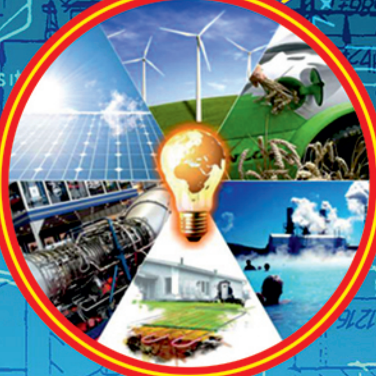
Всеукраїнський науково-технічний журнал
All-Ukrainian Scientific & Technical Journal
ISSN 2520-6168 (Print)

Machinery Energetics Transport of Agribusiness

№2(101)



2018

ТЕХНІКА ЕНЕРГЕТИКА ТРАНСПОРТ АПК

ТЕХНІКА, ЕНЕРГЕТИКА, ТРАНСПОРТ АПК

Журнал науково-виробничого та навчального спрямування
Видавець: Вінницький національний аграрний університет

Заснований у 1997 році під назвою «Вісник Вінницького державного сільськогосподарського інституту».
Правонаступник видання: Збірник наукових праць Вінницького національного аграрного університету. Серія: Технічні науки.
Свідоцтво про державну реєстрацію засобів масової інформації
КВ № 16644–5116 ПР від 30.04.2010 р.

Всеукраїнський науково – технічний журнал «Техніка, енергетика, транспорт АПК» / Редколегія: Калетнік Г.М. (головний редактор) та інші. – Вінниця, 2018. – 2 (101) – 150 с.

Друкується за рішенням Вченої ради Вінницького національного аграрного університету (протокол 11 від 12.04.2018 р.)

Свідоцтво про державну реєстрацію засобів масової інформації №21906-11806 Р від 12.03.2016р.

Журнал є друкованим засобом масової інформації, який внесено до переліку наукових фахових видань України з технічних наук (Додаток 12 до наказу Міністерства освіти і науки України 16.05.2016 № 515).

Адреса редакції: 21008, Вінниця, вул. Сонячна 3, Вінницький національний аграрний університет, тел. 46– 00– 03
Сайт журналу: ***http://tetapk.vsau.org/*** **Електронна адреса:** ***tehnovnau@i.ua***

ЗМІСТ

VI. ДУМКА МОЛОДОГО ВЧЕНОГО

УДК 512.763

ПРО ОДНУ МОДИФІКАЦІЮ МЕТОДУ ГАУСА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ В ЕНЕРГЕТИЧНИХ ЗАДАЧАХ

Дубчак Віктор Миколайович, к.т.н., доцент
Новицька Людмила Іванівна, к.п.н., доцент
Вінницький національний аграрний університет

V. Dubchak, PhD, Associate Professor
L. Novitsk, PhD, Associate Professor
Vinnytsia National Agrarian University

У роботі пропонується і досліджується модифікований підхід знаходження рішень системи алгебраїчних рівнянь, по суті, аналогічно класичному методу Гауса. Як і у ньому так і у запропонованій модифікації методу суть перетворень зводиться до можливості знаходження якоїсь однієї, наприклад, останньої невідомої, при цьому початкова система n-го порядку зводиться до вирішення деякої допоміжної системи рівнянь, але вже, що суттєво, (n-1)-го порядку і через її вирішення може бути знайдено, наприклад, останню невідому початкової системи. Даний метод може бути застосований для будь-яких алгебраїчних систем щодо кількості їх рішень-як сумісних так і несумісних, як означених так і неозначених систем. Встановлення кількості рішень досягається автоматично діями алгоритму наведених у роботі результатів. Аналогічним чином встановлюється пошук інших, ще не знайдених невідомих початкової системи, який може здійснюватись таким же методом за рекурентним принципом і порядок наступної допоміжної системи кожен раз буде знижуватись на одиницю. Також допоміжна щодо додаткових невідомих система може вирішуватися іншими відомими класичними альтернативними методами, або застосуванням елементарних алгебраїчних перетворень. Головною перевагою даного методу є зменшення порядку допоміжної системи на одиницю.

