допускаються.

1.Оцінка похибок вимірювань фізичних величин

1.1 Похибки вимірювань

Мета вимірювань полягає у визначенні істинного значення вимірювальної величини A , яка вважається існуючою. Істинне значення вимірюваної величини – це значення, яке ідеальним чином відображає властивість даного об'єкта як в кількісному, так і в якісному відношенні. Воно не залежить від засобів пізнання і являється тою абсолютною істиною, яку намагаються виразити у вигляді числового значення. Результатом вимірювань, навпаки, є продукт пізнання і залежить від його засобів: метода вимірювання, технічного оснащення експерименту, суб'єктивних особливостей людини, що здійснює вимірювання.

При прямих вимірюваннях, коли шукане значення вимірюваної величини визначається або шляхом безпосередньо порівняння його з мірами, або за допомогою вимірювальних приладів, градуйованих у відповідних одиницях, легко виявляється, що не дивлячись на постійність основного комплексу умов, їх результат більше або менше відрізняється від один від одного, зазнаючи розсіювання. Причини спотворення і їх характер досить різноманітні. Вони можуть бути викликані недоліками вимірювальної апаратури, недосконалістю органів почуттів спостерігача, непостійністю умов спостереження, неповнотою знань про всі обставини явищ, які спостерігаються і, нарешті, неправильними діями експериментатора. Різниця ΔX між результатом вимірювання X' і істинним значенням A вимірюваної величини називається абсолютною помилкою або абсолютною похибкою вимірювання

$$\Delta X = X' - A. \quad (1.1.1)$$

Абсолютна похибка має таку ж розмірність як і величина, що вимірюється.

Оскільки істинне значення A вимірюваної величини невідоме, то невідома і похибка вимірювання. Тому для отримання наближених відомостей про неї замість істинного значення A приходится використовувати так зване дійсне значення вимірюваної величини. Під дійсним значенням вимірюваної величини розуміють значення, яке знайдене експериментально і настільки наближається до істинного, що для даної мети воно може бути використане замість нього.

Крім абсолютної похибки важливою характеристикою точності вимірювання є відносна похибка

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% . \quad (1.1.2)$$

Відносна похибка вимірюється у відсотках.

Наявність похибок вносить обмеження в число достовірних значущих цифр числового виразу вимірювальної величини і визначає правильність, придатність і точність вимірювання. Похибки вимірювань можна об'єднати в дві основні групи.

Похибки, що постійно або закономірно змінюються в процесі вимірювання. Їх відмінна особливість – збереження такої тенденції поведінки при повторних вимірюваннях одної і тої самої величини, або детермінований характер прояву. Такі похибки називаються систематичними похибками вимірювання. В якості прикладів систематичних похибок вкажемо похибки мір, що походять від неправильної їх підгонки; похибки показів вимірювальних приладів внаслідок неправильного градування шкал; похибки, що викликані неправильною установкою або розміщенням мір і

вимірювальних приладів; похибки, що викликані зміною температури мір та вимірювальних приладів і т.п. Результати вимірювань настільки правильні, наскільки вони не спотворені систематичними похибками, і тим правильніші, чим менші ці похибки. Вплив систематичних похибок на результати вимірювання виключають дослідним шляхом, вводячи знайдені із спостереження поправки або проводячи спостереження певним чином. Систематичні похибки не можливо виключити повністю, їх можна лише зменшити до певного рівня, який визначається вимогами до точності вимірювань. Залишкову систематичну похибку називають невиключеною систематичною похибкою.

Основні джерела систематичних похибок.

1. Похибки вимірювальних приладів (інструментальні похибки). При виконанні правил експлуатації приладів їх систематична похибка визначається класом точності приладу..
2. Похибки установки, що залежать від неправильної або недбалої установки або розміщення вимірювальної апаратури та інших пристосувань, що являються частиною одного комплексу, неузгодженістю їх характеристик, впливом різних зовнішніх фізичних полів, нестабільністю джерел живлення і т.д. Такого роду похибки можуть бути викликані, наприклад, установкою вимірювальних приладів не по нахилу або рівню, розміщенням при якому вони здійснюють вплив один на одного; утворенням петель із провідників, що створюють магнітне поле, шкідливо діюче на покази приладів; спостереженнями в умовах змінної температури; дією вітру або сонячних променів.
3. Власні похибки, обумовлені кваліфікацією та індивідуальними особливостями спостерігача (оператора , що проводить виміри); такими як, наприклад, запізнення або випередження в реєстрації

моменту якого-небудь сигналу або асиметрія, яка виявляється при установці штриха посередині між двома нитками труби чи мікроскопа або при установці нитки посередині між двома штрихами.

4. Похибки методу, або методичні похибки, що викликані недостатньою розробкою метода або неповним знанням всіх обставин спостережуваних явищ. Ці похибки особливо часті при застосування нових методів, а також при недостатньо обережному спрощенні існуючих методів.

Похибки, величина яких приймає в процесі вимірювання ті, або інші значення в залежності від випадку. Їх відмінна особливість – неможливість точної реалізації одної і тої самої величини при повторних вимірюваннях, або імовірнісний характер прояву. Такі похибки називаються випадковими похибками вимірювання. Вони є результатом впливу на процес вимірювань ряду випадкових факторів яких не може передбачити і врахувати оператор який проводить виміри. На відміну від систематичних випадкові похибки не можна виключити шляхом вводу поправок в результати вимірювань. Причина цього криється в природі випадкових явищ. Шляхи і методи їх дослідження розробляються в теорії ймовірностей, а побудова відповідних математичних моделей для опису результатів дослідів – в математичній статистиці. При збільшенні числа вимірювань випадкова похибка зменшується. Про випадкову похибку можливо вести мову лише тоді, коли проведено серію дослідів, яка при наймі включає три виміри.

Основні характеристики випадкової похибки:

середнє арифметичне значення абсолютної випадкової похибки

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|; \quad (1.3)$$

середнє квадратичне значення абсолютної випадкової похибки окремого вимірювання

$$S(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \quad (1.1.4)$$

середньоквадратичною похибкою серії вимірювань або середньоквадратичною похибкою середнього арифметичного

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \quad (1.1.5)$$

де n - число вимірів величини x , $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ середнє арифметичне значення величини x .

При створенні вимірювальної апаратури і організації процесу вимірювання в цілому інтенсивність прояву більшості факторів, що обумовлюють появу випадкових похибок, вдається звести до такого рівня, що всі вони впливають на формування цих похибок більш або менш однаково. Проте деякі з них, наприклад раптовий спад напруги в мережі електроживлення, можуть проявитися несподівано сильно, в результаті чого похибка прийме розміри, які явно виходять за межі, обумовлені ходом експерименту в цілому. Такі похибки в складі випадкової похибки називаються грубими. До них тісно примикають промахи – похибки, що залежать від спостерігача і пов'язані з неправильним поводженням з засобами вимірювання, невірним відліком показів

або помилками при записі результатів. Спостереження, що містять грубі похибки і промахи, повинні бути відкинуті, як ті, що не заслуговують довіри. Відсутність грубих похибок і промахів визначає придатність вимірювань.

Якщо при обробці вимірювань систематичні і грубі похибки виключені, а також виключені промахи, то випадкові похибки, що залишилися, визначають точність вимірювання. Результати вимірювання настільки точні, наскільки вони не спотворені відносно прийнятого рівня випадковими похибками, і тим точніші, чим більше є підстав вважати ці похибки малими.

1.2. Прямі, непрямі, сукупні і сумісні вимірювання

Прямі вимірювання. До прямих відносяться вимірювання, результат яких отримується на основі безпосередніх вимірювань відповідної фізичної величини, наприклад довжини – лінійкою, сили струму – амперметром, напруги – вольтметром.

Непрямі вимірювання. До непрямих (опосередкованих) відносяться вимірювання, результат яких отримується на основі прямих вимірювань декількох величин, зв'язаних із шуканою величиною певним рівнянням. Іншими словами, непрямі вимірювання представляються функцією $Y = \psi(X_1, \dots, X_n)$ випадкових параметрів X_1, \dots, X_n , що володіють однаковими або різними законами розподілу.

Сукупні і сумісні вимірювання. Ці види вимірювань характеризуються тим, що значення шуканих величин $v_i, i = 1, \dots, t$ розраховують по системі рівнянь, що зв'язують їх з деякими іншими величинами $x_j, j = 1, \dots, k$, що вимірюються прямими або непрямыми методами. Кожна комбінація X , що отримана в одному досліді, дозволяє записати одне рівняння.

Система рівнянь, що вміщує всю інформацію про шукані величини, має вигляд

$$f_r(v_1, \dots, v_i, \dots, v_m; x_{1r}, \dots, x_{jr}, \dots, x_{kr}) = 0 \quad (1.2.1)$$
$$r = 1, \dots, n,$$

де f_r – символ функціональної залежності між величинами в r -му досліді; n – число дослідів.

При сумісних вимірюваннях при переході від одного рівняння до іншого міняються тільки значення величин x_j , $r = 1, \dots, k$, а при сукупних вимірюваннях – поєднання цих величин і разом з ними вид рівнянь (0.6).

Після підстановки у вихідну систему рівнянь результатів прямих (або непрямих) вимірювань і проведення необхідних перетворень отримуємо ряд рівнянь, що містять тільки шукані величини і числові коефіцієнти

$$f_r(v_1, \dots, v_m) = 0, \quad r = 1, \dots, n.$$

Ці рівняння називаються умовними.

Для того щоб розрахувати значення шуканих величин, достатньо мати m рівнянь, т.б. провести стільки дослідів, скільки є невідомих ($n = m$). Тоді результати вимірювань і довірчі границі їх похибок можна знайти методами обробки результатів непрямих вимірювань однак при цьому величина похибки результатів переважно буває значною. Для зменшення похибки необхідно збільшити об'єм інформації про шукані параметри, збільшивши для цього кількість дослідів так, щоб n було більше m . не можна Одним із найбільш загальних способів пошуку оцінок істинних значень вимірювальних величин є метод найменших квадратів. Метод найменших квадратів в загальному випадку не забезпечує отримання найбільш ефективних оцінок, однак його застосування оправдовується як простою обчислювальною схемою, так і тим що в ряді випадків цей метод дійсно дає найкращі оцінки

1.1.3. Оцінка похибок непрямих вимірювань

Для знаходження похибки результату експериментальних досліджень для нелінійної функціональної залежності

$Z = f(a_1, a_2, a_3 \dots a_i \dots a_m)$, потрібно побудувати композицію розподілу випадкових та систематичних похибок, але її побудова громізка, тому для оцінки довірчої похибки використовують емпіричну формулу:

$$\Delta(P) = t_{\Sigma} \cdot S_{\Sigma}, \quad (1.2.2)$$

$$\text{де } t_{\Sigma} = \frac{\Theta(P) + \varepsilon(P)}{S(\bar{Z}) + \frac{\Theta(P)}{\sqrt{3}}}, \quad S_{\Sigma} = \sqrt{S^2(\bar{Z}) + \frac{\Theta^2(P)}{3}}$$

Довірчі межі невиключеної систематичної похибки при довірчій ймовірності P визначають за формулою

$$\Theta(P) = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2} \Theta_i^2, \quad (1.2.3)$$

$k = 1$ при $P = 0,9$

де $k = 1,1$ при $P = 0,95$,

$k = 1,4$ при $P = 0,99$

m – число параметрів залежності $Z = f(a_1, a_2, a_3 \dots a_i \dots a_m)$,
 Θ_i – складова невиключеної систематичної похибки i -го параметра.

Довірчі межі випадкової похибки при довірчій ймовірності P визначають за формулою:

$$\varepsilon(P) = t \cdot S^2(\bar{Z}), \quad (1.2.4)$$

$$\text{де } S(\bar{Z}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2} S^2(\bar{a}_i),$$

t – коефіцієнт Стюдента. Він залежить числа ефективних ступеней вільності f_e та вибраної довірчої ймовірності P (див. табл. 1.2.1).

$$f_e = \frac{\left[\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 S^2(\bar{a}_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^4 S^4(\bar{a}_i) / n_i - 1 \right]} - 2, \quad (1.2.5)$$

де m - число аргументів, n - число вимірів a_i аргумента.

Таблиця 1.

f_e	3	5	6	8	10	12	22	30	60	120	∞
p	2,35	2.01	1.94	1.86	1.81	1.78	1.72	1.70	1.67	1.66	1.64
0.90	2,35	2.01	1.94	1.86	1.81	1.78	1.72	1.70	1.67	1.66	1.64
0.95	3.18	2.57	2.45	2.31	2.23	2.18	2.07	2.04	2.00	1.98	1.96
0.99	5.84	4.03	3.07	3.36	3.17	3.06	2.82	2.75	2.66	2.62	2.58

Розглянутий метод використовують здебільшого для оцінки похибок наукових досліджень. При оцінці похибок фізичного експерименту під час виконання лабораторних робіт найчастіше використовують метод логарифмування, який розглянемо на прикладі

Приклад 1 : Дано циліндр (рис.1.2.1) масою – M , висотою – H , зовнішнім радіусом – R , внутрішнім квадратним отвором розмірами $A \times A$. Значення геометричних розмірів циліндра та значенням їх систематичних абсолютних похибок ΔX приведено в таблиці 1.2.2). Визначити середню густину матеріалу циліндра, та оцінити значення її граничної похибки.

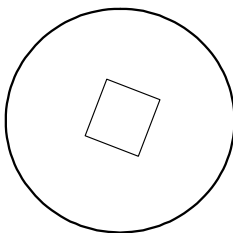


Рис. 1.2.1

Таблиця 1.2.2

Величина	Абсолютне значення систематичної похибки, ΔX	№ (Номер виміру)				
		1	2	3	4	5
$M, \text{кг}$	1,5	403	402	404	400	403
$H, \text{мм}$	1,0	302	304	305	302	302

R, мм	0,1	401	402	401	403	401
A, мм	0,1	20.5	20.6	20.8	20.9	20.6

Середнє значення густини матеріалу циліндра зображеного на рис. 1 можна визначити за формулою:

$$\rho = \frac{m}{(\pi \cdot r^2 - a^2)h}, \quad (1.2.6)$$

де: m , r , h , a – відповідно середні значення маси, радіуса та висоти диска та середніх розмірів отвору.

Знайдемо середні значення цих величин:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i = \frac{413 + 412 + 414 + 410 + 413}{5} = 412.4 \text{ кг},$$

$$h = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n H_i = \frac{322 + 324 + 325 + 322 + 322}{5} = 323_{\text{мм}} = 0.323_{\text{м}},$$

$$r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = \frac{401 + 402 + 401 + 403 + 401}{5} = 401.6_{\text{мм}} = 0.4016_{\text{м}},$$

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i = \frac{20.5 + 20.6 + 20.8 + 20.9 + 20.6}{5} = 20.68_{\text{мм}} = 0.02068_{\text{м}},$$

де n – число значень кожного аргументу (величини) який входить у розрахункову формулу (5.1).

Знайдемо значення абсолютних випадкових похибок цих величин та їх середні значення за формулами:

$$\delta x_i = |x_i - x_c|, \quad (1.2.7)$$

$$\delta x_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta x_i, \quad (1.2.8)$$

де x_i – і-те значення величини, x_c – середнє значення величини,

δx_i – значення випадкової похибки величини x_i , δx_c – середнє значення випадкової похибки величини x_i .

Занесемо значення одержаних величин в таблицю 1.2.3

№	M _i , кг	δm _i , кг	H _i ·10 ³ , м	δh _i ·10, м	R _i ·10 ³ , м	δr _i ·10, м	A _i ·10 ³ , м	δa _i ·10 ³ , м
---	------------------------	-------------------------	--	---------------------------	--	---------------------------	--	---

1	410	0.6	322	1	401	0.6	20.5	0.18
2	412	0.4	324	1	402	0.4	20.6	0.08
3	414	1.6	325	2	401	0.6	20.8	0.12
4	413	2.4	322	1	403	1.4	20.9	0.22
5	413	0.6	322	1	401	0.6	20.6	0.8
Ср. знач.	412.4	1.12	323	1.2	401.6	0.72	20.68	0.136

Запис в таблиці 1.2.3

$H_i \cdot 10^3,$
м
322

означає, що $H \cdot 10^3 = 322$ м, отже $H = 322 / 10^3$ м = $322 \cdot 10^{-3}$ м. Така форма запису досить часто зустрічається в науковій та технічній літературі. Вона значно зменшує розміри (ширину) таблиць.

Знайдемо середнє значення густини матеріалу плити. Для цього підставимо у розрахункову формулу (5.1) у системі СІ середні значення відповідних величин та виконаємо обчислення

$$\rho = \frac{412.4}{\left(\pi(401.8 \cdot 10^{-3})^2 - (20.68 \cdot 10^{-3})^2\right) 323 \cdot 10^{-3}} = 2519 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 2520 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Оцінку граничного значення похибки будемо проводити у такій послідовності:

–записуємо розрахункову формулу для густини

$$\rho = \frac{m}{(\pi r^2 - a^2)h};$$

–логарифмуємо ліву та праву частину робочої формули

$$\ln \rho = \ln m - \ln(\pi r^2 - a^2) - \ln h;$$

–диференціюємо отриманий вираз, вважаючи, що всі величини які мають похибки є змінними (число π наближене, його систематична похибка залежить від числа значущих цифр після коми, наприклад: при $\pi = 3.14$, $\Delta\pi = 0.005$, а при $\pi = 3.142$, $\Delta\pi = 0.0005$, тобто складає половину одиниці розряду останньої значущої цифри)

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - \frac{r^2 d\pi + 2\pi r dr - 2ada}{(\pi r^2 - a^2)} - \frac{dh}{h};$$

–замінімо диференціали dx_i на відповідні похибки величин Δx_i , а якщо перед Δx_i буде стояти знак “мінус”, то замінюємо його на “плюс”, а якщо знак “плюс”, то залишаємо його без зміни (місця в яких знак “мінус” замінено на “плюс” у формулі помічено кружком з плюсом \oplus), різницю у знаменнику запишемо під знаком модуля:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} \oplus \frac{r^2 \Delta \pi \oplus 2\pi r \Delta r \oplus 2a \Delta a}{|\pi r^2 - a^2|} \oplus \frac{\Delta h}{h}.$$

Оскільки відносна похибка, за означенням, дорівнює

$$\varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100\%,$$

то граничне значення відносної похибки результату обчислень можна оцінити за формулою

$$\varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100\% = \left[\frac{\Delta m}{m} + \frac{r^2 \Delta \pi + 2\pi r \Delta r + 2a \Delta a}{|\pi r^2 - a^2|} + \frac{\Delta h}{h} \right] \cdot 100\%. \quad (1.2.9)$$

Підставивши в формулу (2.4) значення складових абсолютних систематичних похибок ΔX_c отримаємо значення систематичної похибки ε_c (при $\pi = 3.14$, $\Delta \pi = 0.005$)

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100\% = \left[\frac{\Delta m_c}{m} + \frac{r^2 \Delta \pi_c + 2\pi r \Delta r_c + 2a \Delta a_c}{|\pi r^2 - a^2|} + \frac{\Delta h_c}{h} \right] \cdot 100\%, \quad (2.2.10)$$

а підставивши середні значення складових абсолютних випадкових похибок δX отримаємо значення випадкової похибки ε_B (випадкова похибка $\delta \pi$ числа π , як і будь-якої табличної константи, практично дорівнює нулю)

$$\varepsilon_B = \frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100\% = \left[\frac{\delta m}{m} + \frac{2\pi r \delta r + 2a \delta a}{|\pi r^2 - a^2|} + \frac{\delta h}{h} \right] \cdot 100\%. \quad (2.2.11)$$

Загальну граничну відносну похибку результатів обчислень можна оцінити за формулою

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_c^2 + \varepsilon_B^2}. \quad (2.7)$$

Підставимо значення відповідних величин в системі СІ у формули (2.5), (2.6) та (2.7) отримаємо

$$\varepsilon_c = 1.1\%, \quad \varepsilon_B = 1.0\%,$$

$$\varepsilon = \sqrt{1.1^2 + 1.0^2} \approx 1.5\%$$

відповідно граничне значення абсолютної похибки складає

$$\Delta\rho = \frac{\rho \cdot \varepsilon}{100} = \frac{2519 \cdot 1.5}{100} = 37,8 \approx 40(\text{кг} / \text{м}^3)$$

Отже, середня густина матеріалу циліндра складає $\rho = 2520 \pm 40 \text{кг} / \text{м}^3$.

Похибка оцінена за співвідношеннями (2.4–2.6) значно завищена. У цих співвідношеннях ми знаходили звичайну суму складових середніх значень похибок. Якщо систематична або випадкова похибки мають чотири і більше складових, то теорія похибок рекомендує оцінювати їх значення за співвідношеннями:

$$\varepsilon_c = k \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{C_i}^2}, \quad \varepsilon_B = k \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{B_i}^2}$$

де k —коефіцієнт, який залежить від довірчої ймовірності P ($k \approx 0.9-1.4$), ε_{C_i} , ε_{B_i} —відповідно складові систематичної та випадкової похибок.

2. МЕХАНІКА

2.1. Загальні теоретичні відомості до виконання лабораторних робіт з розділу „Механіка”

2.1.1 Динаміка поступального руху твердого тіла

2.1.1.1 Імпульс. Закон збереження імпульсу. Векторна величина, яка чисельно дорівнює добутку маси тіла m на вектор його швидкості \vec{V} , називається імпульсом тіла:

$$\vec{P} = m\vec{V}. \quad (2.1.1)$$

Запишемо другий закон Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (2.1.2)$$

Оскільки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}, \quad (2.1.3)$$

то рівняння (2.1.2) при $m = const$, враховуючи (1.1), можна записати у вигляді:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}. \quad (2.1.4)$$

Ми отримали узагальнену форму запису другого закону Ньютона через імпульс

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}. \quad (2.1.5)$$

Другий закон Ньютона в узагальненій формі (2.1.5) описує рух тіл як постійної, так і змінної маси, в той час як другий закон Ньютона, записаний у звичайній формі $\vec{F} = m\vec{a}$, справедливий лише для руху тіл постійної маси.

Із другого закону Ньютона, записаного в узагальненій формі, можна знайти середню силу взаємодії тіл:

$$F_{cp} = \frac{\Delta P}{\Delta t},$$

де ΔP – змінна імпульсу за проміжок часу Δt .

Розглянемо систему, що складається з N тіл (матеріальних точок). Тіла, що утворюють таку механічну систему, можуть взаємодіяти як між собою, так і з тілами, що не належать до даної системи. Відповідно до цього, сили, що діють на тіла, поділяються на внутрішні і зовнішні. Коли зовнішні сили відсутні, система називається замкнутою.

Нехай маємо N частинок з масами $m_1, m_2, m_3, \dots, m_i, \dots, m_n$ і частинки взаємодіють між собою з силами \vec{F}_{ij} . Це сила, що діє на тіло з номером i зі сторони іншого тіла з номером j . Згідно з третім законом Ньютона

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}. \quad (2.1.6)$$

Тепер використаємо другий закон Ньютона в узагальненій формі, застосувавши його до кожного тіла системи

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{P}_1}{dt} &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n} + \vec{F}_1, \\ \frac{d\vec{P}_{21}}{dt} &= \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2n} + \vec{F}_2, \\ \frac{d\vec{P}_{n1}}{dt} &= \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \dots + \vec{F}_{n,n-1} + \vec{F}_n, \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

де $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ – результуючі зовнішніх сил, що діють на відповідні тіла. Всі інші сили (позначені двома індексами) являють собою внутрішні сили.

Додамо ці рівняння, отримаємо:

$$\frac{d}{dt}(\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots + \vec{P}_i + \dots + \vec{P}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (2.1.8)$$

В правій частині залишилися тільки зовнішні сили, адже внутрішні попарно компенсуються – (2.1.6). Сума імпульсів тіл, що утворюють замкнуту систему, утворює імпульс системи. Тому (2.1.8) можна записати:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (2.1.9)$$

Якщо $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$, то

$$\vec{P} = \text{const} \quad (2.1.10)$$

Ми вивели закон збереження імпульсу, який має таке формулювання: *імпульс замкнутої системи залишається сталим незалежно від взаємодії її складових.*

2.1.1.2. Енергія. Закон збереження механічної енергії. Фізичні величини, за якими можна дати повну характеристику стану системи, називаються параметрами. Одним із параметрів стану системи є енергія системи. Мірою передачі руху від однієї системи (одного тіла) до іншої (іншого тіла) є робота. Отже, якщо система тіл має запас енергії, то вона може виконати роботу. В механіці розрізняють кінетичну та потенціальну енергії.