У якості ілюстрації запропонованого методу пропонуються приклади знаходження рішень алгебраїчних систем (означеної і неозначеної), у роботі зроблено висновки. Результати наведеної роботи можуть бути використані при рішеннях конкретних технічних задач, зокрема, в енергетичній галузі, у транспортних задачах, тощо.

Ключові слова: системи алгебраїчних рівнянь, метод Гауса, скалярні невідомі, ранг матриці, теорема Кронекера-Капеллі, визначник матриці, рекурентні принципи обчислень .

Ф. 5. Літ. 11.

1. Вступ

Керування процесами, що відбуваються в електроенергетичній системі (ЕЕС), потребує постійного визначення технічних умов роботи системи, аналізу її поточних і перспективних режимів. Одним із напрямків розв'язання цієї задачі у сучасних умовах є моделювання режимів роботи ЕЕС, в тому числі усталених. При моделюванні режимів електричної мережі параметри схеми та частина параметрів режиму відома і незмінна, інша частина параметрів режиму потребує свого визначення у ході розрахунків. З математичної точки зору задача моделювання полягає у формуванні та розв'язанні системи алгебраїчних рівнянь [1, с. 6].

У вищій математиці, зокрема, у вищій алгебрі актуальною та важливою є задача оптимального розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь довільного порядку [2-11]. Будемо розглядати та досліджувати тільки сумісні алгебраїчні системи, для яких згідно теореми Кронекера-Капеллі ранги матриць таких систем співпадатимуть з рангами розширених матриць відповідних систем.

Відомо [2, 4, 6, 7, 8], що для систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) невисоких порядків (системи 2-го або 3-го порядків) відносно оптимальним за кількістю дій для обчислень та простотою відповідних розрахунків вважається відомий класичний метод Крамера, який фактично потребує лише техніки правильного знаходження певних визначників невисоких порядків. Проте, вже для розв'язування систем четвертого та вищих порядків даний метод потребує необхідності знаходження немалої кількості визначників вищих порядків, і з точки зору затрат обчислень даний метод не може вважатися оптимальним.

Вважається [2, 4, 5], що для знаходження розв'язків СЛАР вищих порядків (починаючи з систем, принаймні, 4-го порядку) оптимальним щодо затрат на проведення необхідних обчислень є класичний метод Гауса. Суть цього методу базується на застосуванні послідовних елементарних перетворень рядків розширеної матриці системи, коли при цьому останній інформативний рядок такої матриці зводиться до певного вигляду, який дозволяє певну невідому, як правило останню, знаходити безпосередньо. Далі за допомогою знайденої останньої невідомої з використанням попереднього рядка трансформованої розширеної матриці системи може бути знайдено передостанню невідому і т.д., доки всі скалярні невідомі не будуть встановлені.

2. Постановка задачі

У даних дослідженнях пропонується модифікація суті алгоритму метода Гауса, коли для розв'язування системи n алгебраїчних рівнянь з n невідомими задану початкову систему замінюють іншою системою з деякими іншими невідомими, але, що важливо і позитивно, ця допоміжна система вже буде системою $(n-1)$-го порядку. Знайдені розв'язки такої новоутвореної системи надають можливість визначити якусь, наприклад, останню невідому основної початкової системи, що, по суті, відповідає одному з фрагментів алгоритму метода Гауса.

3. Хід та результати досліджень.