Кінетична енергія – це енергія, яку має тіло внаслідок свого руху. Кінетична енергія тіла, яке знаходиться в поступальному русі, визначається за формулою:

$$W_k = \frac{mV^2}{2}, \quad (2.1.11)$$

де m – маса тіла, V – його швидкість.

Знайдемо роботу сили по переміщенню тіла масою m з положення 1 в положення 2.

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 m \vec{a} d\vec{r} = m \int_1^2 \frac{d\vec{V}}{dt} d\vec{r} = m \int_1^2 \frac{d\vec{r}}{dt} d\vec{V} = m \int_1^2 \vec{V} d\vec{V} = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}.$$

Отже, робота сили по переміщенню тіла дорівнює зміні його кінетичної енергії.

$$A_{12} = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}. \quad (2.1.12)$$

Потенціальна енергія визначається взаємним розміщенням тіл або частин тіла одна відносно одної.

На тіла, що знаходяться в потенціальних полях (гравітаційному, електростатичному) діють особливі сили, які називають консервативними. До консервативних сил також відносять пружні сили, що виникають при пружних деформаціях тіл. Це сили, робота яких залежить не від шляху, а лише від початкового і кінцевого положення тіла. Робота ж цих сил по замкнутому контуру дорівнює нулю. Крім консервативних сил, в природі існують неконсервативні або дисипативні (дисипація – розсіювання) сили, прикладом яких є сила тертя. Системи, в яких діють лише консервативні сили, називають консервативними, а системи, в яких діють лише дисипативні сили, – дисипативними. Усі живі організми належать до дисипативних систем.

Потенціальна енергія тіла масою m , піднятого над поверхнею Землі на висоту h , визначається рівнянням:

$$W_{\Pi} = mgh, \quad (2.1.13)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Знайдемо потенціальну енергію деформованої пружини. Елементарна робота, що виконується силою пружності при деформації (розтягуванні або стисканні) пружини на dx :

$$dA = Fdx = -kxdx,$$

де k – коефіцієнт пружності.

Робота пружної сили при деформації пружини від 0 до x :

$$A = -\int_0^x kxdx = -\frac{kx^2}{2}.$$

Робота сили пружності буде від'ємною, оскільки напрям сили і зміщення протилежні. Робота зовнішньої сили, яка стискає або розтягує пружину, буде додатною і дорівнюватиме $\frac{kx^2}{2}$. Ця робота йде на збільшення потенціальної енергії пружини.

Отже, потенціальна енергія деформованої пружини:

$$W_n = \frac{kx^2}{2} \quad (2.1.14)$$

Робота консервативних сил дорівнює зменшенню потенціальної енергії системи:

$$A_{12} = W_{П1} - W_{П2}. \quad (2.1.15)$$

Закон збереження механічної енергії: повна механічна енергія замкнутої системи тіл, в якій діють тільки консервативні сили, залишається постійною.

Якщо ж у замкнутій системі, крім консервативних, діють також неконсервативні сили, наприклад, сили тертя, то повна механічна енергія системи не зберігається. Це пояснюється тим, що сили тертя здійснюють завжди від'ємну роботу – механічна енергія перетворюється у внутрішню. Отже, наявність сил тертя в замкнутій системі приводить до зменшення її повної механічної енергії. Дія сил тертя спричинює перетворення механічної енергії в інші, немеханічні види енергії. Але в цьому випадку виконується загальний закон збереження енергії: в ізольованій від будь-яких зовнішніх впливів системі залишається постійною сума всіх видів енергії.

2.1.1.3. Абсолютно пружний і абсолютно непружний центральні удари тіл. Ударом тіл називають сукупність явищ, що виникають при короткочасній взаємодії тіл внаслідок зіткнення. Фізичні явища, які відбуваються під час удару, досить складні. Тіла при зіткненні деформуються, в них виникають сили пружності та тертя, також можуть виникати коливання і поширюватися механічні хвилі. При зіткненні тіл механічна енергія може перетворюватися в інші види енергії, наприклад, у теплову.

Систему тіл в момент зіткнення можна вважати замкнутою, оскільки час взаємодії тіл досить малий і сили взаємодії досить великі у порівнянні із зовнішніми силами.

Спільну нормаль до поверхонь тіл у точці їхнього дотику при ударі називають лінією удару (рис. 2.1.1).

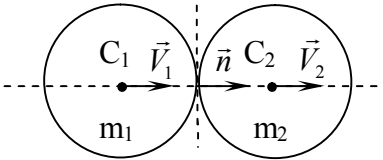


Рис. 2.1.1

Удар називають центральним тоді, коли лінія удару проходить через центр мас тіл, а напрямок швидкостей тіл до зіткнення співпадає з лінією удару.

Процеси, що відбуваються при ударі залежать від фізичної природи тіл, їх розмірів та форми, швидкості руху тощо. Удари, які розглядають у фізиці, поділяють на абсолютно пружні, абсолютно непружні та реальні.

Абсолютно пружним називають такий удар, після якого тіла, що зазнали зіткнень, залишаються без залишкових деформацій, а кінетична енергія системи тіл до і після удару не змінюється. Абсолютно непружним називають такий удар, після якого деформації, викликані зіткненням тіл, повністю зберігаються, а тіла рухаються як єдине тіло. Подібний до абсолютно пружного удару ефект дає зіткнення кульок із слонової кістки або високоякісної інструментальної сталі. Абсолютно непружний удар імітується зіткненням пластилінових кульок, влученням рушничних куль у підвішену мішень. До абсолютно непружних ударів наближаються процеси, що відбуваються при куванні і штампуванні. Найчастіше відбуваються реальні удари. За наслідками від зіткнень вони займають проміжне місце між абсолютно пружним та абсолютно непружним ударами.

Процес абсолютно пружного удару тіл уявно можна розділити на дві стадії:

I стадія – відбувається деформація тіл, їх кінетична енергія перетворюється потенціальну, швидкість зменшується до нуля, потенціальна енергія пружної деформації наприкінці стадії досягає максимуму.

II стадія – потенційна енергія пружної деформації тіл перетворюється в кінетичну.

При абсолютно непружному ударі процес удару закінчується на першій його стадії. Частина кінетичної енергії відносного руху тіл перетворюється в немеханічні форми (тепло).

При абсолютно пружному ударі тіла цілком відновлюють свою форму, має місце закон збереження механічної енергії.

Отже при абсолютно пружному ударі діють закон збереження механічної енергії та закон збереження імпульсу, в той час як при непружному ударі – лише закон збереження імпульсу а закон збереження механічної енергії не діє, оскільки механічна енергія перетворюється в інші види (теплову та витрачається на роботу по деформації тіл тощо). Абсолютно непружний удар – типовий приклад, коли відбувається втрата механічної енергії під дією дисипативних сил.

Розглянемо абсолютно непружний центральний удар двох тіл (рис. 2.1.2) на прикладі зіткнення двох пластилінових куль.

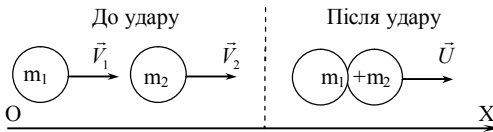


Рис.1.2

Нехай кулі рухаються вздовж прямої, що з'єднує їх центри, зі швидкостями \vec{V}_1 і \vec{V}_2 . У цьому випадку говорять, що удар є центральним. Позначимо через U загальну швидкість куль після зіткнення.

Запишемо закон збереження імпульсу системи у векторній формі:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2) \vec{U}, \quad (2.1.16)$$

де m_1 і m_2 – маси куль.

Знайдемо проекцію рівняння (1.16) на вісь OX (рис. 2.1.2):

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) U. \quad (2.1.17)$$

Звідси одержимо швидкість куль після удару:

$$U = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} \quad (2.1.18)$$

Розглянемо центральний абсолютно пружний удар двох куль (рис. 2.1.3).

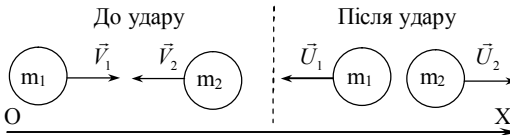


Рис. 2.1.3

Нехай перша куля має масу m_1 і швидкість до удару V_1 , а друга куля – масу m_2 і швидкість V_2 . Визначимо швидкості куль U_1 і U_2 після удару, використовуючи закони збереження імпульсу та енергії:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2 \quad (2.1.19)$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}. \quad (2.1.20)$$

Спроєкуємо рівняння (2.1.19) на вісь OX (рис. 2.1.3):

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = -m_1 U_1 + m_2 U_2. \quad (2.1.21)$$

Перепишемо рівняння (2.1.20), (2.1.21) таким чином:

$$m_1 (V_1 + U_1) = m_2 (V_2 + U_2) \quad (2.1.22)$$

$$m_1 (V_1^2 - U_1^2) = m_2 (U_2^2 - V_2^2). \quad (2.1.23)$$

Поділивши почленно рівняння (2.1.23) на рівняння (2.1.22), маємо:

$$V_1 - U_1 = U_2 - V_2, \text{ або} \quad (2.1.24)$$

$$U_2 = V_1 + V_2 - U_1 \quad (2.1.25)$$

Підставимо в рівняння (2.1.21) значення U_2 та знайдемо U_1 :

$$U_1 = \frac{2m_2V_2 + (m_2 - m_1)V_1}{m_1 + m_2}. \quad (2.1.26)$$

Із рівнянь (2.1.25) і (2.1.26) маємо:

$$U_2 = \frac{2m_1V_1 + (m_1 - m_2)V_2}{m_1 + m_2}. \quad (2.1.27)$$

Приклад: Знайти швидкості тіл після абсолютно пружного удару (рис. 2.1.3), якщо їх маси $m_1 = 6 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$ та швидкості до удару $V_1 = 4 \text{ м/с}$, $V_2 = 3 \text{ м/с}$.

$$U_1 = \frac{2m_2V_2 + (m_2 - m_1)V_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 + (2 - 6) \cdot 3}{6 + 2} = -0.5 \text{ м/с}, \quad (2.1.28)$$

$$U_2 = \frac{2m_1V_1 + (m_1 - m_2)V_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 4 + (6 - 2) \cdot 3}{6 + 2} = 7.5 \text{ м/с}. \quad (2.1.29)$$

Ми отримали від'ємне значення швидкості U_1 . Це означає, що її дійсний напрямок буде протилежним до показаного на рис. 2.1.3.

2.1.2. Динаміка обертового руху

2.1.2.1. Момент сили. Момент імпульсу. Рівняння моментів. Важливі закони механіки зв'язані з поняттями моменту імпульсу або моменту кількості руху і моменту сили. Моментом сили відносно точки O (рис. 1.4) називається векторний добуток радіуса-вектора \vec{r} на вектор сил \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]. \quad (2.1.30)$$

Напрямок вектора моменту сили визначається за правилом векторного добутку. Він направлений вздовж осі обертання. Модуль моменту сили дорівнює:

$$M = rF \sin \alpha = rF_{\perp} = dF, \quad (2.1.31)$$

де $F_{\perp} = F \sin \alpha$, $d = r \sin \alpha$. Величина d називається *плечем сили* – це найкоротша відстань між лінією дії сили і віссю обертання (рис.2.1.4).

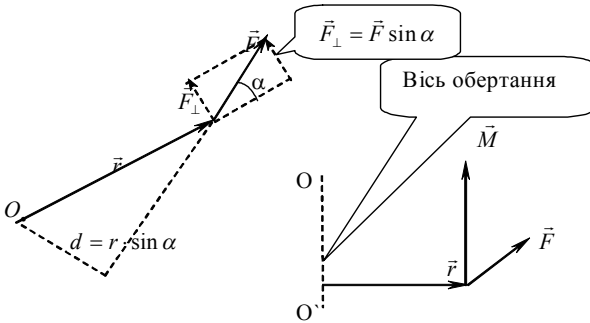


Рис. 2.1.4. Момент сили

Вектор моменту імпульсу визначається по аналогії з моментом сили: *вектором моменту імпульсу* \vec{L} матеріальної точки називається векторний добуток її радіуса-вектора \vec{r} , на вектор її імпульсу \vec{P} :

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{P}] \quad (2.1.32)$$

Він направлений вздовж осі обертання (рис.2.1.5):

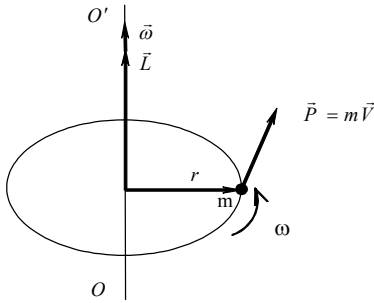


Рис. 2.1.5. Момент імпульсу матеріальної точки

Модуль моменту імпульсу дорівнює:

$$L = rP \sin \alpha = mrV \sin \alpha, \quad (2.1.33)$$

де m – маса матеріальної точки.

Виявляється, що величини \vec{L} і \vec{M} зв'язані між собою, оскільки

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d[\vec{r} \times \vec{P}]}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} \right] + \left[\vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \right]. \quad (2.1.34)$$

Оскільки $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}$ і $\vec{P} = m\vec{V}$, то $\frac{d\vec{r}}{dt} \parallel \vec{P}$ і перший доданок в (2.1.34) дорівнює нулю. Отже матимемо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \right]. \quad (2.1.35)$$

Але, згідно з другим законом Ньютона, $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$. Тоді (2.1.35) прийме вигляд:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r} \times \vec{F}], \quad (2.1.36)$$

або

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (2.1.37)$$

Рівняння (2.1.37) називається *рівнянням моментів*: похідна за часом від моменту імпульсу матеріальної точки відносно нерухомої вісі дорівнює моменту діючої сили відносно тієї ж вісі. Зауважимо, що M являє собою сумарний момент зовнішніх сил.

1.1.2.2. Кінетична енергія тіла, яке перебуває в обертОВОМУ русі. Момент інерції. Визначимо кінетичну енергію твердого тіла, що обертається навколо нерухомої вісі ZZ' (рис. 2.1.6) з кутовою швидкістю ω .

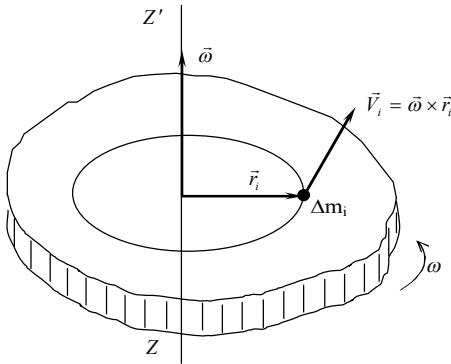


Рис. 2.1.6. Кінетична енергія обертОВОГО руху твердого тіла

Виділимо на твердому тілі на відстані r_i від осі обертання точкову масу Δm_i . Лінійна швидкість виділеної елементарної маси становить:

$$V_i = \omega r_i. \quad (2.1.38)$$

Кінетична енергія виділеної елементарної маси дорівнює:

$$\Delta T_i = \frac{\Delta m_i V_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \Delta m_i r_i^2. \quad (2.1.39)$$

Але кінетична енергія T всього тіла складається із кінетичних енергій його складових, тому

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2. \quad (2.1.40)$$

Величину $\Delta m r^2$ позначимо через ΔI_Z і назовемо моментом інерції матеріальної точки відносно вісі ZZ'

$$\Delta I_Z = \Delta m r^2, \quad (1.41)$$

де Δm – маса матеріальної точки, r – відстань до осі обертання.

Момент інерції всього тіла відносно вісі ZZ' дорівнює сумі моментів інерції його складових частин:

$$I_Z = \sum_{i=1}^n (\Delta I_Z)_i = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2. \quad (2.1.42)$$

Отже, момент інерції твердого тіла чисельно дорівнює сумі добутків мас матеріальних точок (на які уявно розбивають тіло) на квадрати відстаней до їх осі обертання.

Момент інерції має певний фізичний зміст: є мірою інертності тіла при обертальному русі та характеризує масу тіла та її розподіл відносно осі обертання. Аналогом моменту інерції у поступальному русі є маса тіла.

Кінетичну енергію тіла, що обертається відносно нерухомої вісі ZZ' можна записати таким чином:

$$T = \frac{I_Z \omega^2}{2}. \quad (2.1.43)$$

Індекс Z біля символу I у рівняннях (2.1.41, 2.1.42, 2.1.43) свідчить про те, що мова йде про момент інерції відносно вісі ZZ' , яка нерухома. Очевидно, що момент інерції цього ж тіла відносно

іншої вісі зміниться, тому, говорячи про момент інерції, необхідно вказати вісь, відносно якої його обчислено.

У випадку однорідного тіла правильної форми операцію сумування заміняють на операцію інтегрування. Момент інерції будь-якого тіла можна обчислити через інтеграл:

$$I = \int_{(m)} r^2 dm, \quad (2.1.44)$$

де інтегрування ведеться по всьому об'єму тіла, уявно розбитого на елементарні маси dm , кожна з яких характеризується своїм радіусом r відносно вісі обертання.

Знайдемо моменти інерції деяких тіл.

Момент інерції однорідного стержня відносно осі CC' , що проходить через його центр мас.

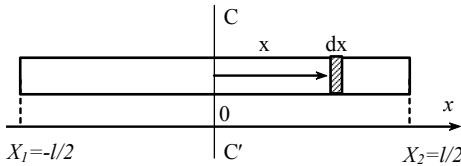


Рис.2.1.7

Розглянемо однорідний стержень (рис. 2.1.7). Нехай його маса m , довжина l , лінійна густина γ (лінійна густина чисельно дорівнює масі, що припадає на одиницю довжини стержня $\gamma = m/l$). Систему координат розмістимо таким чином, щоб через її початок проходила вісь CC' . Знайдемо момент інерції стержня відносно осі, що проходить через його центр мас. Виділимо на відстані x від осі CC' , яка проходить через центр мас стержня, елементарну масу dm . Елементарний момент інерції виділеної маси відносно осі CC' складає: $dI_C = x^2 dm$. Оскільки $dm = \gamma dx$, то $dI_C = \gamma x^2 dx$, а момент інерції всього стержня

$$I_C = \int_{x_1=-l/2}^{x_2=l/2} \gamma x^2 dx = \gamma \frac{x^3}{3} \Big|_{-l/2}^{l/2} = \frac{\gamma}{3} \left[\left(\frac{l}{2}\right)^3 - \left(-\frac{l}{2}\right)^3 \right] = \frac{\gamma l^3}{12} = \frac{ml^2}{12} \quad (2.1.45)$$

При виведенні співвідношення (2.1.45) враховано, що $\gamma l = m$.

Аналогічно знайдемо момент інерції однорідного стержня відносно осі ZZ' , що проходить через один із його кінців. Систему координат розмістимо таким чином, щоб через її початок проходила вісь ZZ' .

$$I_Z = \int_{x_1=0}^{x_2=l} \gamma x^2 dx = \gamma \frac{x^3}{3} \Big|_0^l = \frac{\gamma l^3}{3} = \frac{ml^2}{3}. \quad (2.1.46)$$

Момент інерції однорідного диска (циліндра) відносно вісі CC' , що проходить перпендикулярно його площині через центр C (рис.2.1.8). Нехай маса диска m , радіус диска R , густина ρ . Виділимо на відстані x від центра (точка C) нескінченно тонкий обруч товщиною dx , елементарний момент інерції якого дорівнює

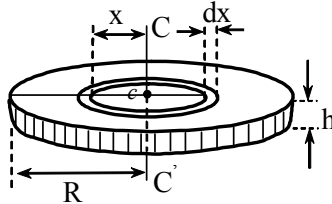


Рис. 2.1.8. Момент інерції диска

$$dI_C = x^2 dm.$$

Визначимо елементарну масу dm виділеного елементарного об'єму у вигляді тонкого кільця, беручи до уваги, що густина речовини ρ , а товщина диска h :

$$dm = \rho dV = \rho h dS,$$

де $dS = 2\pi x dx$ – площа поверхні виділеного пояса, то $dI_C = 2\pi \rho h x^3 dx$. Проінтегруємо останній вираз:

$$\begin{aligned}
 I_C &= \int_0^m x^2 dm = \int_0^R x^2 \rho 2\pi x dx = \\
 &= \rho h 2\pi \int_0^R x^3 dx = \rho h 2\pi \frac{R^4}{4} = \frac{mR^2}{2},
 \end{aligned}
 \tag{2.1.48}$$

де $m = \rho\pi R^2$ – маса диска.

Аналогічно можна знайти момент інерції диска з центральним отвором. Нехай радіус диска R , а радіус отвору r . Для цього рівняння (2.1.48) необхідно проінтегрувати від r до R

$$\begin{aligned}
 I_C &= \int_0^m x^2 dm = \int_r^R x^2 \rho 2\pi r dx = \\
 &= \rho h 2\pi \int_r^R x^3 dx = \rho h 2\pi \frac{R^4 - r^4}{4} = \frac{m(R^2 + r^2)}{2},
 \end{aligned}
 \tag{2.1.49}$$

де $m = 2\pi(R^2 - r^2)h\rho$ – маса диска.

Із (2.1.49) легко знайти момент інерції диска без отвору ($r = 0$):

$$I_C = \frac{m(R^2 + r^2)}{2} = \frac{mR^2}{2},
 \tag{2.1.50}$$

та момент інерції обруча відносно осі, що проходить через центр мас ($r \approx R$)

$$I_C = \frac{m(R^2 + r^2)}{2} = \frac{m(R^2 + R^2)}{2} = mR^2.
 \tag{2.1.51}$$

Момент інерції кулі відносно осі, що проходить через центр мас

$$I_c = \frac{2}{5} mR^2.
 \tag{2.1.52}$$

1.1.2.3. Теорема Штейнера. Ця теорема дозволяє знайти момент інерції тіла відносно довільної осі ZZ' , якщо відомий момент інерції даного тіла відносно паралельної осі CC' , що проходить через центр мас даного тіла (рис. 1.9), а саме:

Момент інерції тіла відносно довільної осі ZZ' дорівнює сумі моменту інерції цього тіла відносно паралельної осі CC' , що проходить через центр мас тіла, і добутку маси тіла на квадрат відстані між цими осями $I_z = I_c + ma^2$ – (2.1.53), де m – маса тіла, a – відстань між осями.

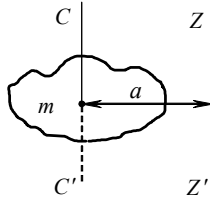


Рис. 2.1.9. Теорема Штейнера

1.1.2.4. Основне рівняння динаміки обертового руху. Якщо на тіло (рис.2.1.10), яке може обертатися навколо довільної Z , діє

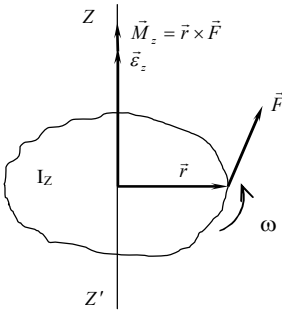


Рис. 1.10

момент сил M_z , а момент інерції цього тіла відносно цієї ж осі I_z , то тіло набуде кутового прискорення:

$$\vec{\varepsilon}_z = \frac{\vec{M}_z}{I_z}. \quad (2.1.54)$$

Рівняння (2.1.54) є основним рівнянням динаміки обертового руху, в якому відіграє таку ж роль, як і другий закон Ньютона в поступальному русі.

1.1.2.5. Момент імпульсу твердого тіла. Закон збереження моменту імпульсу. Для твердого тіла, яке обертається навколо осі ZZ' з кутовою швидкістю ω , величина моменту імпульсу може бути визначена таким чином.