1.Нехай спочатку задана означена алгебраїчна система (1), тобто така система, для якої $rangA = rang\overline{A} = n$ (тут A та $\overline{A}$ – відповідно матриця та розширена матриця початкової системи):

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1,n}x_n = в_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2,n}x_n = в_2 \\ .... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{n,n}x_n = в_n \end{cases} \tag{1}$$

Помножимо відповідно перше рівняння даної системи на невідомий скаляр α_1, друге рівняння – на скаляр α_2, і т.д., передостаннє рівняння – на α_{n-1}, і, нарешті, останнє рівняння помножимо на 1. Отримуємо наступний вираз:

$$\alpha_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1,n-1}x_{n-1}) + \alpha_2(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2,n-1}x_{n-1}) + ... +$$
$$\alpha_{n-1}(a_{n-1.1}x_1 + a_{n-1,2}x_2 + ... + a_{n-1,n-1}x_{n-1}) + (a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{n,n-1}x_{n-1}) = 0$$

Перегруповуючи доданки в останній рівності з коефіцієнтами – алгебраїчними виразами при відповідних початкових невідомих стартової алгебраїчної системи, прирівнюємо до 0 дані алгебраїчні вирази і отримуємо нову алгебраїчну систему (2) на один порядок меншу стосовно невідомих $\alpha_1,...,\alpha_{n-1}$:

$$\left.\begin{array}{l} x_1{:}a_{11}\alpha_1 + a_{21}\alpha_2 + ... + a_{n-1,1}\alpha_{n-1} + a_{n1} = 0 \\ x_2{:}a_{12}\alpha_1 + a_{22}\alpha_2 + ... + a_{n-1,2}\alpha_{n-1} + a_{n2} = 0 \\ .... \\ x_{n-1}{:}a_{1n-1}\alpha_1 + a_{2,n-1}\alpha_2 + ... + a_{n-1,\text{n-1}}\alpha_{n-1} + a_{n,n-1} = 0 \end{array}\right\} \tag{2}$$

Найдені значення проміжних скалярів $\alpha_1,...,\alpha_{n-1}$ надають можливість скласти і розв'язати лінійне алгебраїчне рівняння відносно стартової невідомої x_n :

$$(\sum_{i=1}^{n-1} a_{in}\alpha_i + a_{nn})x_n = \sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i в_i + в_n, \qquad \sum_{i=1}^{n-1} a_{in}\alpha_i + a_{nn} \neq 0,$$

звідки
$$x_n = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i в_i + в_n}{\sum_{i=1}^{n-1} a_{in}\alpha_i + a_{nn}}.$$

При встановленому значенні останньої невідомої початкова система зменшує свій порядок на одиницю і алгоритм приведеного модифікованого методу продовжується, при цьому порядок наступної допоміжної системи відносно набору своїх скалярних невідомих теж зменшиться на одиницю.

Приклад №1. Розв'язати наведеним методом задану систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

Маємо $\alpha_1(2x_1 - 3x_2) + \alpha_2(3x_1 + x_2) + (4x_1 - 2x_2) = 0$, звідки стосовно невідомих скалярів утворюється допоміжна система:

$$\left.\begin{matrix} x_1 : 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + 4 = 0 \\ x_2 : -3\alpha_1 + \alpha_2 - 2 = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \alpha_1 = -\frac{10}{11}, \alpha_2 = -\frac{8}{11}.$$

Стосовно третьої невідомої маємо алгебраїчне рівняння вигляду: $\frac{10}{11}x_3 - \frac{16}{11}x_3 - 3x_3 = \frac{50}{11} - \frac{16}{11} + 4$, звідки $-39x_3 = 78$ або $x_3 = -2$.

Найдене значення третьої невідомої підставимо в початкову систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2 = -5 \\ 3x_1 + x_2 - 4 = 2 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -7 \\ 3x_1 + x_2 = 6 \end{cases}.$$

Маємо: $2\alpha_1 x_1 + 3x_1 = 0$, звідки $\alpha_1 = -\frac{3}{2}$.

$$\begin{cases} -3x_1 + \frac{9}{2}x_2 = \frac{21}{2} \\ 3x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

$$\frac{11}{2}x_2 = \frac{33}{2} \Rightarrow x_2 = 3.$$

Підставляючи найдене значення x_2, маємо рівняння щодо першої невідомої: $2x_1 + 9 = -7$, звідки $x_1 = 1$.