Уявно розіб'ємо тіло на нескінченно малі частинки – матеріальні точки (рис. 2.1.11). Розглянемо окрему таку i -точку. Модуль моменту імпульсу даної точки з масою Δm_i відносно вісі ZZ' буде

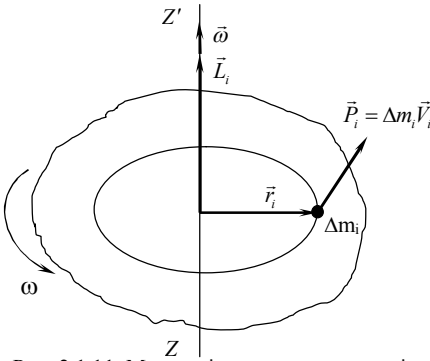


Рис. 2.1.11. Момент імпульсу твердого тіла

$$\Delta L_i = \Delta m_i r_i V_i \sin \alpha = \Delta m_i \omega r_i^2, \quad (2.1.55)$$

де $\alpha = 90^\circ$, $\omega = V/r$.

Для всього тіла матимемо (індекс z біля L означає, що момент імпульсу обчислено відносно осі ZZ'):

$$L_z = \sum \Delta m_i r_i^2 \omega_z. \quad (2.1.56)$$

де ω_z – кутова швидкість обертання тіла відносно вісі ZZ' .

Згідно з (2.1.42) $\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 = I_z$, тому:

$$\vec{L}_z = I_z \cdot \vec{\omega}_z \quad (2.1.57)$$

Закон збереження моменту імпульсу: момент імпульсу замкнутої системи тіл залишається сталим незалежно від взаємодії її складових

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i = const, \quad (2.1.58)$$

де ω_i – кутова швидкість i -го тіла, I_i – його момент інерції.

Закон збереження моменту імпульсу посідає важливе значення в механіці. У рівнянні (2.1.58) постійним залишається, як модуль моменту імпульсу так і його напрямок. На останній властивості ґрунтується робота гіроскопа. Гіроскоп це масивне тіло, яке може вільно обертатися з великою кутовою швидкістю навколо трьох осей. Основна його властивість: вісь гіроскопа зберігає свою орієнтацію в просторі незалежно від орієнтації основи гіроскопа. Гіроскопи широко застосовуються у навігації та орієнтації.

На основі другої властивості моменту імпульсу також можна пояснити рух велосипедиста чи мотоцикліста. При русі велосипедиста чи мотоцикліста момент вектор моменту імпульсу зберігає свою орієнтацію в просторі.

2.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ З РОЗДІЛУ “МЕХАНІКА”

Лабораторна робота 1.2

Визначення швидкості кулі за допомогою балістичного маятника

Мета роботи. Вивчення законів збереження при абсолютно непружному ударі на прикладі визначення швидкості кулі.

Прилади і матеріали. 1. Балістичний маятник. 2. Пружинний пістолет. 3. Терези. 4. Лінійка. 5. Кулі.

Теоретичні відомості

Для визначення швидкості часто застосовують метод балістичного маятника. Балістичний маятник являє собою підвішену велику коробку з піском або землею, яка може коливатися навколо горизонтальної осі. У нашому випадку балістичним маятником служить масивний циліндр із пластиліном, підвішений на тонких нерозтяжних нитках (рис.2.2.1).

На деякій відстані від циліндра по його осі закріплений пружинний пістолет. При пострілі швидкість кулі спрямована уздовж прямої, що проходить через центр мас маятника. Куля масою m після зіткнення застряє в шарі пластиліну, тому удар можна вважати абсолютно непружним.

Оскільки маятник до удару був нерухомий ($V_1 = 0$), то з (2.1.18) одержимо:

$$U = \frac{mV}{M + m}, \quad (2.2.1)$$

де V – швидкість кулі перед ударом ($V=V_2$); m – маса кулі; M – маса маятника.

Із співвідношення (2.2.1) можна знайти швидкість кулі, для чого необхідно визначити швидкість маятника з застряглою кулею безпосередньо після удару.

Якщо знехтувати силами тертя в нитках підвісу й опором повітря, то система "маятник – куля" після удару є ізольованою консервативною системою, для якої можна застосувати закон збереження механічної енергії:

$$\frac{(M+m)U^2}{2} = (M+m)gh, \text{ звідки } U = \sqrt{2gh}. \quad (2.2.2)$$

Таким чином, задача зводиться до визначення висоти підняття центра мас маятника після влучення в нього кулі.

З $\triangle ABC$ маємо $h = BC \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, оскільки кут відхилення досить

малий, то можна вважати, що $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AO'}{\ell} = \frac{AC}{2\ell}$.

З $\triangle AO'O$ знаходимо $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AO'}{\ell} = \frac{AC}{2\ell}$, отже $h = AC \frac{AC}{2\ell} = \frac{AC^2}{2\ell}$.

Виходячи зі сказаного, в межах похибки досліду можемо вважати $AB \approx AC$, де $AB=S$ – відстань, на яку зміщується покажчик на лінійці L .

Остаточно одержуємо:

$$h = \frac{S^2}{2\ell} \quad (2.2.3)$$

Із виразів (2.2.1), (2.2.) і (2.2.3), одержуємо формулу для обчислення швидкості кулі:

$$V = \frac{(M+m)}{m} U = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh} = \frac{(M+m)S}{m} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad (2.2.4)$$

Отже, експеримент зводиться до визначення маси маятника M і кулі m , виміру довжини ниток підвісу ℓ та зміщення покажчика S на лінійці.

Хід роботи

1. Зважити балістичний маятник.
2. Зважити кожну кулю.
3. Підвісити маятник так, щоб вісь циліндра знаходилася на лінії польоту кулі. Покажчик на лінійці підвести впритул до задньої стінки циліндра. Визначити довжину маятника l .

4. Зробити постріл і записати зміщення покажчика (враховувати лише ті досліди, в яких куля застрягає в маятнику).

5. Дослід повторити 5-9 разів для кожної кулі. Дані вимірів занести в таблицю 2.1.2

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. За формулою (2.2.4) обчислити швидкість кулі для кожного пострілу окремо.

2. З результатів дослідів знайти середнє значення швидкості кулі.

3. Обчислити абсолютну і відносну похибки експерименту і записати кінцеві результати.

4. Проаналізувати, які з вимірюваних величин дають найбільшу похибку при обчисленні швидкості кулі, і похибками яких вимірюваних величин при розрахунках можна зневажити.

Контрольні питання

1. Імпульс. Закон збереження імпульсу .

2. Робота та енергія. Потужність. Потенціальна і кінетична енергія.

3. Консервативні та дисипативні сили.

4. Закон збереження енергії в механіці.

5. Удар тіл. Абсолютно пружний та абсолютно непружний удари та їх характеристики (формула (2.1.18) з доведенням).

6. Визначення швидкості руху тіл балістичним методом.

Таблица 2.2.2

№ п/п	M, кг	<i>m</i> , кг	<i>ℓ</i> , м	<i>S</i> , м	<i>V</i> , м/с	ΔV , м/с	ε , %
Куля №1							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
С. зн.							
Куля №2							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
С. зн.							

Лабораторна робота 1.3

Визначення моментів інерції тіл із закону збереження енергії

Мета роботи. Експериментальна перевірка закону збереження енергії в механіці методом визначення моментів інерції тіл кочення.

Прилади і матеріали. 1. Похила площина. 2. Набір тіл кочення. 3. Терези. 4. Штангенциркуль. 5. Лінійка. 6. Секундомір.

Теоретичні відомості

Закон збереження і перетворення енергії, відкритий Ломоносовим, є одним із фундаментальних законів природи: у замкнутій системі енергія може переходити з одних видів в інші і передаватися від одного тіла іншому, але її загальна кількість залишається постійною.

Якщо в замкнутій системі тіл діють тільки консервативні сили, то взаємні перетворення механічної енергії в інші види (немеханічні форми: внутрішню, хімічну і т.д.) відсутні. Консервативні сили – це сили, робота яких не залежить від траєкторії руху тіла, а визначається лише початковим і кінцевим положенням тіла:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r} . \quad (2.3.1)$$

Робота ж цих сил по замкнутому контуру дорівнює нулю

$$A = \oint_S \vec{F} d\vec{r} = 0 .$$

До консервативних сил відносять гравітаційну, кулонівську та ядерну сили.

Замкнена система, в якій діють лише консервативні сили, є консервативною системою. Для неї справедливий закон збереження і перетворення енергії в механіці: *механічна енергія замкнутої системи, в якій діють лише консервативні сили, – величина постійна:*

$$W = W_K + W_n = const. \quad (2.3.2)$$

Крім консервативних сил, в природі існують дисипативні (неконсервативні) сили (дисипація – розсіювання). Прикладом таких сил є сила тертя, прикладом дисипативної системи може бути будь-який біологічний живий об'єкт. Робота дисипативних сил залежить від траєкторії руху тіла.

Закон збереження механічної енергії не можна застосовувати для замкнутих дисипативних систем. У таких системах, як правило, діють сили тертя або існує залишкова (пластична) деформація, тому що частина механічної енергії в процесі руху розсіюється, перетворюється в немеханічні форми, наприклад, у теплоту.

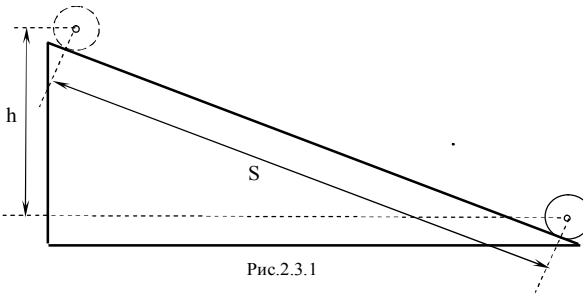


Рис.2.3.1

Нехай тіло циліндричної форми масою m скочується без тертя з похилої площини з висоти h (рис. 2.3.1). Опором повітря нехтуємо. На тіло діє сила земного тяжіння, яка є консервативною, а система “похила площина – тіло” є замкнутою. Тому для цього випадку можна застосовувати закон збереження механічної енергії

$$W_n = W_K. \quad (2.3.3)$$

Потенціальну енергію тіла обчислюють за формулою

$$W_n = mgh. \quad (2.3.4)$$

Кінетична енергія тіла визначається як сума кінетичної енергії поступального й обертального рухів:

$$W_K = W_{\text{пост}} + W_{\text{об}} = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (2.3.5)$$

де I – момент інерції тіла; ω – кутова швидкість.

З рівнянь (2.3.5), (2.3.7) і (2.3.1) після нескладних перетворень маємо

$$mgh = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (2.3.6)$$

Кутова швидкість обертання тіла зв'язана зі швидкістю його поступального руху співвідношенням

$$\omega = \frac{V}{R}, \quad (2.3.7)$$

де R – радіус тіла.

Рух тіла рівномірно прискорений, тому

$$V = at; \quad (2.3.8)$$

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad (2.3.9)$$

Де S – довжина похилої площини, t – час скочування тіла.

З формул (2.3.8) і (2.3.9) маємо

$$V = \frac{2S}{t}. \quad (2.3.10)$$

Підставляючи вирази (2.3.7), (2.3.10) у (2.3.6), та розв'язавши рівняння відносно I , одержуємо

$$I = mR^2 \left(\frac{ght^2}{2S^2} - 1 \right). \quad (2.3.11)$$

Момент інерції тіл правильної форми можна розрахувати теоретично (див. загальну теоретичну частину).

Порядок виконання роботи

1. Виставити необхідну висоту похилої площини. Ввімкнути установку в мережу. Поставити досліджуване тіло біля осердя електромагніта. Ввімкнути електромагніт (при цьому тіло утримується у верхній частині похилої площини за допомогою електромагніта). При вимиканні живлення електромагніта тіло починає скочуватися вниз й одночасно включається секундомір. Секундомір вимикається автоматично при досягненні тілом кінця похилої площини.

Спочатку необхідно виконати кілька тренувальних пусків тіла – домогтися того, щоб тіло при скочуванні не торкалося бортиків похилої площини.

2. За завданням викладача для кожного з досліджуваних тіл (куля, циліндр та ін.) провести по 5-9 дослідів. Визначити час скочування кожного тіла.

3. Виміряти довжину похилої площини і її висоту.

4. Зважити досліджувані тіла і зробити необхідні виміри їх геометричних розмірів. Дані усіх вимірів занести в табл.2.3.1.

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (2.3.11) обчислити момент інерції досліджуваних тіл за результатами експерименту.

2. За формулами (1.45 – 1.52) для відповідних тіл обчислити теоретичне значення їх моментів інерції.

3. Порівняти результати теоретичних обчислень та зіставити їх із результатами експерименту. Зробити висновки.

4. Обчислити абсолютну і відносну похибки експерименту

Контрольні питання

1. Момент інерції твердого тіла. Кінетична енергія поступального та обертового рухів твердого тіла. Закон збереження енергії в механіці. Консервативні та дисипативні сили.

2. Обчислення моментів інерції деяких тіл (однорідний стержень, диск, диск із центральним отвором, обруч, куля). Теорема Штейнера.

3. Експериментальні методи визначення моментів інерції твердих тіл.

4. Вивести робочу формулу для визначення моменту інерції тіла при допомозі похилої площини.

5. Момент сили. Рівняння моментів. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу. Основне рівняння динаміки обертового руху.

Таблиця 2.3.1

Тіло	№ досл.	m, кг	h, м	S, м	t, с	I _{експ} , кг·м ²	R, м	g, м	I _{геом} , кг·м ²	ε, %
Куля	1									
	2									
	3									
	4									
	5									
	С. зн.									
Циліндр	1									
	2									
	3									
	4									
	5									
	С. зн.									
Циліндр з отвором	1									
	2									
	3									
	4									
	5									
	С. зн.									

Удалено: Тіло

Лабораторна робота 1.5
Визначення моменту інерції маятника Обербека

Мета роботи. Вивчення основного закону динаміки обертового руху шляхом визначення моментів інерції маятника Обербека.

Прилади і матеріали. 1. Маятник Обербека. 2. Набір тягарців. 2 Секундомір. 3 Лінійка

Теоретичні відомості

У даній роботі потрібно визначити момент інерції маятника Обербека. Прилад являє собою хрестовину (рис. 2.3.1), яка складається з чотирьох взаємно перпендикулярних стержнів. Уздовж стержнів можуть переміщатися важки однакової маси. На горизонтальній осі хрестовини знаходиться двоступінчастий диск, на який намотується нитка. Один кінець нитки прикріплений до диска, а до другого кінця нитки підвішується важок. Під дією важка нитка розмотується з диска і викликає обертовий рух хрестовини. Рух хрестовини наближено можна вважати рівномірно прискореним. Визначити момент інерції даної системи можна двома методами: експериментально і теоретично.

І метод. Запишемо основним рівняння динаміки обертового руху:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}. \quad (2.5.1)$$

Відповідно момент інерції маятника відносно осі обертання дорівнює

$$I = \frac{M}{\varepsilon}, \quad (2.5.2)$$

де M – момент сил відносно осі обертання, ε – кутове прискорення.

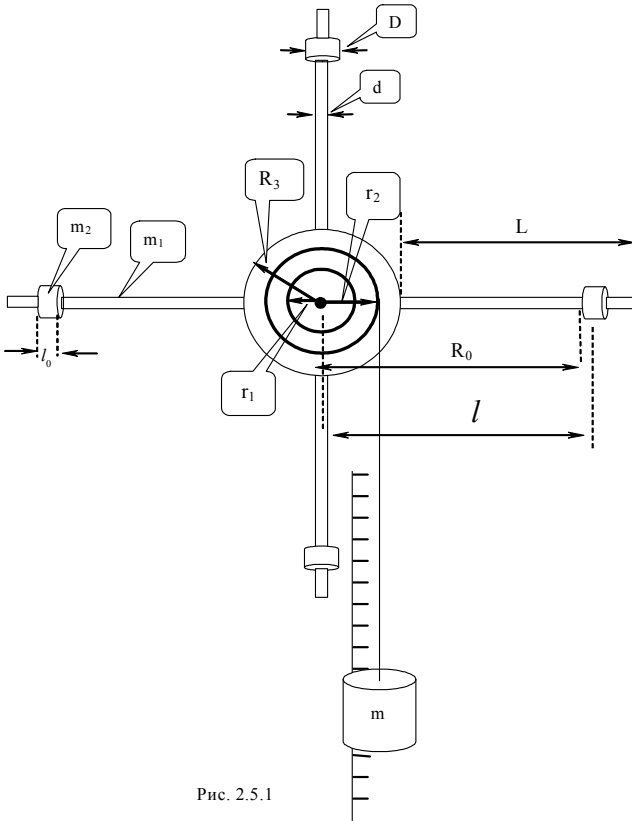


Рис. 2.5.1

Модуль моменту сили, що діє на шків, можна визначити, якщо відома сила, що діє на шків та радіус шківа. Цією силою є сила натягу нитки:

$$F = mg - ma, \quad (2.5.3)$$

де a – прискорення руху важку, g – прискорення вільного падіння.

Отже, модуль моменту сил, прикладених до маятника Обербека відносно осі обертання, дорівнює

$$M = Fr = m(g - a)r, \quad (2.5.4)$$

де m – маса важка, r – радіус шків.

Оскільки рух важка рівномірно прискорений, то

$$h = \frac{at^2}{2} = \frac{\varepsilon rt^2}{2}, \quad (2.5.5)$$

де h – висота падіння важка масою m , t – час падіння.

Отже, модуль кутового прискорення дорівнює

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \quad (2.5.6)$$

Підставивши у формулу (2.5.2) значення з формул (2.5.4) і (2.5.6), одержимо:

$$I_{\text{екс}} = \frac{mgt^2 r^2}{2h} - mr^2. \quad (2.5.7)$$

II метод. Уявно розіб'ємо маятник на систему обертових тіл: чотирьох стержнів довжиною L і масою m_1 , чотирьох циліндричних тіл масою m_2 і довжиною l_0 , та диска масою m_3 та радіусом R_3 . Вісь обертання системи проходить через центр диска. Момент інерції маятника дорівнює сумі моментів інерції тіл, що утворюють маятник.

Момент інерції стержня довжиною L відносно осі, що проходить через його центр, дорівнює $I_c = m_1 L^2 / 12$, а його момент інерції відносно осі обертання

$$I_o = I_c + m_1 \left(\frac{L}{2} + R_3 \right)^2 = \frac{m_1 L^2}{12} + m_1 \left(\frac{L}{2} + R_3 \right)^2, \quad (2.5.8)$$

де m_1 – маса одного стержня, $\frac{L}{2} + R_3$ – відстань між віссю обертання та центром мас стержня..

Код поля изменен

Удалено: m

Удалено: m_1

Момент інерції чотирьох таких стержнів:

$$I_1 = \frac{m_1 L^2}{3} + 4m_1 \left(\frac{L}{2} + R_3 \right)^2 \quad (2.5.9)$$

де m_1 – маса стержня, що може бути обчислена за формулою:

$$m_1 = \rho V = \rho \frac{\pi d^2}{4} L, \quad \rho - \text{густина матеріалу стержня, } d - \text{його діаметр.}$$

Розміри малих циліндричних тіл (важків), закріплених на стержнях, малі порівняно з відстанню l від осі обертання до центрів мас цих тіл, тому їх можна розглядати як матеріальні точки, сумарний момент інерції яких

$$I_2 = 4m_2 l^2. \quad (2.5.10)$$

де $l = R_0 + \frac{l_0}{2}$ – відстань від осі обертання до центрів мас циліндричних тіл (важків), $m_2 = \frac{\pi(D^2 - d^2)\rho l_0}{4}$ – його маса, D – діаметр, d – діаметр його отвору (стержня, на якому насаджено важок).

Момент інерції диска, на якому закріплені стержні (моментами інерції шківів диска нехтуємо):

$$I_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}, \quad (2.5.11)$$

де m_3 – маса диска, R_3 – радіус диска.

Теоретичне значення моменту інерції всього маятника (моментами інерції шківів нехтуємо, оскільки їх маса досить мала) дорівнює:

$$I_{TEOP} = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{m_1 L^2}{3} + 4 \left[m_1 \left(\frac{L}{2} + R_3 \right)^2 + m_2 l^2 \right] + \frac{m_3 R_3^2}{2}. \quad (2.5.12)$$

Порядок виконання роботи

1. Розмістити важки m_2 на однакових відстанях від осі обертання, внаслідок чого маятник повинен бути збалансованим.
2. Штангенциркулем виміряти радіуси двоступінчатого шківів r_1 і r_2 .
3. Намотати нитку на шків з радіусом r_1 . Підвісити на гачок нитки важок масою m .
4. Установити нижній край важка точно з фіксованою міткою на лінійці установки.
5. Одночасно відпустити важок і запустити секундомір.
6. Визначити час, за який важок опуститься до нижньої мітки.
7. Визначити відстань h між мітками.
8. Експеримент провести по 3-5 разів для однакового положення важків m_2 для радіуса шківів r_1 , при різних масах важків m на нитці, а потім повторити те ж для радіуса шківів r_2 . Результати всіх вимірів занести в таблицю 2.5.1.
9. Для обчислення теоретичного значення моменту інерції маятника Обербека необхідно виміряти довжину стержня хрестовини L , його діаметр d , визначити масу кожного з чотирьох важків m_2 , які знаходяться на хрестовині, і їх довжину l_0 .
10. Виміряти відстань R_0 від кожного важка до осі обертання. Дані вимірів записати в таблицю 2.5.2.

Удалено: m_1

Отформатовано:
украинский

Удалено: діаметр стержня
хрестовини d і

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. За формулою (2.5.7) обчислити момент інерції маятника Обербека для різних радіусів двоступінчастого диска і маси важків m , знайти середнє його значення
2. Обчислити абсолютну і відносну похибки експерименту.
3. За формулою (2.5.12) обчислити теоретичний момент інерції маятника.
4. Порівняти результати, отримані з експерименту і теоретичним шляхом, зробити відповідні висновки.

Контрольні питання

1. Основне рівняння динаміки для обертального руху твердого тіла. Момент інерції, момент сили, момент імпульсу. Обчислення моментів інерції тіл. Теорема Штейнера.

2. Кінетична енергія обертового твердого тіла .

3. Закони збереження імпульсу, моменту імпульсу й енергії.

4. Вкажіть основні джерела похибок при експериментальному і теоретичному визначенні моменту інерції маятника Обербека. Спробуйте оцінити їх величину. Оцініть вплив кожного доданка розрахункової формули (2.5.12) на точність розрахунків.

Таблиця. 2.5.1

№ п/п	$m,$ кг	$h,$ м	$I_{теор},$ кг·м ²	$r_1=$			$r_2=$		
				t, c	$I_{1експ},$ кг·м ²	$\Delta I,$ кг·м ²	t, c	$I_{2експ},$ кг·м ²	$\Delta I,$ кг·м ²
1									
2									
3									
С. зн.									

Таблиця 2.5.2

№	L	d	D	m_1	l_0	R_0	m_2	R_3
1								
2								

3								
С. 3н.								

Лабораторна робота 1.7

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного та фізичного маятників

Мета роботи. Освоїти методи визначення прискорення вільного падіння за допомогою фізичного та математичного маятників.

Прилади і матеріали. 1. Оборотний фізичний маятник. 2. Математичний маятник. 3. Лінійка. 4. Секундомір.

Теоретичні відомості

Фізичний маятник. Фізичним маятником називають тверде тіло, яке може здійснювати коливання навколо нерухомої точки O , яка не збігається з його центром мас C (рис. 2.7.1). При відхиленні маятника від положення рівноваги на кут β під дією складової сили земного тяжіння $F_{\perp} = mg \sin \beta$ виникає обертальний момент

$M = F_{\perp} \ell = mg \ell \sin \beta$. Він намагається повернути маятник у положення рівноваги. Запишемо рівняння руху маятника, виходячи з основного рівняння динаміки обертального руху (вважаємо, що сили тертя відсутні):

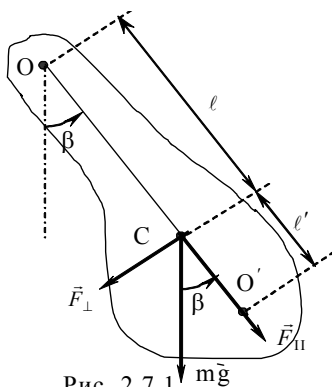


Рис. 2.7.1

$$I \frac{d^2\beta}{dt^2} = -mg\ell \sin\beta, \quad (2.7.11)$$

де I – момент інерції тіла відносно горизонтальної осі, що проходить через точку підвісу O . Знак мінус в лівій частині (2.7.11) вказує на те, що момент сили $M = mgl \sin\beta$ прагне повернути маятник у положення рівноваги, а кут відхилення відраховується у протилежному напрямі. У цій системі координат сила тяжіння відіграє роль квазіпружної сили. Оскільки на маятник не діють інші сили, крім квазіпружної, то його коливання можна вважати вільними або власними.

Поділимо рівняння (2.7.11) на I та візьмемо до уваги, що для малих кутів відхилення $\beta \approx 0.01 \div 0.015$ рад. ($\beta \approx 5 \div 7^\circ$) від положення рівноваги $\sin\beta \approx \beta$, одержимо:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{mg\ell}{I}\beta = 0 \quad (2.7.12)$$

Перевіримо розмірність множника, який знаходиться перед β у рівнянні (3.2):

$$\left[\frac{mg\ell}{I} \right] = \frac{\kappa\mathcal{Z} \frac{M}{c^2} \cdot M}{\kappa\mathcal{Z} \cdot M^2} = c^{-2} = \Gamma\mathcal{U}^2,$$

і отримаємо, що розмірність цього виразу дорівнює розмірності квадрату частоти.

Оскільки $m > 0$, $g > 0$, $\ell > 0$, $I > 0$, то і $\frac{mg\ell}{I} > 0$.

Очевидно, що можна ввести таке позначення:

$$\omega_0^2 = \frac{mg\ell}{I} \quad (2.7.13)$$

Із рівнянь (2.7.12, 2.7.13) маємо:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + \omega_0^2\beta = 0. \quad (2.7.14)$$

Ми одержали диференційне рівняння вільних коливань фізичного маятника. Його розв'язком буде гармонічна функція

$$\beta = \beta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.7.15)$$

де β_0 – амплітудне значення кута відхилення, t – час, φ_0 – початкова фаза коливань.

У рівнянні (2.7.15) величина ω_0 повинна бути кратна 2π , тому що період функції $\cos x$ дорівнює 2π . Таким чином ω_0 – циклічна частота власних коливань фізичного маятника.

$$\omega_0 = 2\pi\nu \quad (2.7.16)$$

Із рівняння (2.7.13) випливає

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{I}}. \quad (2.7.17)$$

Відповідно, власна частота та період коливань дорівнюють

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mg\ell}{I}}, \quad (2.7.18)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg\ell}}. \quad (2.7.19)$$

Математичний маятник. *Математичним маятником* називають матеріальну точку, підвішену на невагомій і нерозтяжній нитці, що коливається у вертикальній площині під дією сили тяжіння (рис.2.7.2). До математичного маятника за своїми фізичними властивостями найбільше подібна система, що складається з нерозтяжної легкої нитки довжиною l , до одного кінця якої підвішена невеличка металева кулька радіусом R ($l \gg R$), а другий закріплений у нерухомому

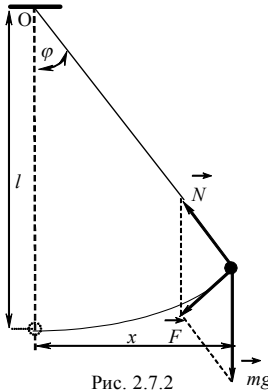


Рис. 2.7.2 58

шарнірі. Можна вважати, що центр маси такої системи збігається з центром мас кульки. Очевидно, що математичний маятник є частинним випадком фізичного.

Момент інерції маятника відносно точки підвісу O рівний

$$I = ml^2. \quad (2.7.20)$$

Для математичного маятника при $\ell = l$ із рівнянь (2.7.19) та (2.7.20) маємо:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (2.7.21)$$

З рівняння (2.7.21) випливає, що період коливань математичного маятника не залежить від амплітуди коливань (для малих відхилень) і маси маятника, а визначається лише довжиною маятника l та прискоренням вільного падіння g .

Якщо визначити періоди коливань T_1, T_2 для двох математичних маятників з різними довжинами l_1 та l_2 , то згідно з рівнянням (2.7.11) маємо

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad (2.7.12)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}. \quad (2.7.13)$$

Із рівнянь (2.7.12, 2.7.13) випливає

$$g = \frac{4\pi^2(l_1 - l_2)}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{4\pi^2\Delta h}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (2.7.14)$$

Для математичного (довжиною підвісу L) та фізичного маятників, періоди коливань яких однакові, з рівнянь (2.7.9, 2.7.11) маємо

$$L = \frac{I}{m\ell}. \quad (2.7.15)$$

За теоремою Штейнера

Код поля изменен

Удалено: $g = \frac{4\pi^2(l_1 - l_2)}{T_1^2 - T_2^2}$

$$I = I_C + m\ell^2, \quad (2.7.16)$$

де I_C – момент інерції маятника відносно осі, що проходить через його центр мас і паралельна до осі, яка проходить через точку підвісу.

Із рівнянь (2.7.15, 2.7.16) маємо

$$L = \ell + \frac{I_C}{m\ell}. \quad (2.7.17)$$

Величину L називають зведеною довжиною фізичного маятника. Легко показати, що зведена довжина фізичного маятника більша ніж відстань від центру мас маятника C до точки його підвісу O : $L > \ell$.

Точку O' (рис. 2.7.3), яка знаходиться на лінії OC на відстані L від точки підвісу, називають центром коливань фізичного маятника, або спрощено точкою коливань. Перевернемо маятник на 180° , так, щоб точка його підвісу проходила через точку O' , та знайдемо його зведену величину L' :

$$\begin{aligned} L' &= \ell' + \frac{I_C}{m\ell'} = L - \ell + \frac{I_C}{m(L - \ell)} = \\ &= \ell + \frac{I_C}{m\ell} + \frac{I_C}{m\left(\ell + \frac{I_C}{m\ell} - \ell\right)} = \ell + \frac{I_C}{m\ell} = L \end{aligned}$$

Отже зведена довжина маятника залишилася без змін, тому також не зміниться і період коливань маятника $T' = T$.

Точка підвісу O фізичного маятника і його центр коливань O' є взаємними або спряженими. Ця властивість використовується в оборотних маятниках, які застосовуються для визначення прискорення вільного падіння.

Підставимо в рівняння (2.7.9) значення моменту інерції маятника згідно з рівнянням (2.7.11)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + m\ell^2}{mg\ell}}. \quad (2.7.18)$$

Якщо маятник оборотний, то

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + m(\ell')^2}{mg\ell'}}. \quad (2.7.19)$$

Із рівнянь (2.7.19, 2.7.20) після нескладних перетворень маємо кінцеву формулу для розрахунку прискорення вільного падіння:

$$g = \frac{4\pi^2(\ell + \ell')}{T^2} = \frac{4\pi^2 L}{T^2}, \quad (2.7.20)$$

де L – приведена довжина маятника, яка дорівнює відстані між точками підвісу оборотного маятника.

Порядок виконання роботи та обробка результатів експерименту

Завдання 1

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника.

1. Записати координату h_1 положення нижньої частини кульки маятника (рис. 2.7.4) в таблицю 2.7.1.

2. Відвести математичний маятник від положення рівноваги на кут $5-10^\circ$. Визначити час t_1 повних $n_1 = 20-30$ коливань маятника. Обчислити період коливань T_1 . Результати занести у таблицю 2.7.1.

3. Підняти кульку маятника вгору (намотуючи нитку підвісу маятника на барабан) на 50-70 см або опустити її вниз. Визна-

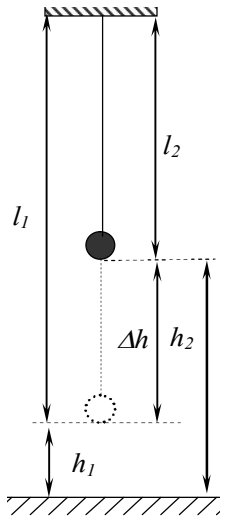


Рис.2.7.4

чити положення h_2 нижньої частини кульки. Визначити час t_2 повних $n_2= 20-30$ коливань маятника. Обчислити період коливань T_2 . Результати занести в таблицю 2.7.1.

4. За формулою (2.7.14) визначити прискорення вільного падіння.

5. Дослід повторити 5-7 разів. Визначити середнє значення прискорення вільного падіння та оцінити його похибку.

Завдання 2

Визначення прискорення вільного падіння методом оборотного маятника.

1. Поставити оборотній маятник опорною призмою N_1 на опору (рис. 2.7.3). Відвести маятник від положення рівноваги на кут $\beta \approx 5 \div 7^\circ$ та відпустити його. Визначити час t_1 повних $n_1= 20-30$ коливань маятника. Обчислити період коливань T_1 відносно точки підвісу O .

2. Перевернути маятник на 180° . Визначити час t_2 повних

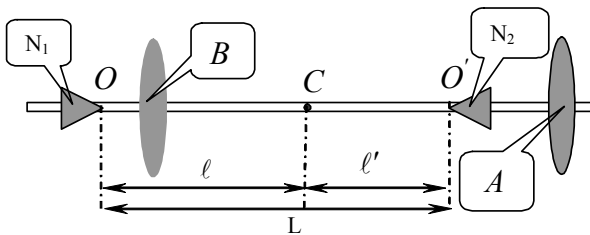


Рис. 2.7.3

$n_2= 20-30$ коливань маятника. Обчислити період коливань T_2 відносно точки підвісу O' .

3. Якщо різниця періодів коливань $|T_1 - T_2| > 0.05 \text{ с}$, то переміщуючи диск B маятника по його осі вгору або вниз, не змінюючи положення диска A та опорних призм N_1, N_2 , домогтися її зменшення до $0,05 \text{ с}$.

4. Якщо періоди коливань співпадають з точністю до $0,01-0,05 \text{ с}$, тобто $|T_1 - T_2| < 0.05 \text{ с}$, то провести 3-5 дослідів для визначення періодів коливань маятника відносно опорних призм N_1, N_2 , відстань L між опорними призмами. Результати дослідів внести у таблицю 2.7.2. За формулою (2.7.20) обчислити прискорення вільного падіння та оцінити його похибку.

5. Порівняти результати завдань 1 і 2 та провести їх аналіз.

Контрольні питання

1. Гармонічні коливання. Вільні коливання. Основні характеристики вільних коливань. Диференціальне рівняння вільних коливань. Пружинний, крутильний, фізичний та математичний маятники.

2. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного та фізичного маятників. Залежність прискорення вільного падіння від широти місцевості та висоти над поверхнею Землі.

3. Енергія коливальної системи.

Таблиця 2.7.1

№	$h_1, \text{ м}$	n_1	$t_1, \text{ с}$	$T_1, \text{ с}$	$h_2, \text{ м}$	n_2	$t_2, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$\Delta h, \text{ м}$	$g, \text{ м/с}^2$	$\varepsilon, \%$

Таблиця 2.7.2

№	$L, \text{ м}$	n_1	$t_1, \text{ с}$	$T_1, \text{ с}$	n_2	$t_2, \text{ с}$	$T_2, \text{ с}$	$g, \text{ м/с}^2$	$\varepsilon, \%$

3. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

Лабораторна робота № 2-1

Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя та середньої довжини вільного пробігу молекул повітря

Мета роботи: визначити коефіцієнт внутрішнього тертя і середню довжину вільного пробігу молекул повітря.

Прилади і матеріали: посудина з капіляром і кранами в верхній та нижній частинах, мензурка, секундомір, термометр, барометр.

Теоретичні відомості

Для визначення коефіцієнта внутрішнього тертя η можна скористатись методом витікання газу через капілярну трубку. Об'єм в'язкої рідини чи газу, що протікає через тонку циліндричну трубку (капіляр) довжиною L , радіусом r за час τ , визначається за формулою Пуазейля:

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 \eta L} \quad (3.1.1)$$

де Δp — різниця тисків на кінцях капіляра. З цього рівняння визначимо коефіцієнт внутрішнього тертя:

$$\eta = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 V L}, \quad (3.2.2)$$

Кінетична теорія явищ переносу в газах газів (табл. 3.1) встановлює зв'язок між коефіцієнтом внутрішнього тертя ідеального газу η , середньою довжиною вільного пробігу його молекул λ і середньою арифметичною швидкістю u їх руху:

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \rho u, \quad (3.1.3)$$

де ρ — густина газу.

Густину газу визначимо із рівняння стану ідеального газу

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu P}{RT}, \quad (3.1.4)$$

де P — тиск газу; R — молярна газова стала; T — абсолютна температура; μ — молярна маса газу.

За молекулярно-кінетичною теорією газів середня арифметична швидкість молекул газу складає:

$$u = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \quad (3.1.5)$$

Таблиця 2.1

Явища переносу в ідеальних газах.

(де D, η, λ - відповідно коефіцієнти дифузії, динамічної в'язкості та теплопровідності, ΔS - площа шарів, Δt проміжок часу, Δm - перенесена маса, j_m - густина потоку маси, ΔP - перенесений імпульс, F - сила в'язкого тертя між шарами, ΔQ - перенесена кількість теплоти, q - питома теплота, j_Q - густина теплового потоку, ρ - густина газу, V - швидкість руху шарів газу, T - температура, \bar{v} - середня арифметична швидкість руху молекул газу, $\bar{\ell}$ - середня довжина вільного пробігу молекул газу, c_v - питома теплоємність при постійному об'ємі)

Явище (закон)	Величина, що переноситься	Рівняння	Формула коефіцієнта та його розмірність	Зв'язок між коефіцієнтами
Дифузія (закон Фіка)	Маса	$\Delta m = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S \Delta t$ $j_m = -D \text{grad} \rho$	$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\ell}$, $\left[\frac{M^2}{c} \right]$	
В'язкість (закон Ньютона для в'язкого тертя)	Імпульс	$\Delta P = -\eta \frac{dv}{dx} \Delta S \Delta t$ $F = -\eta \frac{dv}{dx} \Delta S$	$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\ell}$, $[Pa \cdot c]$	$\eta = \rho D$
Теплопровідність (закон Фур'є)	Теплова енергія	$\Delta Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t$ $q = -\lambda \frac{dT}{dx} \Delta S$ $j_Q = -\lambda \text{grad} T$	$\lambda = \frac{\rho \bar{v} \bar{\ell} c_v}{3}$, $\left[\frac{Вт}{м К} \right]$	$\lambda = \rho c_v D$ $\lambda = c_v \eta$

Із рівнянь (3.1.2 – 31..5) після нескладних перетворень одер-

жимо формулу для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул повітря:

$$\bar{\lambda} = 1,86 \frac{\eta}{p} \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \quad (3.1.6)$$

Лабораторна установка (рис.3.1): Герметична посудина має шкалу, кран K_1 для заповнення її водою і кран K_2 для витікання води. Крізь корок посудини проходить капіляр L , радіус і довжина якого задані. Капіляр не повинен торкатися поверхні води.

При закритих кранах тиск повітря над рідиною в посудині дорівнює атмосферному, так як посудина з'єднана з атмосферою через капіляр. Якщо при закритому крані K_1 відкрити кран K_2 , то внаслідок витікання води тиск в посудині стане зменшуватись і всередину через капіляр стане просочуватися повітря. Внаслідок в'язкого тертя, повітря буде повільноходити крізь капіляр в посудину і тиск в посудині стане менше атмосферного. Через певний час процес набуде усталеного режиму, при цьому сума тисків газу і рідини всередині посудини на рівні отвору з крану K_2 стане рівною атмосферному тиску:

$$P_1 + \rho_1 g h_1 = P_{атм}$$

де P_1 – тиск газу в посудині; ρ_1 – густина рідини; g – прискорення вільного падіння; h_1 – висота стовпчика рідини у даний момент.

Об'єм повітря, що поступить в посудину через капіляр через буде дорівнювати об'єму води, витекла через кран K_2 з посудини в мензурку.

При цьому на кінцях капіляра встановиться різниця тисків

$$\Delta p = p_{атм} - p_1 = \rho_1 g h_1,$$

яка обумовлює протікання повітря через капіляр в посудину. Ця різниця з часом зменшуватиметься із зниженням висоти

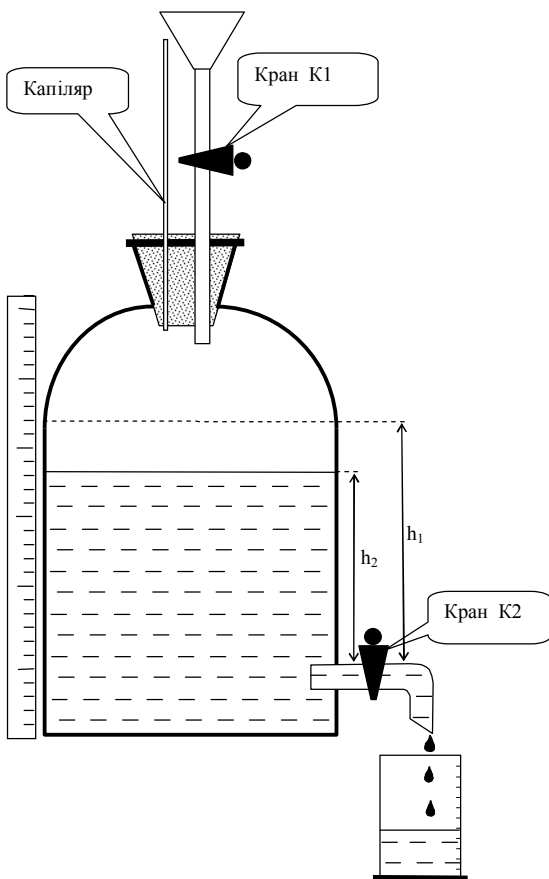


Рис. 3.1
стовчика рідини. Але тому що площа перерізу посудини велика, а

об'єм рідини, що витікає, порівняно малий, то зміна висоти стовпчика рідини і різниці тисків будуть незначними. Тому в формулі (3.1.2) за різницею тисків на кінцях капіляра можна взяти середнє значення гідростатичного тиску на початку і в кінці досліду, тобто:

$$\Delta p = \frac{h_1 + h_2}{2} \rho_1 g \quad (3.1.7)$$

Порядок виконання роботи

1. Перед початком досліду посудина повинна бути не менше ніж наполовину заповнена водою. В разі необхідності воду залити через кран K_1 , який після цього потрібно обов'язково закрити.
2. Відкрити кран K_2 , щоб вода витікала в допоміжну склянку.
3. Коли через 5-10 секунд вода почне витікати окремими краплинами (процес приходить у усталений режим), забрати допоміжну склянку і підставити мензурку, одночасно вмикаючи секундомір і відмічаючи висоту рівня води h_1 .
4. Коли в мензурці збереться 50–100 см³ води, зупинити секундомір, закрити кран K_2 і відмітити новий рівень води в посудині h_2 .
5. Виміряти кімнатну температуру T і атмосферний тиск $P_{\text{атм}}$.
6. Всі дані вимірювань, а також значення радіуса капіляра r та його довжину L занести в таблицю 1.1.
7. Дослід провести 7-10 разів, результати вимірювань занести в таблицю 1.1.

Обробка результатів експерименту

1. За формулою (3.1.7) розрахувати значення надлишковий тиск Δp .
2. За формулою (3.1.2) визначити коефіцієнт внутрішнього тертя повітря η .
3. За формулою (3.1.6) обчислити середню довжину вільного пробігу молекул повітря $\bar{\lambda}$.
4. Оцінити абсолютну та відносну похибки експерименту. Зробити висновки.

Таблиця 3.1

Результати експерименту та їх обробки

№ п/п	$P_{\text{атм}} = \quad \text{Н/м}^2$					$T = \quad \text{К}$					
	$r = \quad \text{м}$					$L = \quad \text{м}$					
	$\Delta r = \quad \text{м}$					$\Delta L = \quad \text{м}$					
	$h_1,$ м	$h_2,$ м	$\Delta P,$ Па	$V,$ м^3	$\tau,$ с	$\eta,$ Па·с	$\Delta\eta,$ Па·с	$\varepsilon_{\eta},$ %	$\lambda,$ м	$\Delta\lambda,$ м	$\varepsilon_{\lambda},$ %
1								–			–
2								–			–
3								–			–
4								–			–
5								–			–
6								–			–
7								–			–
8								–			–
9								–			–
10								–			–
С. зн.	–	–	–	–	–						

Контрольні питання

1. Середня довжина вільного пробігу молекул та число зіткнень в одиницю часу.
2. Явища переносу в газах: теплопровідність, в'язкість, дифузія.

Закони Фіка, Фур'є та Ньютона для в'язкого тертя для явищ переносу. Фізична суть коефіцієнтів переносу та їх одиниці вимірювання.

3. Зв'язки між коефіцієнтами дифузії, в'язкості і теплопровідності.

4. Формула Пуазейля.

5. Поняття градієнта.

6. Тиск під стовпом рідини.

Лабораторна робота 2-2

Визначення коефіцієнта в'язкості рідини методом Стокса.

Мета роботи: визначити коефіцієнт в'язкості рідини при кімнатній температурі.

Прилади і матеріали: прилад Стокса, терези (електронна

вага), поліпропіленові кульки, мікрометр, лінійка, секундомір, термометр, пінцет.

Теоретична частина

Розглянемо шар в'язкої рідини або газу (рис.3.2.1), який знаходиться між двома паралельними поверхнями А і В твердих тіл, що рухаються вертикально відносно нерухомої системи координат XOY швидкостями V_1, V_2 . У шарі рідини (газу) устанавлюється такий стан руху, у якому шари цієї рідини (газу), що прилягають до поверхонь твердих тіл, мають однакові з ними швидкості, а проміжні шари скочзають один по одному із швидкостями, що рівномірно зростають від швидкості V_1 до швидкості V_2 (рис.3.2.1).

В'язкість, або внутрішнє тертя рідини (газу), проявляється у дії сили, що перешкоджає відносному руху пластинок. Між шарами рідини (газу) відбувається перехід молекул із одного шару в інший. Молекули переносять з собою за час $\Delta\tau$ імпульс ΔP , тому один шар прискорюється, а інший сповільнюється. Процес описується законом Ньютона для в'язкого тертя:

$$\Delta P = -\eta \cdot grad(V) \cdot \Delta S \cdot \Delta\tau \quad (2.1)$$

де ΔS – площа поверхні зіткнення шарів, η коефіцієнт внутрішнього тертя (коефіцієнт динамічної в'язкості), $grad(V)$ – градієнт швидкості.

Градієнт швидкості – це вектор, який показує напрямок найшвидшого зростання швидкості. Він обчислюється за співвідношенням.

$$grad(V) = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}. \quad (3.2.2)$$

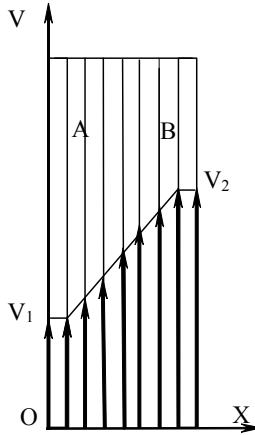


Рис. 3.2.1.

Знак мінус у рівнянні (1) вказує на те, що імпульс переноситься проти градієнта швидкості.

Для одновимірного випадку $grad(V) = \frac{dV}{dx} \vec{i}$, а його модуль

$$|grad(V)| = \frac{dV}{dx}. \quad (3.2.3)$$

Тому для одновимірного випадку закон Ньютона для в'язкого тертя можна подати у вигляді:

$$\Delta P = -\eta \frac{dV}{dx} \Delta S \cdot \Delta \tau. \quad (3.2.4)$$

Оскільки $F = \frac{\Delta P}{\Delta \tau}$, то модуль сили внутрішнього тертя може бути обчислена за формулою:

$$F_T = \eta \frac{dV}{dx} \Delta S. \quad (3.2.5)$$

Сила в'язкого тертя направлена проти руху тіла.

Коефіцієнт внутрішнього тертя чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, що виникає між двома сусідніми шарами, що мають поверхню зіткнення $S = 1 \text{ м}^2$ і рухаються один відносно одного так,

що градієнт швидкості $\frac{dV}{dx} = 1 \frac{\text{м/с}}{\text{м}}$.