2. Нехай тепер $|A| = 0 \Rightarrow rangA = rang\overline{A} = k < n$.

До речі питання щодо визначення сумісності чи несумісності, означеності чи неозначеності також може бути визначеним застосуванням модифікації методу, яка пропонується в даних дослідженнях. Наприклад, стосовно неозначених алгебраїчних систем знаходження набору допоміжних скалярів і їх підстановка при знаходженні останньої невідомої призведе до розв'язування рівняння вигляду $0 \cdot x_n = 0$, яке справедливе для будь-якого значення шуканої невідомої, що відповідає випадку неозначеної системи. Щодо несумісних систем аналогічне рівняння набуде вигляду $0 \cdot x_n = \lambda, \lambda \neq 0$, при цьому визначення останньої невідомої стає неможливим.

В цьому випадку початкова алгебраїчна система (1) може бути переписана в еквівалентній алгебраїчній формі вигляду (тут $(n-k)$ рівнянь початкової системи є лінійно залежними від інших рівнянь і тому можуть бути відкинутими). Тому маємо алгебраїчну систему (3) з k рівнянь стосовно n невідомих

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1,n}x_n = в_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2,n}x_n = в_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{\text{k-1},1}x_1 + a_{к-1,2}x_2 + \ldots + a_{к-1,n}x_{\text{n}} = в_{к-1} \\ a_{\text{k},1}x_1 + a_{к,2}x_2 + \ldots + a_{к,n}x_{\text{n}} = в_к \end{cases} \quad (3)$$

В системі (3) визначимо k базових невідомих (наприклад, перші k із n невідомих нехай такими будуть) з матрицею H при цих невідомих, також $|H| = \det H \neq 0$. Останню систему перепишемо у вигляді (4) стосовно базових невідомих, вважаючи всі інші невідомі вільними:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1,к}x_к = в_1 - a_{1,к+1}x_{к+1} - \ldots - a_{1,n}x_m \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2,к}x_к = в_2 - a_{2,к+1}x_{к+1} - \ldots - a_{2,n}x_m \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{\text{k-1},1}x_1 + a_{к-1,2}x_2 + \ldots + a_{к-1,к}x_{\text{к}} = в_{к-1} - a_{к-1,к+1}x_{к+1} - \ldots - a_{к-1,n}x_m \\ a_{\text{k},1}x_1 + a_{к,2}x_2 + \ldots + a_{к,n}x_{\text{n}} = в_к - a_{к,к+1}x_{к+1} - \ldots - a_{к,n}x_m \end{cases} \quad (4)$$

$$H = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & . & a_{1к} \\ a_{21} & a_{22} & . & a_{2к} \\ . & . & . & . \\ a_{к1} & a_{к2} & . & a_{кк} \end{pmatrix}, \ |H| = \det H \neq 0.$$

Аналогічно попереднім діям помножимо кожне з рівнянь системи (4) на відповідні скалярні невідомі $\alpha_1, \ldots, \alpha_{к-1}$, а останнє рівняння помножимо на 1 і додамо відповідні праві та ліві частини даних рівнянь. Знову, перегруповуючи доданки, прирівнюємо алгебраїчні вирази при стартових невідомих і отримуємо систему (5):

$$\left.\begin{array}{l} x_1 : a_{11}\alpha_1 + a_{21}\alpha_2 + ... + a_{\kappa-1,1}\alpha_{\kappa-1} + a_{\kappa,1} = 0 \\ x_2 : a_{12}\alpha_1 + a_{22}\alpha_2 + ... + a_{\kappa-1,2}\alpha_{\kappa-1} + a_{\kappa 2} = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{\kappa-1} : a_{1\kappa-1}\alpha_1 + a_{2,\kappa-1}\alpha_2 + ... + a_{\kappa-1,\kappa\text{-}1}\alpha_{n-1} + a_{\kappa,\kappa-1} = 0 \end{array}\right\} \qquad (5)$$