Встановимо розмірність коефіцієнта в'язкості в системі СІ. Із

(3.2.5) для скінченної зміни ΔV , Δx маємо $\eta = \frac{\Delta P \cdot \Delta x}{\Delta V \cdot \Delta S \cdot \Delta \tau}$, або

$$[\eta]_{CI} = \frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} = \text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Часто в'язкість у системі СІ записують у $Pa \cdot c$, після нескладних перетворень над попереднім виразом маємо

$$[\eta]_{CI} = \frac{\frac{\kappa\zeta \cdot M}{c} \cdot M}{\frac{M}{M} \cdot M^2 \cdot c} = \kappa\zeta \cdot M^{-1} \cdot c^{-1} = \frac{\kappa\zeta}{M \cdot c} \cdot \frac{M \cdot c}{M \cdot c} = \frac{\kappa\zeta \cdot M}{c^2} \cdot \frac{1}{M^2} \cdot c = \frac{H}{M^2} \cdot c = Pa \cdot c$$

Коефіцієнт внутрішнього тертя залежить від температури, зменшуючись з її ростом.

Явище внутрішнього тертя має велике практичне значення. Наприклад, змащення мастилами третьових поверхонь у механізмах дозволяє замінити зовнішнє тертя (сухе) значно меншим внутрішнім тертям мастил. Зниження тертя значно продовжує час їх експлуатації.

Основними методами визначення коефіцієнтів внутрішнього тертя є: 1) метод Стокса; 2) метод каплярних трубок; 3) метод загасаючих коливань, спричинених кулею чи диском, підвішеним на пружній нитці, у досліджуваному в'язкому середовищі; 4) метод двох обертових коаксіальних циліндрів, установлених таким чином, якщо зовнішній циліндр приводиться в обертання, то внутрішній циліндр, підвішений на пружній нитці, повертається під дією сили внутрішнього тертя на деякий кут, за яким визначається коефіцієнт в'язкості.

У даній роботі для визначення коефіцієнта в'язкості рідини застосовується метод Стокса

Метод Стокса це абсолютний метод. За методом Стокса при визначенні коефіцієнта внутрішнього тертя опускають дуже маленьку тверду кульку, радіусом r , у досліджувану в'язку рідину. Шар рідини, що безпосередньо дотикається поверхні кульки прилипає до неї і далі рухається разом з нею. Рідина чинить опір руху кульку. Сила опору виникає внаслідок тертя між шарами рідини, що прилягають до прилиплої до поверхні кульки шару, тобто опір середовища визначається внутрішнім тертям рідини.

На кульку, що опускається у рідині діє три сили (рис.3.2.2): сила земного тяжіння, сила Архімеда, сила в'язкого тертя.

Сила земного тяжіння

$$P = m_k g = \rho_k V_k g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rho_k \cdot g, \quad (3.2.6)$$

де m_k – маса кульки, $V_k = \frac{4}{3}\pi r^3$ –

об'єм кульки, ρ_k – густина матеріалу кульки, r – радіус кульки, g – прискорення вільного падіння.

Сила Архімеда (рівна вазі рідини витісненою кулькою і направлена до поверхні рідини)

$$F_A = m_p g = \rho_p V_k g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g \quad (3.2.7)$$

де m_p – маса рідини витіснена кулькою, ρ_p – густина рідини.

Сила в'язкого тертя залежить від в'язкості рідини, форми тіла та його геометричних розмірів. Силу в'язкого тертя для кульки, яка рухається у в'язкому середовищі, визначають за формулою Стокса і називають силою Стокса.

$$F_C = 6\pi\eta rV, \quad (3.2.8)$$

де η – коефіцієнт в'язкого тертя рідини, V – швидкість руху кульки відносно рідини.

Складемо на основі другого закону Ньютона рівняння руху кульки у векторній формі.

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_C = m\vec{a}, \quad (3.2.9)$$

де $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ – вектор прискорення кульки

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_C. \quad (3.2.10)$$

Спроєкуємо отримане рівняння на вісь OX , її направимо

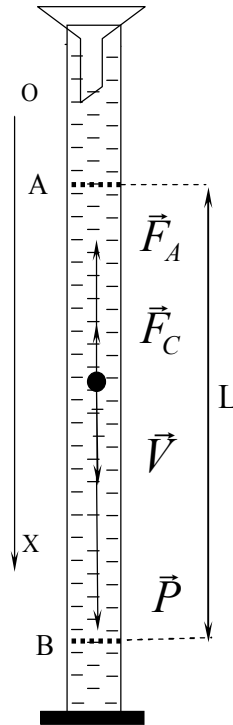


Рис. 3.2.2

вздовж руху кульки (рис.3.2.2), отримаємо

$$m \frac{dV}{dt} = P - F_A - F_C. \quad (3.2.11)$$

Беручи до уваги рівняння (3.2.6, 3.2.7, 3.2.8) із (3.2.11) маємо

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k \frac{dV}{dt} + 6\pi\eta r V = \frac{4}{3} \pi r^3 g(\rho_k - \rho_p). \quad (3.2.12)$$

Ми отримали диференціальне рівняння, яке описує рух кульки в'язкому середовищі. Після нескладних перетворень рівняння (3.2.12) можна привести до вигляду.

$$\frac{dV}{dt} + \frac{9}{2} \cdot \frac{\eta}{\rho_k \cdot r^2} V = \frac{(\rho_k - \rho_p)g}{\rho_k} \quad (3.2.13)$$

Розв'язок диференціального рівняння (2.13) задовольняє функція

$$V = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_p)}{9\eta} \left(1 - e^{-\frac{9\eta}{2\rho_k r^2} t} \right) \quad (3.2.14)$$

Проаналізуємо рівняння (3.2.14), очевидно що з часом вели-

чина $e^{-\frac{9\eta}{2\rho_k r^2} t}$ досить швидко зменшується і через досить малий проміжок часу τ швидкість руху кульки в рідині набуває постійної швидкості V_0 (рис. 3.2.3). Це означає, що наступила рівновага всіх

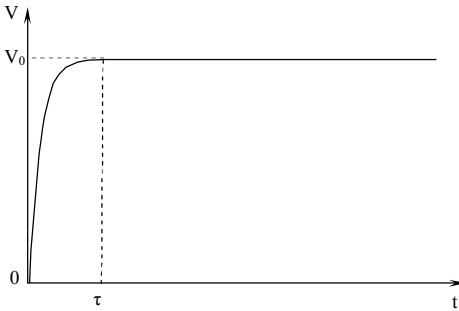


Рис. 3.2.3.

сил, що діють на кульку і її подальший рух стає рівномірним.

$$V_0 = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_p)}{9\eta} \quad (3.2.15)$$

Простіше рівняння (3.2.15) можна отримати із виразу (3.2.12). Приймаючи (без доведення), що кулька у рідині через деякий час τ буде рухатися з постійною швидкістю $V = V_0$, тобто її прискорення $\frac{dV}{dt} = 0$. За цих умов рівняння руху кульки (3.2.12) набуває

$$\text{вигляду } 6\pi\eta r V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_k - \rho_p), \text{ розв'язавши яке отримаємо} \quad (3.2.15).$$

Коефіцієнт внутрішнього тертя за допомогою описаного методу можна визначити на віскозиметрі Стокса. Він являє собою скляний циліндр, заповнений досліджуваною рідиною (рис. 3.2.2). У центрі циліндра зверху поміщена лійка B , через яку кульки попадають у центральну частину циліндра з рідиною. На бічній поверхні циліндра знаходяться дві позначки N і M , відстань між якими l . Падаючи кулька спочатку рухається прискорено, а далі рівномірно. Позначка N ставиться в тім місці, де рух кульки стає рівномірним. Вимірюючи секундоміром час руху кульки від позначки N до позначки M і відстань між ними, обчислюють швидкість падіння кульки V_0 . Кульки, що упали на дно циліндра, збираються на сітці і можуть бути з нею витягнуті з циліндра.

Розв'язавши рівняння (3.2.15) відносно коефіцієнта внутрішнього тертя, врахувавши що $V_0 = \frac{L}{t}$ (де t – час за який кулька проходить відстань між мітками) одержуємо наступну формулу для його розрахунку

$$\eta = \frac{2(\rho_K - \rho_F)r^2gt}{9L}. \quad (3.2.16)$$

Формула (3.2.16) справедлива, для випадку якщо кулька рухається в посудині нескінченних розмірів заповненій рідиною. Для посудин скінчених розмірів вносяться поправки на вплив близькості стінок і дна посудини. З внесенням зазначених поправок розрахункова формула (3.2.16) для визначення коефіцієнта в'язкості рідини методом Стокса приймає наступний вид:

$$\eta = \frac{2(\rho_K - \rho_F)r^2gt}{9l \cdot \left(1 + 2.4 \frac{r}{R}\right) \cdot \left(1 + 1.33 \frac{r}{H}\right)}, \quad (3.2.17)$$

де R – радіус циліндра, H – висота стовпа рідини в циліндрі.

Порядок виконання роботи та обробка результатів експерименту

1. Відібрати 25-30 полістиролових кульок однакового кольору та пронумерувати їх (помістити в комірку планшета під відповідними номерами). Мікрометром виміряти діаметр кожної пронумерованої кульки. Після визначення діаметра кульки, результати записують у таблицю зберігаючи нумерацію (номер кульки у планшеті та номер запису її діаметра у таблиці повинен співпадати).

2. Проаналізувати таблицю результатів вимірювань. У таблиці знаходимо 2-4 кульки з найменшим діаметром і 2-4 з найбільшим, ставимо у рядках де записано їх розміри прочерки, а кульки під цими номерами забираємо з планшета (їх в подальшому не використовуємо в експерименті).

3. Знайти значення середнього радіусу для кульок. При цьому забраковані кульки не враховуємо.

4. Визначити загальну масу кульок, що залишилися у планшеті (зважити разом всі кульки на точних терезах або електронній вазі). Значення маси записати у таблицю.

5. Знайти середню густину матеріалу кульок $\rho_k = \frac{3 \cdot m}{4N\pi \cdot r^3}$,

де m – маса всіх кульок, N – кількість кульок, r – середній радіус кульки.

Густину води при даній температурі взяти із таблиць (при $t = 20^0 C$, $\rho_p = 1000 \frac{kg}{m^3}$)

6. Визначити відстань L між мітками циліндра.

7. Змочити кульки водою. Опустити окремо кожну кульку через лійку у циліндр з водою і за допомогою секундоміра визначити час t її руху між мітками. Результат вимірювань записати у таблицю. Дослід повторити для всіх кульок.

8. За формулою (3.2.16) при середньому значенні радіуса обчислити значення коефіцієнта в'язкості досліджуваної води за даними вимірювань часу руху для кожної кульки окремо. Знайти середнє значення коефіцієнта в'язкості. Оцінити середнє значення абсолютної та відносної похибки коефіцієнта в'язкості.

9. За формулою (3.2.17) обчислити для середніх значень часу руху кульки уточнене значення в'язкості та порівняти його із значенням отриманим за формулою (3.2.16).

V

$\rho_k =$		$\rho_p =$		T = K		
кг/м ³		кг/м ³				
№	d=2r, м	L, м	t, с	$\eta,$ Па·с	$\Delta\eta,$ Па·с	$\varepsilon,$ %
1.						
2						
3						
:						
24						
25						
С.зн.						

Контрольні запитання

1. Явища переносу в газах: теплопровідність, в'язкість, дифузія. Закони Фіка, Ньютона для в'язкого тертя та Фур'є для явищ переносу. Фізична суть коефіцієнтів переносу, зв'язок між ними
2. Коефіцієнти явищ переносу і їх фізичний зміст та одиниці вимірювання.
3. Зв'язки між коефіцієнтами дифузії, в'язкості і теплопровідності.
4. Градієнт та його фізичний зміст.
5. Експериментальні методи визначення коефіцієнта в'язкості.
6. Сила Архімеда.
7. Вияснити основні джерела похибки у даній лабораторній роботі.

Лабораторна робота 2-3

Визначення коефіцієнта теплопровідності металів

Прилади та матеріали: установка для визначення коефіцієнта теплопровідності металів, термопари, мілівольтметр, секундомір, мірний стакан.

Мета роботи: визначити коефіцієнт теплопровідності міді.

Теоретичні відомості

Більшість фізичних явищ у природі та техніці, як правило, супроводжується зміною температури тіл у просторі та часі. Тому температура тіла є функцією координат x , y , z і часу t :

$$T = f(x, y, z, t). \quad (3.3.1)$$

Сукупність миттєвих значень температур в усіх точках простору або тіла, що розглядається, називають температурним полем. Графічно температурне поле зображають ізотермічними поверхнями, які є геометричним місцем точок з однаковими температурами. Лінії перетину ізотермічних поверхонь з будь-якою площиною (рис. 1) будуть ізотермами в околі цієї площини з температурами $t, t \pm \Delta t, t \pm 2\Delta t, \dots, t \pm n\Delta t$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Рис. 3.3.1

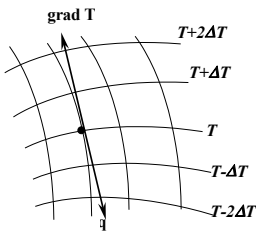
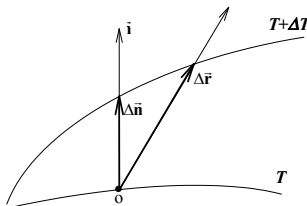


Рис. 3.3.2



Якщо порівняти відношення різниці температур ΔT між ізотермами до відстані між ними в напрямку її нормалі \vec{n} із від-

ношенням до відстаней \vec{r} у інших напрямках, то очевидно, що найбільший перепад температури на одиницю довжини буде спостерігатися у напрямку нормалі (рис. 3.3.2):

$$\frac{\Delta T}{\Delta n} > \frac{\Delta T}{\Delta r_i} \quad (3.3.2)$$

Зміна температури у просторі характеризується градієнтом температури $grad T$. Він визначається як вектор, направлений по нормалі до ізотермічної поверхні в сторону збільшення температури і чисельно дорівнює:

$$grad T = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}. \quad (3.3.3)$$

З математичного аналізу відомо, що

$$grad T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}. \quad (3.3.4)$$

Отже, градієнт температури – це вектор, який вказує напрямок найшвидшого зростання температури. Для одновимірного випадку маємо:

$$grad T = \frac{dT}{dx} \vec{i} \quad (3.3.5)$$

Зміна температури тіл відбувається при теплообміні між ними. В термодинаміці під теплообміном або теплопередачею розуміють процес передачі певної кількості теплоти між частинами тіла або тілами з різними температурами. Кількісною характеристикою цього процесу є кількість теплоти. При теплообміні виконується закон збереження кількості теплоти:

$$Q_1 = Q_2. \quad (3.3.6)$$

де Q_1 – теплота, яку перше тіло віддає другому, $Q_2 - Q_1$ – теплота, яку друге тіло отримує від першого.

Якщо C_1, C_2, m_1, T_1, T_2 – відповідно питомі теплоємності маси та початкові температури тіл, між якими відбувається про-

пес теплообміну, то:

$$Q_1 = C_1 m_1 (T_1 - T), \quad (3.3.7)$$

$$Q_2 = C_2 m_2 (T - T_2), \quad (3.3.8)$$

де T – кінцева температура тіл.

Із рівнянь (3.3.6), (3.3.7), (3.3.8) маємо:

$$C_1 m_1 (T_1 - T) = C_2 m_2 (T - T_2). \quad (3.3.9)$$

Рівняння (3.3.9) називають рівнянням теплового балансу. Якщо в процесі теплообміну змінюється агрегатний стан речовини, або діють внутрішні джерела теплоти, то у рівнянні теплового балансу необхідно врахувати теплоту, яка поглинається або виділяється в цих процесах.

Тепловий потік – це вектор, який вказує напрямок переносу теплоти і чисельно дорівнює кількості теплоти, перенесеної за одиницю часу від гарячої частини тіла до холодної. Його модуль дорівнює:

$$q = \frac{Q}{\Delta t} \quad (3.3.10)$$

Векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься через одиницю площі в нормальному напрямку за одиницю часу, називається густиною теплового потоку. Модуль густини теплового потоку дорівнює:

$$j_q = \frac{Q}{S \Delta t} = \frac{q}{S} \quad (11)$$

Розрізняють три типи теплопередачі: конвективний теплообмін, теплове випромінювання та теплопровідність.

Конвективний теплообмін – передача енергії потоком рідини чи газу внаслідок різних густин їх шарів. Передача теплоти при цьому здійснюється за рахунок переміщення та змішування гарячих і холодних шарів рідини або газу. Тепловіддача конвекцією – дуже складний процес, який залежить від багатьох факторів: природи виникнення і режиму руху, швидкості руху \mathcal{A} , фізичних і хімічних властивостей середовища – густини ρ , в'язкості η , теплоємності C , форми поверхні θ , її геометричних розмірів ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 , температури T_c поверхні стінки, температури газу (рідини) T_r . Кількість теплоти, що передається при конвек-

тивному теплообміні, є функцією таких основних параметрів:

$$Q = f(\vartheta, T_c, T, \rho, n, C, \Theta, \ell_1, \ell_2, \ell_3) \quad (3.3.12)$$

Інтенсивність конвективного теплообміну в основному залежить від товщини пограничного шару рідини біля стінки і від температурного градієнта в ньому. Визначити взаємозв'язок між цими параметрами дуже важко. Тому в основу практичних розрахунків тепловіддачі покладено формулу Ньютона-Ріхмана:

$$Q = \alpha S(T_c - T_r) \Delta t, \quad (3.3.13)$$

де α – коефіцієнт конвективної тепловіддачі (він показує потужність теплового потоку, який проходить крізь 1 м^2 поверхні при різниці температур між стінкою та рідиною) 1К – його розмірність ($\text{Вт}/\text{м}^2 \text{ К}$), Δt – проміжок часу.

Вивчення процесу теплопередачі при конвекції зводиться до визначення коефіцієнта теплообміну α , який досить ускладнюється, оскільки залежить від багатьох параметрів. Ця залежність встановлюється експериментально, при моделюванні цих процесів.

Теплове випромінювання – це процес поширення теплової енергії за допомогою електромагнітних хвиль. Цей процес описується законами Кірхгофа, Стефана-Больцмана, Ламберта, Планка.

При теплопровідності відбувається процес передачі внутрішньої енергії від одного тіла до іншого без виконання роботи, тобто відбувається обмін кінетичною енергією молекул при їх зіткненнях. Розрізняють стаціонарну ($\text{grad } T = \text{const}$) і нестаціонарну ($\text{grad } T \neq \text{const}$) теплопровідність.

Стаціонарний процес описується рівнянням Фур'є, згідно з яким питомий тепловий потік (за рахунок теплопровідності) від гарячої до холодної стінки тіла дорівнює:

$$j_q = -\lambda \text{grad} T, \quad (3.3.14)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності. Відповідно тепловий потік між ними

$$q = -\lambda \text{grad} T S. \quad (3.3.15)$$

Для одновимірної стінки модуль теплового потоку та його густина дорівнюють:

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} S, \quad (3.3.16)$$

$$j_q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}. \quad (3.3.17)$$

Розглянемо нескінченну плоску однорідну стінку (рис. 3.3.3) з площею поперечного перерізу S , товщиною Δx , температурою на її торцевих поверхнях $T_1, T_2, (T_1 > T_2)$.

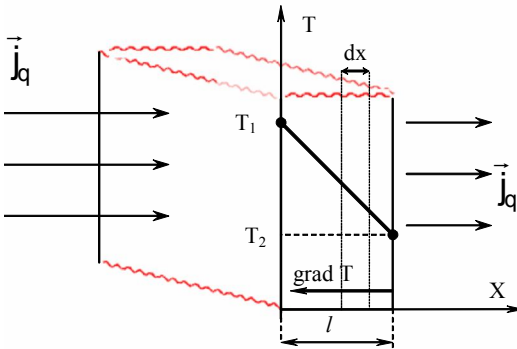


Рис. 3.3.3- Плоска однорідна теплопровідна стінка

Вважаючи, що бічна поверхня стінки абсолютно нетеплопровідна, знайдемо кількість перенесеної теплоти через поперечний переріз стінки за час $\Delta \tau$, для цього помножимо ліву та праву частини рівняння Фур'є на $S \Delta \tau dx$

$$j_q S \Delta \tau dx = -\lambda S \Delta \tau dT \quad (3.3.18)$$

і проінтегруємо його за напрямком теплового потоку від x_1 до x_2 і за температурою від T_1 до T_2

$$\int_{x_1}^{x_2} j_q S \Delta \tau dx = - \int_{T_1}^{T_2} \lambda S \Delta \tau dT. \quad (3.3.19)$$

Враховавши, що $Q = j_q S \Delta \tau$, $\Delta x = \delta = x_2 - x_1$ – товщина

стінки, $T_2 - T_1 = -(T_1 - T_2) = -\Delta T$, $\Delta T = T_1 - T_2$ різниця температур між стінками, маємо:

$$Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta X} S \Delta \tau . \quad (3.3.20)$$

Ми отримали рівняння Фур'є в інтегральному вигляді:

$$R = \frac{\Delta x}{\lambda} , \quad (3.3.21)$$

Величину назовемо термічним опором стінки. Із рівнянь (20), (21) маємо:

$$Q = \frac{\Delta T}{R} S \Delta \tau . \quad (3.3.22)$$

Знайдемо розподіл температури за товщиною однорідної стінки з теплоізолюваною бічною поверхнею (рис. 3). Нехай ($T_1 > T_2$).

Виділимо елемент стінки товщиною dx_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$).

При усталеному режимі модуль теплового потоку в кожному шарі буде однаковий, тому що $q = \text{const}$. Для довільного шару dx , на основі рівняння Фур'є, враховуючи, що $T_1 > T_2$ маємо:

$$q dx = -\lambda dT . \quad (3.3.23)$$

Інтегруючи останній вираз, знайдемо розподіл температур за товщиною однорідної стінки (або довжині стержня):

$$\int dT = -\int \frac{q}{\lambda} dx$$

або

$$T = -\frac{q}{\lambda} x + C , \quad (3.3.24)$$

де C – стала інтегрування.

Отже, температура за товщиною стінки розподіляється за лінійним законом. Сталу інтегрування C легко знайти з початкових умов. Враховуючи, що при $X = 0$, $T = T_1$, із попереднього рівняння маємо $C = T_1$.

Температура на віддалі X від гарячої поверхні стінки дорівнює:

$$T = T_1 - \frac{q}{\lambda} x = T_2 + \frac{q}{\lambda} x. \quad (3.3.25)$$

Розглянемо стінку (яка має два шари з коефіцієнтами теплопровідності λ_1, λ_2 та товщинами l_1, l_2). Нехай температура гарячої поверхні стінки T_1 , холодної T_2 , а на границі між ними – T_{12} (рис. 3.3.4).

Обидва шари стінки пронизує тепловий потік q , який складає:

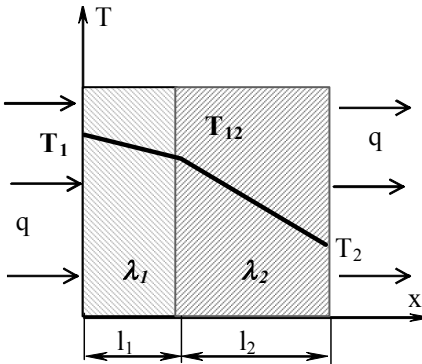


Рис. 3.3.4. Двошарова плоска теплопровідна стінка.

$$q = \lambda_1 \frac{T_1 - T_{12}}{l_1} S, \quad (3.3.26)$$

$$q = \lambda_2 \frac{T_{12} - T_2}{l_2} S. \quad (3.3.27)$$

Із рівнянь (3.3.26), (3.3.27) випливає:

$$T_{12} = \frac{\frac{\lambda_1}{l_1} T_1 + \frac{\lambda_2}{l_2} T_2}{\frac{\lambda_1}{l_1} + \frac{\lambda_2}{l_2}}, \quad (3.3.28)$$

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2}} S = \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2} S, \quad (3.3.29)$$

де R_1, R_2 – термічні опори стінок.

За проміжок часу $\Delta\tau$ через стінку пройде кількість теплоти

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2}} S \Delta\tau = \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2} S \Delta\tau, \quad (3.3.30)$$

Із рівняння (3.3.30) видно, що термічні опори в напрямку теплового потоку додаються. Термічний опір багат шарової плоскої стінки дорівнює сумі опорів її окремих шарів

$$R = \sum_{i=1}^n R_i = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\lambda_i}, \quad (3.3.31)$$

густина теплового потоку

$$j_q = \frac{T_1 - T_n}{\sum R_i}, \quad (3.3.32)$$

перепад температури на i -му шарі

$$\Delta T_i = \frac{R_i}{R} (T_1 - T_n). \quad (3.3.33)$$

де n – число шарів стінки, i – номер шару.