Розв'язок даної системи визначають проміжні невідомі $\alpha_1,...,\alpha_{\kappa-1}$, за допомогою яких маємо алгебраїчне рівняння стосовно останньої з набору базових невідомих, а саме:

$$(\sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1} a_{i\kappa}\alpha_i + a_{\kappa,\kappa})x_\kappa = \sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1}\alpha_i в_i + в_\kappa - (\sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1} a_{i,\kappa+1}\alpha_i + a_{\kappa,\kappa+1})x_{\kappa+1} - ...$$

$$... - (\sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1} a_{i1n}\alpha_i + a_{\kappa,n})x_n$$

звідки $x_\kappa = \dfrac{\sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1}\alpha_i в_i + в_\kappa - (\sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1} a_{i,\kappa+1}\alpha_i + a_{\kappa,\kappa+1})x_{\kappa+1} - ..... - (\sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1} a_{i1n}\alpha_i + a_{\kappa,n})x_n}{(\sum_{i=1}^{\kappa\text{-}1} a_{i\kappa}\alpha_i + a_{\kappa,\kappa})}$.

Приклад №2. Розв'язати задану систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

Відносно невідомих допоміжних скалярів маємо систему:

$\left.\begin{array}{l} x_1 : 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + 1 = 0 \\ x_2 : -3\alpha_1 + \alpha_2 + 4 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha_1 = -1, \alpha_2 = 1$. Отже, $(-\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3)x_3 = -5\alpha_1 + 2\alpha_2 + 7$, або

$0 \cdot x_3 = 0$, що відповідає випадку неозначеної системи.

Отож, для даної системи $rangA = rang\overline{A} = 2 < 3$. Початкова система є еквівалентною наступній спрощеній алгебраїчній системі:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow \qquad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -5 + x_3 \\ 3x_1 + x_2 = 2 - 2x_3 \end{cases}.$$

$$rangH = rang\overline{H} = 2,\ H = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix},\ |H| = \det H = 11 \neq 0.$$

$$2x_1\alpha_1 + 3x_2 = 0 \Rightarrow 2\alpha_1 + 3 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = -\frac{3}{2}.$$

$$\begin{cases} -3x_1 + \dfrac{9}{2}x_2 = \dfrac{15}{2} - \dfrac{3}{2}x_3 \\ 3x_1 + x_2 = 2 - 2x_3 \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{11}{2}x_2 = \frac{19}{2} - \frac{7}{2}x_3 \Rightarrow \quad x_2 = \frac{19 - 7x_3}{11} \Rightarrow$$

$$3x_1 = \frac{3}{11} - \frac{15}{11}x_3 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{11} - \frac{5}{11}x_3 = \frac{1-5x_3}{11}.$$

Перевірка: $\frac{1-5x_3}{11} + \frac{4(19-7x_3)}{11} + \frac{33}{11}x_3 = \frac{1+4\cdot 76}{11} = 7$.

Відповідь: $X = \begin{pmatrix} \frac{1-5x_3}{11} \\ \frac{19-7x_3}{11} \\ x_3 \end{pmatrix}, x_3 \in R$.

4. Висновки

Запропонована модифікаційна версія щодо розв'язування сумісних алгебраїчних систем не потребує, як у класичній реалізації методу Гауса застосувань послідовних елементарних перетворень рядків розширеної матриці алгебраїчної системи. Їх основною метою є необхідність приведення цієї матриці системи, що складає частину розширеної матриці, до так званого верхньотрикутного (трапецієвидного) вигляду (цим реалізується прямий хід даного методу). Такі послідовні перетворення рядків розширеної матриці надають можливість встановлювати значення будь-якої, наприклад, останньої невідомої.

У нашому випадку питання щодо знаходження розв'язків алгебраїчної системи зводиться до складання та розв'язування певної допоміжної алгебраїчної системи відносно інших скалярних невідомих, і головне, така проміжна система матиме менший порядок. Наприклад, коли пропонується розв'язати систему четвертого порядку, то проміжна система матиме третій порядок, і її можливо розв'язати і іншим методом, наприклад, методом Крамера. До речі, в роботі пропонувалось множити перші $(n-1)$ рівняння на невідомі скаляри, але для таких дій можуть бути обрані будь-які інші з рівнянь початкової системи. Крім того, останнє рівняння можна домножати на інший, ненульовий, відмінний від 1, множник, тоді, очевидно, відповіді набору проміжних скалярних невідомих теж зміняться. Запропонована модифікація методу, як показано в роботі, може бути застосована до розв'язування як означених, так і неозначених алгебраїчних систем. Даний підхід також може бути використаний при аналогічних перетвореннях у реалізації оберненого ходу методу Гауса.

Застосуванням запропонованого методу знаходження розв'язків алгебраїчної системи автоматично досягається встановлення існування (сумісності) та кількості рішень даної системи (система означена або неозначена).

Список використаних джерел

1. Математичні задачі енергетики. Частина 1. [Текст] : методичні вказівки для студентів освітнього ступеню «бакалавр» спеціальності 141 «Електро-енергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціалізація «Системи управління виробництвом і розподілом електроенергії» / укладачі О.В. Хоменко, В.С. Гулий – К.: НТУУ «КПІ», 2017. – 88 с.
2. Курош А.Г. Общая алгебра [Текст] / А.Г. Курош – М.: Наука, 1974. – 162 с.
3. Артамонов В.А. Введение в высшую алгебру и аналитическую геометрию [Текст] / В.А. Артамонов. – М.: Факториал Пресс, 2007. – 128 с.
4. Латышев В.Н. Линейная алгебра и выпуклая геометрия [Текст] / В.Н. Латышев, В.А. Артамонов. – М.: Факториал Пресс, 2004. – 160 с.
5. Мальцев А.И. Алгебраические системы [Текст] / А.И. Мальцев. – М.: Наука, 1970. – 392 с.
6. Винберг Э.Б. Курс алгебры [Текст] / Э.Б Винберг. –Москва: Факториал Пресс, 2002. – 544 с.
7. Завало С.Т. Курс алгебри [Текст] / С.Т.Завало. – Київ: Вища школа, 1985. – 503 с.
8. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: Учебное пособие. 13-е изд. [Текст] / И.В. Проскуряков– СПб.: Изд. «Лань», 2010. – 480 с.
9. Thomas W. Hungerford Algebra [Text] / W.Thomas – Springer, 2003. – T. 73. – 504 c.

10. Herstein, I.N. Topics in Algebra [Text] / I.N. Herstein. –John Wiley & Sons, 1975. – 388 c.
11. Joseph, J. Rotman Advanced Modern Algebra [Text] / J. Joseph. – AMS, 2015. – 709 c.