Очевидно, що якщо $R_i \ll R$ то перепад температури на такому шарі досить малий.

Принцип роботи установки. Метали мають високу тепло-

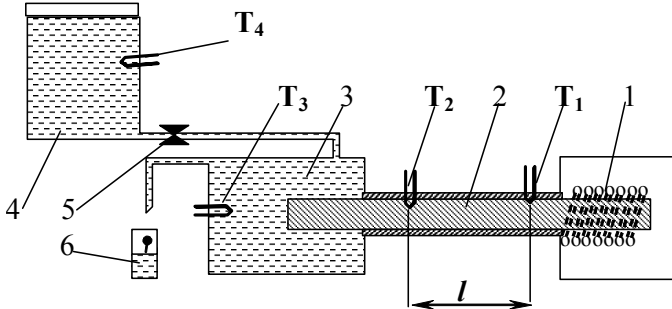


Рис. 3.3.5—Схема установки для визначення коефіцієнта теплопровідності металів: 1—нагрівач, 2—мідний стержень, 3—холодильник, 4—посудина з холодною водою, 5—кран, 6—мірний стакан.

провідність, тому для визначення коефіцієнта їх теплопровідності зручно застосувати метод порівняння теплового потоку. Схему лабораторної установки для визначення коефіцієнта теплопровідності металів наведено на рис. 5.

За допомогою термопар T_1, T_2 фіксується перепад температури на металевому стержні, а диференційною термопарою T_{34} — між холодильником та холодною водою у посудині. При ввімкненому електронагрівнику установки через її холодильник повільно пропускається вода. При усталеному режимі теплообміну кількість теплоти, що передається від нагрівника через стержень з теплоізолюваною бічною поверхнею до холодильника дорівнює кількості теплоти, яка витрачається на нагрівання проточної води

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{l} S \Delta t, \quad (3.3.34)$$

$$Q = cm(T_3 - T_4), \quad (3.3.35)$$

де λ — коефіцієнт теплопровідності (Вт/мК), S — площа поперечного перерізу стержня, l — віддаль між корольками диференційної термопари T_{12} , $T_1 - T_2 = \Delta T_{12}$ — перепад температури між

контрольними точками стержня, $T_3 - T_4 = \Delta T_{34}$ – перепад температури між холодильником установки та холодною водою у посудині, c – теплоємність води, m – маса води, що пройшла через холодильник за час $\Delta\tau$, $m = \rho V$ (ρ – густина води, V – об’єм).

З рівнянь (3.3.34), (3.3.35) легко отримати робочу формулу для розрахунку коефіцієнта теплопровідності досліджуваного металу

$$\lambda = c\rho \frac{(T_3 - T_4) V l}{(T_1 - T_2) S \Delta\tau} = c\rho \frac{\Delta T_{34} V l}{\Delta T_{12} S \Delta\tau}. \quad (3.3.36)$$

Порядок виконання роботи та обробка результатів експерименту

1. Ввімкнути електронагрівник лабораторної установки. Відкривши кран 5 (рис. 3.3.5), відрегулювати ним витрати води 10 - 20 краплин за хвилину.

2. Після встановлення усталеного режиму теплопередачі (при стабілізації перепадів температури) записати значення ΔT_{12} і ΔT_{34} та зафіксувати час, протягом якого в мірному стакані збереться 100-150 мл води. Під час дослідів відлік температури слід проводити не менше трьох раз (на початку, в середині і по закінченню дослідів). Дані занести в таблицю 3.3. 1.

3. Не змінюючи параметрів установки (перепаду температури та швидкості потоку води), провести ще дві серії дослідів. Дані занести в таблицю 3.3.1.

4. Знайти середнє значення результатів експерименту для кожної серії вимірювань. За середніми значеннями вимірних величин розрахувати за формулою (3.3.36) λ . Визначити за формулою (3.3.21) термічний опір стержня. Оцінити їх похибки.

Контрольні запитання

1. Основні поняття теплопередачі: кількість теплоти, тепловий потік, перепад і градієнт температури стінки та її повний термічний опір.

2. Типи теплопередачі: теплопровідність, теплове випромінювання, конвективний теплообмін та їх фізична суть.

3. Явища переносу в газах: теплопровідність, в'язкість, ди-

Лабораторна робота 2 – 5.

Вивчення термодинамічних процесів з ідеальними газами та експериментальне визначення показника адіабати повітря.

Мети роботи: Теоретичне вивчення термодинамічних процесів з ідеальними газами та експериментальне визначення показника адіабати повітря.

Прилади та матеріали: прилад Клемана-Дезорма, манометр, насос.

Теоретичні відомості

Стан ідеального газу визначається для даної маси газу трьома параметрами стану: тиском P , об'ємом V , температурою T . Рівняння, що пов'язує ці параметри називається рівнянням стану газу.

Рівняння стану ідеального газу у загальному вигляді можна записати так:

$$f(P, V, T) = 0. \quad (3.5.1)$$

Рівняння стану ідеального газу легко отримати із основного рівняння молекулярно - кінетичної теорії ідеального газу. Запишемо основне рівняння молекулярно - кінетичної теорії газів у формі:

$$P = nkT, \quad (3.5.2)$$

де n – концентрація молекул, k – стала Больцмана ($k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} / \text{К}$).

Оскільки

$$n = \frac{N}{V}, \quad (3.5.3)$$

$$N = \frac{m}{\mu} N_A, \quad (3.5.4)$$

де N – число молекул у об'ємі V , m – маса газу, μ – молярна маса газу, N_A – число Авогадро ($N_A = 6,022 \cdot 10^{26}$ кмоль⁻¹).
 Із (3.5.2, 3.5.3, 3.5.4) маємо:

$$P = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{N_A k}{V} T \quad (3.5.5)$$

Врахувавши, що $k N_A = R$, де R – універсальна газова стала
 ($R = 8.314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$) отримаємо рівняння стану газу

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (3.5.6)$$

Цю форму рівняння стану ідеального газу називають рівнянням Менделєєва-Клапейрона. Рівняння стану газу ідеального газу можна також подати у формі: $\frac{PV}{T} = \frac{m}{\mu} R = \text{const}$, або

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}. \quad (3.5.7)$$

Рівняння (3.5.7) встановлює зв'язок між параметрами для двох станів газу.

Термодинамічні процеси, що протікають при одному постійному параметру стану газу та постійній масі газу називають ізопроцесами.

Теплоємність газів залежить від умов нагрівання. З'ясуємо цю залежність, використовуючи рівняння стану (3.5.6) і перший закон термодинаміки, який формулюється так: кількість теплоти dQ , що отримала термодинамічна система, витрачається нею на збільшення її внутрішньої енергії dU та на виконання роботи проти зовнішніх сил dA , :

$$dQ = dU + dA \quad (3.5.8)$$

За означенням масова теплоємність чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно затратити, щоб температуру тіла (газу) змінити на 1 К:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad (3.5.9)$$

В термодинаміці крім масової теплоємності виділяють питому та молярну теплоємність, а для газів теплоємність в залежності від способів їх нагрівання теплоємність при постійному тиску C_p та постійному об'ємі C_V 1К:.

Питома теплоємність чисельно дорівнює кількості теплоти яку необхідно затратити, щоб температуру одного кілограма речовини змінити на 1 К:

$$c = \frac{dQ}{m dT} . \quad (3.5.10)$$

Молярна теплосмність чисельно дорівнює кількості теплоти яку необхідно затратити, щоб температуру одного кіломоля речовини змінити на 1 К:

$$c_\mu = \frac{dQ}{\frac{m}{\mu} dT} = \frac{dQ}{\nu \cdot dT} . \quad (3.5.11)$$

Із рівнянь (3.5.8 і 3.5.9) маємо

$$C = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT} . \quad (3.5.12)$$

З рівняння (3.5.12) видно, що теплоємність може набувати різних значень в залежності від способів нагрівання газу, тому, що одному і тому ж значенню зміни температури dT можуть відповідати різні значення dU і dA

Елементарна зміна внутрішньої енергії газу для довільного термодинамічного процесу складає:

$$dU = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT, \quad (3.5.13)$$

де i – число ступіней вільності молекули газу, ν – число мо-
лів газу.

Елементарна робота газу залежить від типу термодинамічно-
го процесу і в загальному випадку дорівнює

$$dA = p(V)dV. \quad (3.5.14)$$

де $p(V)$ – залежність тиску від об'єму.

Розглянемо процеси, що протікають в ідеальному газі при
зміні температури, коли маса газу залишається незмінною і дорів-
нює одному кіломолю.

Процес називається *ізохоричним*, якщо об'єм газу при змі-
ні температури залишається постійним, тобто $V = const$. У дано-
му випадку $dV = 0$. Отже $dA = 0$, тобто при цьому вся теплота,
що підводиться до газу, іде на збільшення його внутрішньої ене-
ргії. Тоді з рівнянь (3.5.12, 3.5.13) випливає, що молярна тепло-
ємність газу при постійному об'ємі:

$$c_{v\mu} = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R. \quad (3.5.15)$$

Отже зміна внутрішньої енергії у довільному термодинаміч-
ному процесі складає

$$dU = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT = c_{v\mu} dT. \quad (2.3.16)$$

Процес, що протікає при постійному тискові $p = const$, на-
зивається *ізобаричним*. Для цього випадку формула (3.5.12) буде
мати вигляд:

$$C_p = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT} = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT} \quad (3.5.17)$$

З рівняння (3.5.6) одержимо

$$pdV + Vdp = RdT \quad (3.5.18)$$

Але $p=const$ і $dp=0$, тому $pdV = RdT$. Підставляючи ці значення в рівняння (3.5.17) і замінивши згідно(3.5.16) dU на $c_{V\mu}dT$ одержимо

$$C_{p\mu} = C_{V\mu} + R \quad (3.5.19)$$

Ізотермічним називається процес, що протікає при постійній температурі $T=const$. У цьому випадку $dT=0$ і $dQ=dA$, тобто внутрішня енергія газу залишається постійною, і вся теплота, що підводиться до термодинамічної системи витрачається на роботу, молярна теплоємність газу в ізотермічному процесі $C_T = \infty$.

Процес, що протікає без теплообміну з зовнішнім середовищем, називається адіабатичним. Оскільки $dQ=0$, перший закон термодинаміки буде мати вигляд:

$$dU + dA = 0$$

Або

$$dA = -dU = -C_v dT.$$

Тобто при адіабатичному процесі розширення або стискування робота виконується газом тільки за рахунок зміни запасу внутрішньої енергії. Теплоємність газу в адіабатичному процесі $C_Q = 0$.

Виведемо рівняння адіабатичного процесу (рівняння Пуассона). Виходячи з того, що $dA = -dU = -pdV$ і

$dU = C_v dT$, маємо:

$$pdV = -C_v dT. \quad (3.5.20)$$

Поділивши рівняння (3.5.18) на (3.5.20) враховуючи (3.5.19), одержимо:

$$1 + \frac{V}{p} \frac{dp}{dV} = -\gamma$$

або

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}, \quad (3.5.21)$$

$$\text{де } \gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Інтегруючи рівняння (3.5.21), після потенціювання одержимо рівняння Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (3.5.22)$$

Величину $\frac{C_p}{C_v}$ можна визначити за допомогою приладу

Клемана – Дезорма (рис. 2.3.1), що складається з тепло ізолюваного балону А з повітрям при атмосферному тискові p_a насоса та рідинного манометра М. У балон при закритому крані К накачують повітря. Тиск повітря в балоні підвищиться і стане рівним:

$$P_1 = P_a + h_1, \quad (3.5.24)$$

де h_1 — надлишок тиску повітря в балоні.

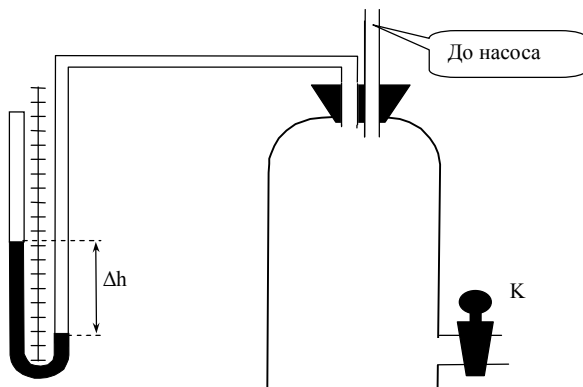


Рис. 5.3.1

Нехай маса повітря після закачування насосом в посудині-

ну об'ємом V дорівнює m . Коли кран відкривають, то частина повітря виходить. Позначимо масу повітря, що виходить через Δm , тоді маса повітря, що залишилась,

$$m_1 = m - \Delta m \quad (3.5.25)$$

Маса повітря m , що знаходиться в балоні, займала перед відкриттям крану об'єм V_1 меншим, ніж V . Оскільки процес короточасний і значного теплообміну між газом і стінками балона немає, його можна вважати адіабатичним. Згідно з рівнянням Пуассона для маси газу m_1 одержимо:

$$p_1 V_1^\gamma = p_n V^\gamma \quad (3.5.26)$$

Внаслідок адіабатичного розширення газу температура його знизиться, а потім в результаті теплообміну температура газу через невеликий проміжок часу стане рівною кімнатній. При цьому тиск газу підвищиться до величини $p_3 = p_a + p_2$. Початковий і кінцевий стан газу розглядається при однаковій температурі. Тому на основі закону Бойля-Маріотта

$$P_1 V_1 = p_3 V \quad (3.5.27)$$

Розв'язуючи рівняння (9) і (10) відносно u , знаходимо:

$$\gamma = \frac{\lg p_1 - \lg p_a}{\lg p_1 - \lg p_3} \quad (3.5.28)$$

Розкладемо $\lg p_1$ і $\lg p_3$ в ряд Тейлора і підставимо ці значення в формулу (3.5.28). Остаточно одержимо:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (3.5.29)$$

Порядок виконання роботи

1. В балон накачати насосом невелику кількість повітря. При закачуванні повітря, що стискується під поршнем насоса, нагрівається, тому перед

початком вимірювання необхідно почекати 2...3 хвилини, поки, завдяки теплообміну, температура в балоні стане рівною кімнатній. Після цього виміряти манометром надлишковий тиск повітря h_1 в міліметрах рідинного стовпа.

2. Відкрити кран **К** і в момент, коли рівні рідини в обох колінах манометра зрівняються, швидко закрити кран. Почекавши 2...3 хвилини, поки газ, охолоджений при адіабатичному розширенні, нагріється до кімнатної температури, виміряти надлишковий тиск h_2 . Слід пам'ятати, що h_1 і h_2 розраховуються як різниця висот рідин в обох колінах U - подібного манометра.

3. Величини h_1 і h_2 відповідно п. п. 1 і 2 виміряти декілька разів і дані записати в таблицю 3.5.1.

Таблиця 3.5.1

Номер п/п	1	2	3	15	Середнє значення
$h_{1,м}$							_____
$h_{2,м}$							_____
γ							
$\Delta\gamma$							
$\varepsilon, \%$	-	-	-	-	-	-	

Обробка результатів експерименту та їх аналіз

1. За формулою (3.5.29) обчислити значення відношення теплоємностей для кожної пари величин h_1 і h_2 , оцінити

абсолютну $\Delta\gamma_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta\gamma_i|$ та відносну $\varepsilon = \frac{\Delta\gamma_c}{\gamma_c} 100\%$.

2. Знайти середнє значення показника адіабати повітря, абсолютну та відносну похибки і записати кінцевий результат:

$$\gamma = \gamma_c \pm \Delta\gamma_c.$$

Контрольні запитання

1. Перший закон термодинаміки та його застосування до ізопроцесів.
2. Робота, що виконується газом в ізопроцесах.
3. Ступені вільності молекул.
4. Розподіл енергії за ступенями вільності.
5. Внутрішня енергія ідеального газу.
6. Теплоємності газів
7. Адіабатичний процес. Рівняння Пуассона в PV, PT та VT-координатах.

4. Лабораторні роботи з електрики

Лабораторна робота 3.2

Визначення ємності конденсаторів методом містка змінного струму

Прилади і матеріали: 1) розбірний міст Соті; 2) набір конденсаторів; 3) розбірний плоский конденсатор із твердим діелектриком.

Мета роботи: Освоїти методи вимірювання ємності і набути навичок визначення відносної діелектричної проникності.

Теоретичні відомості та опис приладів

Електроємність провідників. Конденсатори. Досліди показують, що із збільшенням заряду на відокремленому електропровідному тілі зростає його потенціал. При цьому різні тіла, яким надано однакові заряди, набувають неоднакових потенціалів. Але для кожного зарядженого тіла відношення заряду до його потенціалу є сталою величиною:

$$\frac{q}{\varphi} = C. \quad (4.1.1)$$

Будь-яка зміна заряду Δq спричинює відповідну зміну потенціалу на величину $\Delta \varphi$, так що

$$\frac{\Delta q}{\Delta \varphi} = C. \quad (4.1.2)$$

Коефіцієнт пропорційності C між зарядом (або зміною заряду) та потенціалом (або зміною потенціалу) провідника називають електроємністю. Якщо у формулі

$$\Delta q = C \Delta \varphi \quad (4.1.3)$$

покласти, що $\Delta \varphi = 1$, то $C = |\Delta q|$. Отже, електроємність відо-

кремленого провідника чисельно дорівнює тій кількості електрики в кулонах, яку потрібно передати провіднику, щоб змінити його потенціал на одиницю.

У Міжнародній системі одиниць електроємність провідників вимірюють у фарадах (Ф):

$$[C] = \frac{[q]}{[\phi]} = \frac{K}{B} = \Phi.$$

Отже, за одиницю електроємності за 1 фараду в СІ беруть електроємність такого провідника, у якого зміна заряду на 1 кулон викликає зміну потенціалу на 1 вольт.

Фарада – дуже велика одиниця електроємності. Тому на практиці широко користуються частинними одиницями, а саме:

1 мікрофарада ($\mu\text{ф}$) = 10^{-6} ф, 1 пікофарада (пф) = 10^{-12} ф.

Оскільки потенціал поверхні тіла сферичної форми визначається за формулою

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}, \quad (4.1.4)$$

то електроємність відокремленого сферичного провідника дорівнює:

$$C = \frac{q}{\phi} = 4\pi\epsilon_0\epsilon R, \quad (4.1.5)$$

де R – радіус сфери (кульки), ϵ – діелектрична проникність середовища, в якому знаходиться провідник, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – діелектрична стала.

Ця формула дає підставу стверджувати, що електроємність відокремлених провідників не залежить від хімічної природи речовини провідника, його агрегатного стану, а визначається тільки їх розмірами і формою та залежить від діелектричної проникності середовища, яке оточує провідник.

Систему з двох близько розміщених один від одного провідників, розділених тонким шаром діелектрика, яка призначена для збільшення електроємності, називають *конденсатором*. Як

правило, провідники, що утворюють конденсатор, мають форму пластин різної конфігурації, які називають *обкладками*. Одна з обкладок заряджається позитивно, друга – негативно.

Електричне поле конденсатора зосереджене між його обкладками, тобто в малому об'ємі. Тому наявність інших тіл (провідників) біля конденсатора практично не впливає на його електроємність.

Електроємність конденсатора C визначається відношенням заряду q на одній його обкладці до різниці потенціалів U між обкладками:

$$C = \frac{q}{U}. \quad (4.1.6)$$

За формою пластин конденсатори бувають плоскі, циліндричні, сферичні та ін. Залежно від діелектрика між обкладками, конденсатори поділяють на повітряні, паперові, слюдяні, керамічні, електролітичні. Розрізняють конденсатори сталі та змінної ємності. Конденсатори змінної ємності дають змогу плавно регулювати електроємність зміною робочої площі обкладок конденсатора. Робочою називають ту частину площі однієї обкладки конденсатора, яка перекривається іншою обкладкою.

Залежно від типу конденсатора напруженість електричного поля між його обкладками визначається за різними формулами. Наприклад, між обкладками плоского конденсатора поле однорідне. Його напруженість E залежить від різниці потенціалів U та відстані d між обкладками, а саме:

$$E = \frac{U}{d}. \quad (4.1.7)$$

Крім електроємності, важливою характеристикою конденсатора є його робоча напруга $U_{роб.}$. При перевищенні номінальної робочої напруги електричне поле між обкладками конденсатора може досягти такої величини, що настане електричний пробій поляризованого діелектрика і конденсатор вийде з ладу.

Плоский конденсатор. Якщо обкладки конденсатора мають форму паралельних між собою площин, то його називають плоским. Розглянемо плоский конденсатор, в якого площа кожної пластини S , а простір між ними заповнений діелектриком з відносною діелектричною проникністю ε (рис. 1). За означенням електроємності маємо:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (4.1.8)$$

Заряд конденсатора q визначимо через поверхневу густину σ вільних зарядів на його обкладці з робочою площею S :

$$q = \sigma S. \quad (4.1.9)$$

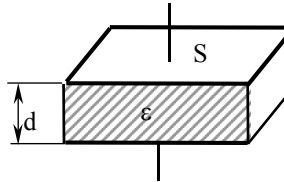


Рис. 1

Визначимо різницю потенціалів електричного поля в діелектрику через напруженість

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \quad (4.1.10)$$

Оскільки напруженість поля в діелектрику конденсатора пов'язана з його діелектричною проникністю та поверхневою густиною заряду на обкладках конденсатора співвідношенням

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (4.1.11)$$

Підставляючи у вираз (4.1.8) замість заряду і різниці потенціалів їхні значення, дістанемо формулу для обчислення електроємності плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (4.1.12)$$

У загальному випадку діелектрик між обкладками конденсатора може бути шаруватим, тобто складатися з кількох шарів різних речовин із неоднаковими діелектричними проникнос-

тями :

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\sum d_i / \varepsilon_i} . \quad (4.1.13)$$

Щоб збільшити електроємність плоского конденсатора, потрібно, зокрема, збільшити робочу площу обкладинок. Для цього кожна з обкладинок конденсатора виготовляють із кількох пластин, розділених шарами діелектрика.

Циліндричний конденсатор. Дві металеві трубки різних радіусів, вставлені одна в одну коаксіально і розділені шаром діелектрика, утворюють циліндричний конденсатор. Припустимо, що внутрішня обкладка радіуса R_1 заряджена позитивно з лінійною густиною заряду τ , а зовнішня радіуса R_2 – негативно. Негативний заряд зовнішнього циліндра, як випливає з теореми Остроградського-Гаусса, електричного поля всередині конденсатора не створює. Отже, поле в діелектрику циліндричного конденсатора створюється тільки позитивним зарядом внутрішнього циліндра.

Різницю потенціалів між обкладинками циліндричного конденсатора можна обчислити за формулою:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{R_2}{R_1} . \quad (4.1.14)$$

Якщо довжина циліндричного конденсатора l , то

$$C = \frac{\tau l}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(R_2 / R_1)} . \quad (4.1.15)$$

Сферичний конденсатор. Обкладки такого конденсатора являють собою дві концентричні електропровідні сфери з різними радіусами, розділені тонким шаром діелектрика. Припустимо, що позитивний заряд розміщується на внутрішній сфері. Тоді такий самий за величиною негативний заряд з'являється на зовнішній обкладці. Негативний заряд зовнішньої сфери, як випливає з теореми Остроградського-Гаусса, електричного поля всере-

дині конденсатора не створює. Отже, поле в зазорі між обкладками сферичного конденсатора створюється тільки позитивним зарядом внутрішньої сфери. Для сферичного конденсатора з внутрішньою сферою радіусом R_1 і зовнішньою радіусом R_2 ємність визначається за формулою:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R_1 R_2 / (R_2 - R_1). \quad (4.1.16)$$

З'єднання конденсаторів. Паралельне з'єднання (рис. 4.1.2):

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_i + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i \quad (4.1.17)$$

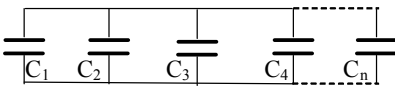


Рис. 4.1.2

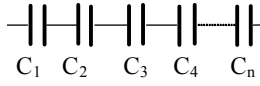


Рис. 4.1.3

Послідовне з'єднання (рис. 4.1.3).

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_i} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (4.1.18)$$

Ємність конденсаторів здебільшого визначається експериментально.

До основних експериментальних методів вимірювання можна віднести такі методи: порівняння; містковий та резонансний методи.

Енергія зарядженого конденсатора. Для того, щоб надати конденсатору заряд dq , необхідно виконати елементарну роботу $dA = U dq$. Оскільки $U = q/C$, то $dA = \frac{1}{C} q dq$. Повна робота виконана при зарядці конденсатора дорівнює

$$A = \int_0^q \frac{1}{C} q \, dq = \frac{q^2}{2C}. \quad (4.1.19)$$

За законом збереження енергії робота A , виконана при зарядженні конденсатора, витрачається на збільшення його енергії W . Отже, енергія зарядженого конденсатора дорівнює

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Uq}{2}. \quad (4.1.20)$$

Величина w , що визначає енергію електричного поля, локалізовану в одиниці об'єму простору, називається густиною енергії електростатичного поля.

$$w = \frac{W}{V}. \quad (4.1.21)$$

Легко показати, що

$$w = \frac{DE}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon_0 \epsilon}, \quad (4.1.22)$$

де $D = \epsilon_0 \epsilon E$ – модуль вектора електростатичної індукції

\vec{D} .

Лабораторна установка Широкого практичного застосування набули місткові методи вимірювання ємності. Вони мають ряд переваг над іншими методами, наприклад: забезпечують високу точність вимірювання; дають змогу за допомогою лише одного еталонного конденсатора вимірювати ємності, які за своїми величинами відрізняються на один-два порядки та ін.

Зручним для вимірювання ϵ метод зрівноваженого містка, принципову схему якого наведено на рис. 4.15.

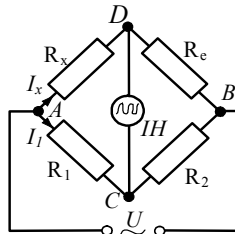


Рис.4.1.5

До точок A і B підводиться напруга частотою 100-1000 Гц.

У вітках AC і AD виникають відповідно струми I_1, I_x . Опори R_x, R_1, R_2, R_e можна підібрати так, щоб у вітці CD не було струму. В діагональ містка CD включено індикатор нуля змінного струму (осцилограф, ламповий вольтметр, телефон). Тоді спади напруги на ділянках AC і AD будуть однаковими як за величиною, так і за фазою. При цих умовах у вітках AC і CB проходить струм I_1 , а у вітках AD і DB – струм I_x . Опори R_x, R_1, R_2, R_e можуть бути активні, реактивні (ємнісні або індуктивні) чи комплексні. Один із опорів невідомий. Можна показати, що умовами рівноваги містка є рівність між собою добутків повних опорів і сум фазових кутів між струмом і напругою протилежних плечей містка, тоб-

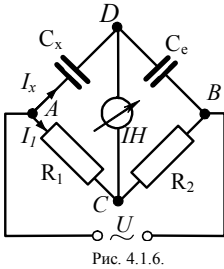


Рис. 4.1.6.

то:

$$R_x R_2 = R_1 R_e, \quad (4.1.23)$$

$$\varphi_x + \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3, \quad (4.1.24)$$

де φ – зсув фаз між струмом і напругою.

Умови рівноваги для містка змінного струму, як видно, складаються з двох рівностей: (4.1.23) і (4.1.24). Це пояснюється тим, що напруги на опорах R_x, R_1 повинні збігатися як за амплітудою, так і за фазою.

Умову (4.1.23) завжди можна реалізувати підбором опорів плечей містка. Виконання умови (4.1.24) залежить від правильності вибору схеми містка. Якщо вітка ACB містить лише активні (резистивні, омичні) опори, а вітка ADB реактивні ємнісні опори, то умова (4.1.24) виконується

На рис. 4.1.6 і 4.1.7 наведено типові схеми містків для ви-

мірювання ємності.

В плече R_x містка включають невідому ємність C_x (рис. 4.1.6). Оскільки, реактивний опір конденсатора в колі змінного струму $X = \frac{1}{\omega C}$,

то значення реактивних опорів конденсаторів складають $X_x = \frac{1}{\omega C_x}$, $X_e = \frac{1}{\omega C_e}$.

Місток зрівноважується за допомогою зміни еталонної ємності C_e і опорів R_1, R_2 доти, доки у вітці CD не зникне струм. Із (4.1.23) замінивши R_x, R_e на їх значення X_x, X_e маємо:

$$\frac{R_2}{\omega C_x} = \frac{R_1}{\omega C_e} \text{ або}$$

$$C_x = C_e \frac{R_2}{R_1}. \quad (4.1.25)$$

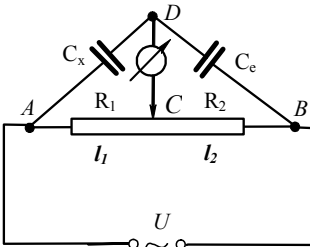


Рис.4.1.7

На рис. 4.1.7 наведено схему містка Соті, особливістю якої є застосування реохорда $R_1 R_2$ і сталої ємності (еталонний конденсатор C_e). Якщо за-

мість реохорда містка застосувати однорідну дrottину з великим питомим опором ρ то,

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{S}; \quad R_2 = \rho \frac{l_2}{S}, \quad (4.1.26)$$

де l_1, l_2 – довжина плечей AC і CB реохорда.

Із рівнянь (4.1.25) і (4.1.26) отримаємо робочу формулу для розрахунку ємності:

$$C_x = C_e \frac{l_2}{l_1}. \quad (4.1.27)$$

Порядок виконання роботи та обробка результатів експерименту

1. Зібрати електричну схему для вимірювання ємностей конденсаторів методом містка Соті (рис.4.1.7). Ввімкнути генератор та осцилограф.

2. Переміщуючи повзунок реохорда досягти положення, при якому на осцилограф поступає мінімальний сигнал (найточніші виміри будуть при $l_1 \approx l_2$, для цього необхідно вдало підібрати C_e). Провести не менше трьох вимірів. За формулою (4.1.27) розрахувати ємність невідомого конденсатора. Дослід повторити для кількох інших конденсаторів з невідомою ємністю. Дані занести в табл. 4.1.1 З'єднати C_{x1} і C_{x2} паралельно. Виміряти при цьому їх ємності. Дані занести в таблицю. Провести аналогічні досліді для послідовного з'єднання конденсаторів C_{x3} і C_{x4} . Перевірити закони послідовного і паралельного з'єднань конденсаторів.

3. Оцінити похибку вимірювання ємності.

4. Виміряти геометричні розміри розбірного плоского конденсатора та його діелектрика. Зібрати конденсатор. Знайти його ємність (див. п. 2) та розрахувати відносну діелектричну проникність діелектрика, оцінити похибку. Дані занести в таблицю (її форму розробити самостійно).

Контрольні запитання

1. Вектори напруженості й індукції електростатичного поля. Потенціал електростатичного поля та його зв'язок із напруженістю. Теорема Остроградського-Гауса та її застосування для обчислення полів рівномірно зарядженої нитки та площини, двох

паралельних площин.

2. Діелектрики, їх типи та властивості. Діелектрична проникність і сприйнятливість. Поле на поверхні діелектрика. Сегнетоелектрики та п'єзоелектрики.

3. Дайте означення ємності, назвіть одиниці вимірювання ємності. Конденсатори. Електроємність плоского та циліндричного конденсаторів. Енергія зарядженого конденсатора. Енергія електростатичного поля. Густина енергії.

4. Виведіть формули для послідовного і паралельного з'єднання конденсаторів.

5. Методи вимірювання електроємності. Поясніть будову моста змінного струму й особливості вимірювання ємностей цим методом.

Таблиця 4.1.1

Визначення ємності конденсаторів

№	C_x, Φ	l_1	l_2	C_x, Φ	$\Delta C_x, \Phi$	$\varepsilon_c, \%$
1	2	3	4	5	6	7
C_{x_1}						
1						
2						
3						
<i>С. зн.</i>	–	–	–			
C_{x_2}						
1						
2						
3						
<i>С. зн.</i>	–	–	–			

Продовження таблиці 4.1.1

1	2	3	4	5	6	7
C_{x_3}						
1						
2						
3						
С. зн.	–	–	–			
C_{x_4}						
1						
2						
3						
С. зн.	–	–	–			
<i>Послідовне з'єднання конденсаторів C_{x_3}, C_{x_4}</i>						
1						
2						
3						
С. зн.	–	–	–			
<i>Паралельне з'єднання конденсаторів C_{x_1}, C_{x_2}</i>						
1						
2						
3						
С. зн.	–	–	–			

Лабораторна робота 3.4

Вимірювання опорів і визначення залежності опору міді від температури

Прилади і матеріали: 1) розбірний місток Уїтстона (магазин опорів, гальванометр, реохорд, джерело живлення, з'єднувальні провідники), 2) набір опорів, 3) електропіч, 4) термометр, 5) дротяний мідний резистор.

Мета роботи: освоїти методику вимірювання опорів методом моста та дослідження температурної залежності опору міді.

Теоретичні відомості та опис приладів

Електричний опір ділянки кола – величина, яка чисельно дорівнює відношенню напруги на кінцях цієї ділянки до сили струму в ній. Для постійного струму електричний опір називається активним. Він залежить від матеріалу провідника, його розмірів і форми.

Для однорідного провідника із сталим поперечним перерізом S довжиною l

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.2.1)$$

де ρ – питомий опір провідника.

Електричний опір металів істотно залежить від температури. Взагалі, ця залежність має складний характер, але якщо розглядати обмежені інтервали температур, то можна записати для опору і питомого опору залежності:

$$\begin{aligned} R_t &= R_0(1 + \alpha\Delta t); \\ \rho_t &= \rho_0(1 + \alpha\Delta t), \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

де R_0, ρ_0 – значення опору і питомого опору при температурі 0°C ; R_t, ρ_t – опір і питомий опір при температурі t ; α – температурний (термічний) коефіцієнт опору, який є сталим ли-

ше для невеликих температурних інтервалів.

Для більш широких температурних інтервалів термічний коефіцієнт опору залежить від температури. На графіку залежності $R = f(T)$ похідна дорівнює значенню кутового коефіцієнта дотичної α , проведеної через дану точку кривої. Тому графічно можна досить легко визначити температурний коефіцієнт опору α при даній температурі.

Вивчення температурної залежності опору металів має важливе значення в експериментальній фізиці й особливо в метрології. На властивості металів змінювати опір із зміною температури ґрунтується робота термометрів опору, призначених для вимірювання температури.

Термометри опору – це високочутливі прилади, здатні вимірювати різницю температур менш як на 0,001 К. Вони позбавлені цілого ряду недоліків, властивих рідинним термометрам (залежності показів від температури середовища, депресії скла, похибок при градуванні тощо), тому термометри опору застосовують при температурних вимірюваннях у досить широкому інтервалі – від температур поблизу абсолютного нуля до 2000 К.

Найкращим матеріалом для термометрів опору є чиста платина, яка в широкому інтервалі температур стабільно зберігає свої властивості. Крім платини, для виготовлення термометрів опору широко застосовується мідь. Вітчизняна промисловість (зокрема Луцький приладобудівний завод) у широкому асортименті випускає як платинові (індекс типу ТСП), так і мідні (ТСМ) термометри опору. Температурна залежність опору їх добре відома і, вимірювши електричний опір за допомогою містка (як правило його шкала прокалібрована в одиницях температури), можна точно визначити температуру об'єкта.

В електричних колах резистори (опори) з'єднують між собою паралельно або послідовно.

При послідовному з'єднанні (рис. 4.2.1) загальний опір ді-

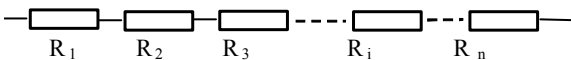


Рис. 4.2.1

лянки кола дорівнює сумі опорів окремих резисторів:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_i + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i . \quad (4.2.3)$$

При паралельному з'єднанні (рис. 4.2.2) опір ділянки зменшується і його значення можна знайти із співвідношення:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_i} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} . \quad (4.2.4)$$

Для вимірювання електричного опору розроблено різноманітні методи. Найбільш поширені із них:

- а) метод визначення опору за допомогою вольтметра та амперметра;
- б) метод омметра;
- в) метод містка постійного струму.

У першому випадку (рис. 3) вимірюють струм I та спад напруги U на ділянці кола з ввімкненим невідомим опором R , а із закону Ома знаходять невідомий опір:

$$R = \frac{U}{I} . \quad (4.2.5)$$

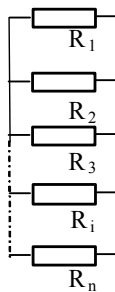


Рис. 4.2.2

Точність вимірювання залежить від класу точності вимірювальних приладів та їх внутрішніх опорів.

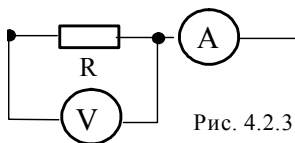


Рис. 4.2.3

Омметр – це електро-вимірювальний прилад для вимірювання опору. Він являє собою мікроамперметр із автономним джерелом живлення. Його шкала прокалібрована не у мікроамперах, а у одиницях опору

– омах. Перед початком вимірювань калібрують прилад і відліки результатів знімають безпосередньо із шкали приладу.

Найточнішим з усіх методів вимірювання опору є метод

містка. Цей метод дає змогу вимірювати опори з високою точністю. Точність зумовлена застосуванням змінних зразкових мір опору, з якими порівнюються невідомі опори. Для вимірювання опорів застосовуються одинарні або подвійні мости постійного струму. Одинарні мости, як правило, застосовуються для вимірювання відносно великих опорів, порядку 10^6 Ом, точність вимірювання може досягати 0,001 %.

Подвійні мости застосовуються для вимірювання малих опорів (менш як 1 Ом). Це тому, що при вимірюванні малих опорів одинарним мостом виникають великі похибки внаслідок впливу опорів підвідних провідників. За допомогою подвійних містків можна вимірювати опори до 10^{-6} Ом.

Зручною і поширеною містковою схемою є схема містка Уітстона (рис. 4.2.4). В чотириплечий контур $ABCD$ ввімкнено опори R_1, R_2, R_e, R_x , які утворюють так звані плечі містка. Протилежні вершини чотирикутника з'єднують діагоналями, до однієї з яких ввімкнено гальванометр, до другої – джерело струму. Якщо вмикач замкнений, то по вітках BD, ABC і ADC проходять певні струми. Можна підібрати таке співвідношення плечей, що потенціали ϕ_B, ϕ_D точок B і D будуть однакові. Це означає, що спад напруги на ділянках AB і AD та BC і DC відповідно буде однаковий:

$$U_x = U_1, U_e = U_2. \quad (4.2.6)$$

При такому співвідношенні між опорамі у вітці BD струм відсутній, стрілка гальванометра не відхиляється, а співвідношення між струмами у вітках контуру складає

$$I_x = I_e, I_1 = I_2. \quad (4.2.7)$$

Знайдемо спад напруги на елементах контуру.

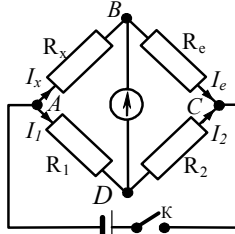


Рис. 4.2.4.

$$\begin{aligned} U_x &= I_x R_x, & U_1 &= I_1 R_1 \\ U_e &= I_e R_e, & U_2 &= I_2 R_2 \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

Рівновага моста настає тоді, коли відношення опорів попарно взятих плечей, з'єднаних із кінцями відповідної діагоналі містка, дорівнюють одне одному.

Врахувавши (4.2.7), (4.2.8) з (4.2.6) дістанемо умову рівноваги містка:

$$\frac{I_x R_x}{I_1 R_1} = \frac{I_e R_e}{I_2 R_2} \text{ або}$$

$$\frac{R_x}{R_1} = \frac{R_e}{R_2}, \text{ звідки} \quad R_x = R_e \frac{R_1}{R_2}. \quad (4.2.9)$$

Ділянка ABC з опором R_e називається *плечем порівняння*, а ділянка ADC з опорами R_1, R_2 – *плечем відношення*. Тому метод вимірювання опорів за допомогою містка Уїтстона називається ще *методом порівняння*. У містку Уїтстона в плечі відношення ADC резистори $R_1 R_2$ можна замінити реохордом, виготовленим із однорідної дротини з великим питомим опором (рис. 5). Переміщуючи рухомий контакт реохорда, змінюємо відношення R_1 / R_2 . Оскільки провідник реохорда однорідний, то можна замінити відношення опорів відношенням довжин ділянок реохорда :

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{S}; \quad R_2 = \rho \frac{l_2}{S}; \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}, \quad (4.2.10)$$

де l_1, l_2 – довжини плеч AD і DB реохорда.

Із рівнянь (9) і (10) маємо робочу формулу для розрахунку невідомого опору:

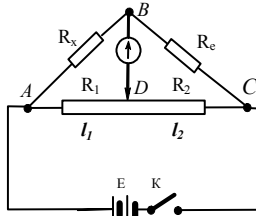


Рис. 5

$$R_x = R_e \frac{l_1}{l_2}. \quad (4.2.11)$$

Точність вимірювання опорів містком Уїтстона визначається точністю, з якою виготовлено відомі опори, граничною чутливістю гальванометра, точністю регулювання та і відліку відомих опорів.

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Вимірювання опорів містком Уїтстона

1. Скласти електричне коло за схемою (рис. 4.2.5).
2. Встановити рухомий контакт D посередині реохорда.
3. Замкнути на короткий час перемикач К.
4. Зменшуючи або збільшуючи опір еталонного магазину, домогтися того, щоб стрілка гальванометра відхилялась вліво або вправо в межах шкали. Переміщуючи рухомий контакт D реохорда, зрівноважити місток (при цьому струм у колі гальванометра дорівнює нулю, найменша похибка при вимірюванні опору буде при співвідношенні $l_1 \approx l_2$). Записати до таблиці 4.2.1 значення еталонного опору (R_e) і довжини плечей реохорда l_1, l_2 .
5. Вимірювання повторити 3-5 разів, щоразу змінюючи опір еталонного магазину на $\pm 10 \div 20$ % від попереднього значення.
6. Підрахувати невідомий опір за формулою (11). Оцінити похибку вимірювання. Дослід провести з двома різними опорами R_x .
7. Перевірити закони для послідовного та паралельного з'єднання опорів (формули 4.2.3, 4.2.4). Для цього два опори спочатку з'єднати паралельно і виміряти їх опір (див п. п. 2-7), а потім з'єднати їх послідовно і провести аналогічні вимірювання.

Завдання 2. Дослідження залежності опору металів від температури

1. Не вмикаючи електропіч, виміряти при кімнатній температурі величину опору резистора, виготовленого із мідного дроту. Зняти покази термометра. Вимірювання провести кілька разів.

2. Ввимкнути піч. Провести вимірювання опору резистора в інтервалі температури печі 20-100 °С з кроком 5-10 К, значення опору еталонного резистора R_e не змінювати. При досягненні температури 100 °С вимкнути піч та провести аналогічні виміри при охолодженні мідного резистора. Дані занести у таблицю 4.2.2.

3. Побудувати графік залежності $R = f(T)$. Визначити α (формула 4.2.2) для декількох інтервалів температур.

4. Підібрати методом найменших квадратів параметри залежності $R = f(T)$ (залежність вважати лінійною). Для лінійної залежності $y = a + bx$ система нормальних рівнянь має вигляд

$$\begin{cases} a \cdot n + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \end{cases}, \quad (4.2.12)$$

де x і y – відповідно незалежна і залежна змінні, n – число пар значень x , y .

Контрольні запитання

1. Постійний електричний струм, густина струму, електричний опір, питомий опір, електропровідність, питома електропровідність, напруга, електрорушійна сила. Закон Ома для ділянки кола у диференціальній та інтегральній формах, закон Ома для повного кола. Закон Джоуля-Ленца у диференціальній та інтегральній формах.

2. З'єднання опорів. Правила Кірхгофа та їх застосування.

3. Методи вимірювання опорів. Особливості вимірювання опорів містковими методами. Принцип роботи схеми

містка Уїтстона. При якому положенні рухомого контакту точність вимірювання містком Уїтстона максимальна

Таблиця 4.2.1

Результати експерименту та його обробки, завдання №1

№	R_e , Ом	I_1 , под.	I_2 , под.	R_x , Ом	$\frac{\Delta R_x}{R_x}$, %	ϵ_R , %	
R_{x_1}							
1.							
2.							
3.							
С. зн.							
R_{x_2}							
1.							
2.							
3.							
С. зн.							
R_{x_3}							
1.							
2.							
3.							
С. зн.							
Послідовне з'єднання резисторів R_{x_1} і R_{x_2}							
1.							
2.							
3.							
С. зн.							
Паралельне з'єднання резисторів R_{x_1} і R_{x_3}							
1.							
2.							
3.							
С. зн.							

Таблиця 4.2.2
 Результати експерименту та його обробки, завдання №2

t^0, C	R_e, Om	$l_1, \text{под.}$	$l_2, \text{под.}$	R_x, Om
Нагрівання				
20				
30				
40				
50				
60				
70				
80				
90				
100				
110				
120				
Охолодження				
120				
110				
100				
90				
80				
70				
60				
50				
40				
30				
20				

Лабораторна робота 3.5

Визначення електрорушійної сили джерела струму

Прилади та матеріали: нормальний елемент, набір гальванічних елементів з невідомими е.р.с. джерела живлення, амперметр, вольтметр, набір опорів, перемикач, набір з'єднувальних провідників.

Мета роботи: набути навичок визначення е.р.с. джерела струму.

Теоретичні відомості

Метод вольтметра та амперметра. Найпростішим для визначення електрорушійної сили джерела E та його внутрішнього опору r є метод вольтметра та амперметра (рис.4.5. 1). За зако-

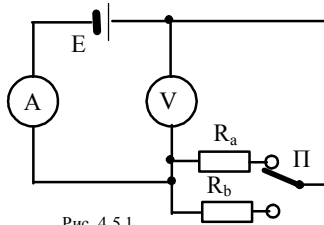


Рис. 4.5.1

ном Ома для повного кола для двох різних зовнішніх опорів R_a, R_b маємо:

$$\begin{cases} E = I_a r + I_a R_a = I_a r + U_a \\ E = I_b r + I_b R_b = I_b r + U_b \end{cases}, \quad (4.5.1)$$

де U_a, U_b – спад напруги на резисторах R_a, R_b (відповідно при положеннях «1» і «2» перемикача П), I_a, I_b – сила струму в електричному колі. Із системи рівнянь (4.5.1) випливає:

$$r = \frac{U_a - U_b}{I_b - I_a},$$

(4.5.2)

$$E = U_a + \frac{I_a}{I_b - I_a}(U_a - U_b). \quad (4.5.3)$$

Метод вольтметра та амперметра має невисоку точність, це спричинено тим, що амперметр та вольтметр мають свої внутрішні опори, значення яких ми не враховуємо при вимірюваннях.

Компенсаційний метод. Для досягнення високої точності

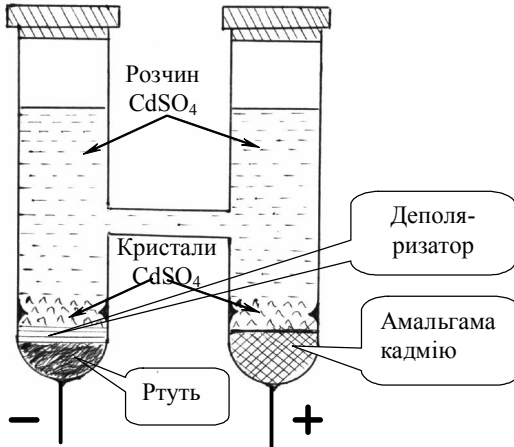


Рис. 4.5.2

при вимірюванні е.р.с. користуються компенсаційним методом, який зводиться до порівняння е.р.с. двох джерел. Еталонним джерелом, е.р.с. якого відома, є ртутно-кадмієвий нормальний елемент. Він складається із скляної посудини, в нижній частині якої впаяно платинові електроди (рис. 4.5.2). Позитивний полюс – ртуть, негативний – амальгама кадмію. Електролітом є насичений розчин CdSO_4 , як деполіаризатор використовується сульфат ртуті HgSO_4 .

Е.р.с. такого елемента має високостабільне значення у межах 1,0185–1,0187 В для насичених і 1,0185-1,0195 В для ненасичених елементів. Основною властивістю нормального елемента є його висока стабільність. При проходженні значних струмів елемент легко поляризується і його е.р.с. стає нестабільною. Поновлення стабільності потребує значного часу.

Принципову схему установки зображено на рис. 4.5.3. Джерело струму, е.р.с. якого більша ніж е.р.с. нормального еле-

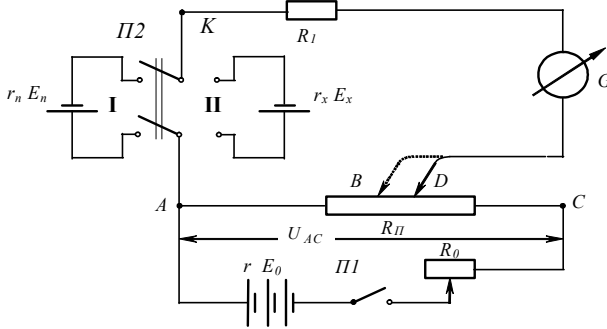


Рис. 4.5.3

мента і е.р.с. невідомого джерела вмикається через реостат і замикається за допомогою вимикача на потенціометр *AB*. Потенціал точки *A* менший за потенціал точки *B* ($\varphi(A) < \varphi(B)$). Отже, на ділянці потенціометра *AB* існує різниця потенціалів, яку можна змінювати 0 до U_{AC} . За допомогою перемикача можна підключати до потенціометра по черзі невідому е.р.с. і е.р.с. нормального елемента.

Негативні полюси нормального елемента і невідомого джерела підключаються через нульовий гальванометр і опір *R* до рухомого контакту *O* потенціометра *AB*. Нехай контакт знаходиться у точці *O*. Якщо різниця потенціалів в точках *P* і *B* не дорівнюватиме е.р.с. досліджуваного джерела, то в колі гальвано-

метра з'явиться струм. Якщо ж різниця потенціалів $\varphi(A) = \varphi(B)$, то струм у колі гальванометра не протікає ($I_r=0$). Виведемо розрахункову формулу для компенсаційного методу при умові, що струм у колі гальванометра $I_r=0$.

Нехай при положенні I перемикача П2 сила струму у вітці AC дорівнює I , відповідно спад напруги на ділянці AB потенціометра R_{Π} складає:

$$U_n = \varphi_a - \varphi_b = IR_{AB}. \quad (4.5.4)$$

Оскільки струм через нормальний елемент не протікає, то е.р.с. нормального елемента дорівнює

$$E_n = IR_{AD}. \quad (4.5.5)$$

При положенні II перемикача П2 спад напруги на ділянці AD потенціометра R_{Π} складає

$$U_x = \varphi_a - \varphi_D = IR_{AD}, \quad (4.5.6)$$

а відповідно е.р.с. невідомого джерела –

$$E_x = IR_{AD}. \quad (4.5.7)$$

Розділимо (7) на (6):

$$E_x = \frac{IR_{AD}}{IR_{AB}} E_n = \frac{R_{AD}}{R_{AB}} E_n. \quad (4.5.8)$$

Оскільки опір ділянки кола однорідної каліброваної дрогоїни потенціометра пропорційний її довжині, то

$$R_{AB} = \frac{\rho}{S} \ell_n, \quad \text{а} \quad R_{AD} = \frac{\rho}{S} \ell_x, \quad \text{то}$$

$$E_x = \frac{\ell_x}{\ell_n} E_n, \quad (4.5.9)$$

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Визначити внутрішній опір та е.р.с. джерела методом вольтметра та амперметра

1. Зібрати електричне коло за схемою рис. 4.5.1. Ввімкнути

живлення. Записати значення напруги та струмів на резисторах R_1, R_2 у таблицю 4.5.1 (її форму розробити самостійно).

2. Обчислити е.р.с. та внутрішній опір джерела (формули 2, 3).

3. Оцінити похибки експерименту.

Завдання 2. Визначити е.р.с. джерела методом компенсації

1. Зібрати електричне коло за схемою рис.4.5.2. Ввімкнути живлення.

2. Замкнути коло джерела E_0 , а потім перемикачем П2 (положення «1») – коло нормального елемента. За допомогою потенціометра R_{Π} домогтися відсутності струму в колі гальванометра. Записати значення ℓ_n в таблицю 4.5.2. Дослід повторити не менше 3–5 разів.

3. Перевести перемикач П2 в положення II. За допомогою потенціометра R_{Π} домогтися відсутності струму в колі гальванометра. Записати значення ℓ_x в таблицю 2. Дослід повторити не менше 3–5 разів для кожного із досліджуваних джерел струму.

4. За формулою 4.5.9 обчислити E_x джерел, оцінити похибки, порівняти одержані результати з результатами, одержаними в завданні 1.

Контрольні запитання

1. Постійний електричний струм, густина струму, електричний опір, питомий опір, електропровідність, питома електропровідність.

2. Різниця потенціалів, електрорушійна сила. Закон Ома для ділянки кола у диференціальній та інтегральній формах, закон Ома для повного кола. Закон Джоуля-Ленца у диференціальній та інтегральній формах.

3. З'єднання опорів. Правила Кірхгофа та їх застосування.

Лабораторна робота 3.7

Вивчення термоелектричних явищ та градування термопари

Прилади і матеріали: еталонна термопара, досліджувана термопара, мікроамперметр, посудина Дюара, заповнена сумішшю води з льодом, мілівольтметр Щ 4500.

Мета роботи: вивчення термоелектричних явищ та набуття навичок градування термопари.

Теоретичні відомості та опис приладів

В сучасній науці і техніці дедалі ширше застосовуються прилади і установки, дія яких ґрунтується на фізичних явищах, що поєднуються під загальною назвою термоелектричних.

Явище Зеебека. Перший термоелектричний ефект був відкритий ще в 1821 році німецьким фізиком Томасом Зеебеком (1770–1831). Зеебек спостерігав виникнення термоелектрорушійної сили (термо-е.р.с.) в колі, що складається з двох неоднакових електронних провідників, контакти (спаї) яких підтримуються при різних температурах. *Величина термо-е.р.с. змінюється прямо пропорційно різниці температур спаїв*, тобто

$$E = \alpha(T_2 - T_1), \quad (4.7.1)$$

де α – коефіцієнт термо-е.р.с., що чисельно дорівнює тій термоелектрорушійній силі, яка виникає в колі при різниці температур спаїв в 1 Кельвін. Встановимо фізичну суть цієї величини з формули

$$\alpha = \frac{E}{T_2 - T_1} = \frac{E}{\Delta T}, \text{ або } \alpha = \frac{dE}{dT} \quad (4.7.2)$$

видно, що в СІ коефіцієнт термо-е.р.с. вимірюється в В/К. Оскільки за величиною коефіцієнт термо-е.р.с. невеликий, то на практиці його вимірюють у мВ/К або мкВ/К.

Явище термо-е.р.с. безпосередньо пов'язане з контактною різницею потенціалів. Явище контактної різниці потенціалів (к. р. п.) описується законами Вольта.

Перший закон. При дотику двох провідників, виготовлених з різних металів, між ними виникає контактна різниця потенціалів, яка залежить від хімічного складу речовини та їх температури.

Другий закон. Контактна різниця потенціалів, що виникає на кінцях розімкненого кола, складеного з кількох металевих провідників, які перебувають при однаковій температурі, не залежить від хімічного складу речовини проміжних провідників і дорівнює контактній різниці потенціалів крайніх провідників.

Причини виникнення контактної різниці потенціалів:

а) неоднакова робота виходу електронів із металу А (різні їх внутрішні потенціали ϕ);

б) неоднакова концентрація вільних електронів n у провідниках.

Цей процес описується рівнянням:

$$U_{12} = \frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.7.3)$$

де e – заряд електрона, k – стала Больцмана, T – абсолютна температура.

Другий доданок у формулі (4.7.3) для визначення к.р.п. U (концентраційний член) і є відповідальним за виникнення термо-е.р.с. Справді, розглянемо замкнене коло з двох електронних провідників А і В з різними концентраціями електронів n_A і n_B . Як відомо, за другим законом Вольта при однаковій температурі спаів 1 і 2 результуюча к.р.п. в замкненому колі дорівнює нулю. Це означає, що к.р.п. U_1 на контакті 1 і U_2 на контакті 2 мають протилежну полярність. Отже, можна записати

$$U = U_2 - U_1. \quad (4.7.4)$$

Якщо ж спаї мають різну температуру, наприклад $T_2 > T_1$,

то

$$U_1 = \frac{A_A - A_B}{e} + \frac{kT_1}{e} \ln \frac{n_B}{n_A}, \quad (4.7.5)$$

$$U_2 = \frac{A_A - A_B}{e} + \frac{kT_2}{e} \ln \frac{n_B}{n_A}. \quad (4.7.6)$$

Враховуючи, що робота виходу A та концентрація електронів провідності n в металах не залежить від температури, маємо

$$E = U_2 - U_1 = \frac{k}{e} \ln \frac{n_B}{n_A} (T_2 - T_1). \quad (4.7.7)$$

Позначимо

$$\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_B}{n_A}. \quad (4.7.8)$$

Тоді з (4.7.7) отримаємо формулу Зеебека $E = \alpha(T_2 - T_1)$.

Оцінімо величину α для металів. Для цього покладемо

$$\frac{n_B}{n_A} \approx 2,7. \text{ Тоді } \ln \frac{n_B}{n_A} = 1. \text{ Отже,}$$

$$\alpha = \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 8 \cdot 10^{-5} \text{ В/К} = 80 \text{ мкВ/К}.$$

На практиці коефіцієнт термо-е.р.с. для металів має ще менші значення, що знаходяться в межах від 0,5 до 50 мкВ/К.

Явище Пельтьє. В 1834 році французький фізик і метеоролог Жан Пельтьє (1785–1845) відкрив другий термоелектричний ефект, обернений до явища Зеебека. Якщо в електричному колі, складеному з неоднакових електронних провідників, пропустити постійний струм від зовнішнього джерела (наприклад, акумулятора), то між спаями цього кола утворюється різниця температур. Іншими словами, при проходженні постійного стру-

му в неоднорідному колі відбувається перенесення теплоти від одного спаю до другого. В результаті цього один спай охолоджується, другий нагрівається.

Другий термоелектричний ефект дістав назву явища Пельтьє. Додаткову теплоту, що переноситься від одного спаю до другого, називають теплотою Пельтьє, її позначають через Q_p . Напрямок перенесення теплоти Пельтьє однозначно пов'язаний з напрямком струму в колі: якщо при одному напрямі струму через контакт двох провідників теплота Пельтьє, наприклад, виділяється, то при протилежному напрямі струму вона поглинатиметься в цьому спайі.

Кількість теплоти Пельтьє, що виділяється (або поглинається) на контакті, прямо пропорційна кількості електрики, що пройшла через цей контакт

$$Q_p = \theta I t, \quad (4.7.9)$$

де θ – коефіцієнт Пельтьє, I – струм, t – час.

Якщо $I t = 1 \text{ Кл}$, то $\theta = Q_p$. Отже, коефіцієнт Пельтьє чисельно дорівнює тій кількості теплоти в джоулях, яка виділяється (або поглинається) на контакті двох різних електронних провідників при проходженні крізь нього заряду в 1 кулон.

Як впливає з формули (9), коефіцієнт Пельтьє вимірюється у вольтах. За величиною коефіцієнт Пельтьє невеликий і для різних пар металів становить $10^{-2} - 10^{-4} \text{ В}$.

Перші кроки щодо практичного використання явища Пельтьє було зроблено ще в 1838 році, коли російський фізик Е. Х. Ленц (1804–1865) на контакті вісмуту з сурмою за допомогою електричного струму заморозив краплину води. Тепер розроблено і створено найрізноманітніші прилади, дія яких ґрунтується на явищі Пельтьє. Промисловість випускає різні прилади й установки для термоелектричного охолодження окремих блоків радіоелектронної апаратури, вакуумної техніки, медичного обладнання тощо.

Явище Томсона. Видатний англійський фізик Уільям Томсон (1824–1907) розробляв термодинамічну теорію термоелектричних явищ і в 1856 році теоретично передбачив *третій термоелектричний ефект*, названий пізніше його ім'ям. Експериментально явище Томсона виявив Леру в 1867 році. Цей ефект полягає в додатковому перенесенні (виділенні або поглинанні) теплоти на окремих ділянках хімічно однорідного провідника при утворенні в ньому градієнта температури й одночасному пропусканні постійного електричного струму.

За класичною електронною теорією явище Томсона пояснюється локальними неоднорідностями провідника, що виникають при утворенні в ньому градієнта температури. Справді, при нагріванні одного кінця провідника виникає дифузійний потік електронів від гарячого кінця до холодного, що призводить до утворення дещо неоднакових локальних значень їх концентрації в різних частинах провідника. Хімічно однорідний провідник стає електрично неоднорідним. Його сусідні елементарні об'єми можна розглядати як контактуючі між собою різні провідники. А на контакті неоднорідних електронних провідників при проходженні постійного струму має місце явище Пельтьє. Характер цього ефекту (виділення чи поглинання теплоти), як відомо, залежить від напрямку струму через контакт.

Отже, явище Томсона відрізняється від явища Пельтьє тим, що неоднорідність електричного кола забезпечується не різним хімічним складом електронних провідників, а неоднаковою температурою окремих частин того самого провідника.

Теоретичні розрахунки Томсона, підтвержені експериментально, приводять до висновку, що в явищі Томсона кількість теплоти, яка виділяється (чи поглинається) в одиниці об'єму провідника за одиницю часу, прямо пропорційна градієнту температури і густині струму:

$$Q_T = \sigma_T j V t \frac{dT}{dl}, \quad (4.7.10)$$

де σ_T – коефіцієнт Томсона, що залежить від роду провідника і його стану, зокрема від температури тієї частини провідника, в якій виділяється теплота Томсона, j – густина струму, V – об'єм, t – час. При невеликих значеннях градієнта температури можна прийняти $\sigma_T = const$. Чисельно коефіцієнт Томсона σ_T дорівнює кількості теплоти, що виділяється щосекунди в одиниці об'єму провідника, в якому створено одиничний градієнт температури, і проходить струм одиничної густини. Його розмірність – В/К. За величиною коефіцієнт Томсона невеликий. Наприклад, для вісмуту $\sigma_T \approx 10^{-5} \frac{B}{K}$.

Термоелементи. *Термопарою* (термоелементом) (рис. 4.7.1) називають пристрій з двох різнородних провідників, з'єднаних між собою надійним контактом (зварені або спаяні). В місцях з'єднань провідників підтримується різна температура, при цьому на кінцях провідників згідно рівняння 1 виникає термоелектрорушійна сила.

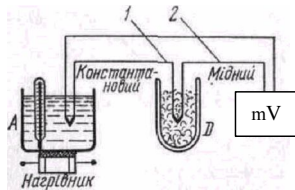


Рис. 4.7.2

Термопари використовують для вимірювання та контролю температури. Вона і прилад для вимірювання термо-е.р.с. (мілівольтметр, потенціометр) утворюють термоелектричний термометр (рис.4.7.2). Термопара, у якій обидва спаї виражені явно і під час роботи один із них підтримується при сталій температурі $0^\circ C$, називається *диференціальною* (рис. 4.7.1, а). Термопара з одним явно вираженим спаєм, в якій роль другого спаю відіграють клеми для вмикання в коло, називається простою (рис. 4.7.1, б). Другий «спай» має температуру навколишнього середовища. Якщо один спай термопари, наприклад D, підтримувати при сталій температурі ($273 K$), а другий A нагрівати, то прилад покаже певні

значення е.р.с.; за цими значеннями будується графік залежності е.р.с. термопар від температури. Такий термоелектричний термометр являє собою диференціальну термопару. Диференціальні термопари широко застосовуються в лабораторіях при наукових дослідженнях. При цьому один із спаїв поміщають у посудину Дюара, наповнену подрібненим льодом і дистильованою водою (цим підтримується температура холодного спаю $T_0=273$ К), а другий знаходиться при температурі T .

За виміряною термо-е.р.с. з таблиць визначають або відразу невідому температуру (диференціальна термопара), або різницю між невідомою температурою і температурою навколишнього середовища (проста термопара).

Для вимірювання невеликої різниці температур можна скористатись батареєю з десятків чи навіть сотень металевих термопар. Залежно від робочих температур на практиці застосовують такі типи термопар:

1. До 1900 К – група ПП, платина – платинородій (90 % Pt , 10 % Rh) ($\alpha = 6,4 \cdot 10^{-3}$ мВ/К.)

2. До 1300 К – група ХА, хромель (90 % Ni, 10 % Cr) – алюмель (95 % Ni, 59 % AlSiMg) ($\alpha = 4,1 \cdot 10^{-2}$ мВ/К).

3. До 900 К – група ХК, хромель – копель (56 % Cu, 44 % Ni) ($\alpha = 6,95 \cdot 10^{-2}$ мВ/К).

4. До 600 К – група МК, мідь – копель ($\alpha = 4,75 \cdot 10^{-2}$ мВ/К). Для температур від низьких до 600 К широко застосовують мідь–константанові термопари із сталюю $\alpha = 4 \cdot 10^{-2}$ мВ/К.

На рис. 4.7.2 наведено схему установки для градуювання термопар, а на рис. 3 – її принципову та еквівалентну електричні схеми.

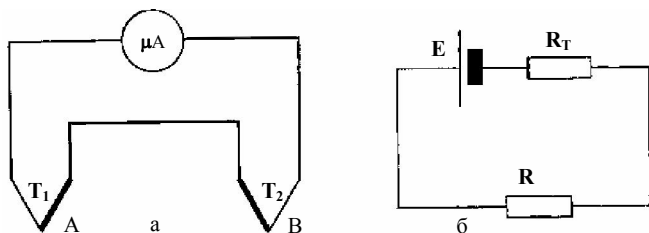


Рис. 4.7.3

Гарячий спай А термопары знаходиться в електропечі, а холодний спай В термопары – в посудині Дьюара, заповненій сумішшю води з льодом. Температура електропечі вимірюється еталонною термопарою і фіксується приладом ПІ4500. У коло досліджуваної термопары ввімкнено мікроамперметр із внутрішнім опором R , якщо опір термопары R_T , то в колі виникне струм

$$I = \frac{E}{R + R_T}, \text{ або } E = I(R + R_T), \quad (4.7.11)$$

де E – електрорушійна сила термопары.

Порядок виконання роботи та обробка результатів експерименту

1. Помістити холодні кінці досліджуваної та зразкової термопары в посудину, заповнену сумішшю води з льодом, а гарячі – в електропеч.

2. Ввімкнути електропеч. Записати значення температури печі T_2 при її нагріві (для $T \approx 290 \dots 450 \text{ K}$, з інтервалом 10 K) та значення струму I_1 в колі термопары – в таблицю 4.7.1. Провести аналогічні виміри при охолодженні електропечі (струм I_2). Знайти середнє значення струму. Для середнього значення струму

визначити за формулою (11) е.р.с. термопарі ($R_T = 9 \text{ Ом}$, $R = 291 \text{ Ом}$).

3. Побудувати графік залежності $E = f(\Delta T)$. Визначити з графіка для декількох (3–5) інтервалів температур сталу термопарі α ($\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta T}$).

Таблиця 4.7.1

Результати експерименту та його обробки

№	T ₁ , К	T ₂ , К	ΔT, К	I ₁ , мкА	I ₂ , мкА	I _c , мкА	E, мВ	α , мВ/К	ε, %
		293							
		303							
		313							
		323							
		333							
		343							
		353							
		363							
		373							
		383							
		393							
		403							
		413							
		423							
		433							
		443							

Контрольні запитання

1. Контактна різниця потенціалів. Закони Вольта. У чому полягає суть термоелектричних явищ? Яка їх природа? Явища

Зеебека, Пельтьє та Томсона.

2. Які є типи термопар? Охарактеризуйте області застосування термопар.

3. Охарактеризуйте методи вимірювання і контролю температури.

4. Які переваги і недоліки термопар порівняно з іншими методами вимірювання температури?

Список рекомендованої літератури

1. Душенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика та термодинаміка. – К.: Вища школа, 1993.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – Т. 1. – Механика. Молекулярная физика. – М., Н., 1986.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989.
4. Портис А. Физическая лаборатория. – М.: Наука, 1978. – 318 с.
5. Александров Н.В. Практикум по общему курсу физики. – М.: Просвещение, 1969. – 168 с.
6. Кучерук І.М., Андріанов В.М. Обробка результатів фізичних досліджень. – К.: Вища школа, 1981. – 216 с.
7. Коваленко С.Г., Соломахо Г.И. Практикум по физике. Механика. – М.: Высшая школа, 1990. – 111 с.
8. Трутнев Д.П. Физика. Изучение свободных колебаний пружинного маятника. Методические указания к выполнению лабораторной работы №2. – М.: ВСХИЗО, 1988. –15 с.
9. Алексеев Б.Ф., Барсуков К.А. и др. Лабораторный практикум по физике. – М.: Высшая школа, 1988. – 351 с.
10. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. Справочник. - К.; Наукова думка, 1989.. 864 с.
11. Кухлинг Х. Справочник по физике. -М.;Мир,1985.-520с
12. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности. -М.: Наука,1988.-432с.
13. Дьяконов В. П. Абраменкова И. В. “МАТCAD 8 PRO в математике, физике и в Internet”.-М.;Нолидж, 2000, 512с.

Основні фізичні сталі

Фізична стала	Позначення	Числове значення та одиниці вимірювання
Прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравітаційна стала	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Стала Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярна газова стала	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Число Лошмідта	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{К}^4)$
Стала Віна	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{Дж}$
Стала Планка	h	$6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Рідберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновська довжина хвилі електрона	λ_0	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 eV)
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Електрична стала	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Таблиця А2

Густина твердих тіл

<i>Тверде тіло</i>	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м ³	<i>Тверде тіло</i>	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м ³
Алюміній	2,70	Мідь	8,93
Барій	3,50	Нікель	8,90
Ванадій	6,02	Свинець	11,3
Вісмут	9,80	Срібло	10,5
Залізо	7,88	Цезій	1,90
Літій	0,53	Цинк	7,15

Таблиця А3

Густина рідин

<i>Рідина</i>	<i>Густина,</i> кг/м ³	<i>Рідина</i>	<i>Густина,</i> кг/м ³
Вода (при 4°C)	1,00 • 10 ³	Сірковуглець Спирт	1,26-10 ³
Гліцерин	1,26-10 ³		0,80-10 ³
Ртуть	13,6-10 ³		

Таблиця А4

Густина газів (при нормальних умовах)

<i>Газ</i>	<i>Густина,</i> кг/м ³	<i>Газ</i>	<i>Густина</i> кг/м ³
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

Таблиця А5.

Множники і приставки для утворення десяткових кратних і частинних одиниць та їхні найменування

Приставка		Мно- жник	Приставка		Мно- жник
Наймену- вання	Позна- чення		Наймену- вання	Позна- чення	
Екса	Э	10^{18}	Деци	д	10^{-1}
Пета	П	10^{15}	Сантн	с	10^{-2}
Тера	Т	10^{12}	Мілілі	м	10^{-3}
Гіга	Г	10^9	Мікро	мк	10^{-6}
Мега	М	10^6	Нано	н	10^{-9}
Кіло	К	10^3	Піко	п	10^{-12}
Гекто	г	10^2	Фемто	ф	10^{-15}
Дека	да	10	Атто	а	10^{-18}

Навчальне видання

ДЗІСЬ Віктор Григорович,
ГЕЛЬ Павло Васильович
НІКОЛАЙЧУК Володимир Якович

Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка.
Електрика.
Фізичний практикум
Частина 1

Видання здійснюється в авторській редакції

Підписано до друку _____. Формат А5 (148,5x210 мм).
Ум.-друк. арк. _____. Тираж 150 прим. Зам. № _____.

Видавничий центр
Вінницького національного аграрного університету
21008, Вінниця, вул. Сонячна, 3