References

[1] Khomenko, O.V., Hoody, V.S. (2017). *Matematychni zadachi enerhetyky. Chastyna 1. Metodychni vkazivky dlia studentiv osvitnoho stupeniu «bakalavr» spetsialnosti 141 «Elektro-enerhetyka, elektrotekhnika ta elektromekhanika» spetsializatsiia «Systemy upravlinnia vyrobnytstvom i rozpodilom elektroenerhii» [Methodical instructions for implementation of practical classes on discipline "Mathematical problems of power engineering. Part 1 »for the students of educational degree «Bachelor» specialty 141«Electro-energetics, electrical engineering and electromechanics» specialization «Systems of production and distribution of electric power management »*. Kyiv: NTUU "KPI" [in Ukrainian].
[2] Kurosh, A.G. (1974). *Obshchaia alhebra [General algebra]*. Moscow: Nauka [in Russian].
[3] Artamonov, V.A. (2007). *Vvedenye v vysshuiu alhebru y analytycheskuiu heometryiu [Introduction to higher algebra and analytic geometry]*. Moscow: Factorial Press[in Russian].
[4] Latyshev, V.N., Artamonov, V.A. (2004). *Lyneinaia alhebra y vypuklaia heometryia [Linear algebra and convex geometry]*. Moscow: Factorial Press [in Russian].
[5] Maltsev, A.I. (1970). *Alhebraycheskye systemy [Algebraic systems]*. Moscow: Nauka [in Russian].
[6] Vinberg, E.B. (2002). *Kurs alhebry [Algebra course]*. Moscow: Factorial Press [in Russian].
[7] Zavaylo, S.T. (1985). *Kurs alhebry [Algebra course]*. Kyiv: Higher school [in Russian].
[8] Proskuryakov, I.V. (2010). *Sbornyk zadach po lyneinoi alhebre: Uchebnoe posobye [A collection of problems in linear algebra]*. Izd. "Lan" [in Russian].
[9] Thomas, W. (2003). *Hungerford Algebra*. Springer [in USA].
[10] Herstein, I.N. (1975). *Topics in Algebra*. John Wiley & Sons [in USA].
[11] Joseph, J. (2015). *Rotman Advanced Modern Algebra*. AMS [in USA].

ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ МЕТОДА ГАУССА РЕШЕНИЯ СИСТЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

В работе предлагается и исследуется модифицированный подход нахождения решений системы уравнений, по сути, аналогично классическому методу Гаусса. Как и в нем так и в предложенной модификации метода, суть преобразований сводится к возможности нахождения сначала одной, обычно последней, неизвестной, при этом начальная система n-го порядка сначала сводится к решению некоторой вспомогательной системы уравнений (n-1)-го порядка и через ее решения может быть найдена, например, последняя неизвестная начальной алгебраической системы. Данный метод может быть применен для любых алгебраических систем относительно количества их решений – как совместных так и несовместных, как определенных так и неопределенных систем. Установление количества решений достигается автоматически действиями алгоритма приведенных в работе вычислений. Аналогичным образом реализуется поиск других, еще не найденных неизвестных, который может быть осуществлен таким же методом по рекуррентному принципу и порядок следующей вспомогательной алгебраической системы каждый раз снижается на единицу. Также вспомогательная относительно дополнительных неизвестных система может решаться либо другими известными классическими методами, или применением элементарных алгебраических преобразований. Главным преимуществом данного метода является уменьшение порядка вспомогательной системы на единицу.

В качестве иллюстрации предложенного метода предлагаются примеры нахождения решений алгебраических систем (определенной и неопределенной), в работе сделаны выводы. Результаты приведенной работы могут быть использованы при решениях конкретных технических задач, в частности, в энергетической отрасли, в транспортных задачах и т.д.

Ключевые слова: системы алгебраических уравнений, метод Гаусса, скалярные неизвестные, ранг матрицы, теорема Кронекера-Капелли, определитель матрицы, рекуррентные принципы вычислений.

Ф. 5. Лит. 11.

ON A MODIFICATION OF THE GAUSS METHOD FOR SOLVING SYSTEMS OF ALGEBRAIC EQUATIONS IN ENERGY PROBLEMS

In this article a modified approach for finding solutions of a system of equations similar to the classical Gaussian method are investigated. In the proposed modification as well as in the classical method, the essence of the transformations reduces to the possibility of first finding one, usually the last, unknown; here the initial system of the n-th order first reduces to solving some auxiliary system of equations (n-1) -th order, and through its solutions, for example, the last unknown of the initial algebraic system can be found. This method can be applied to any algebraic systems according to the number of their solutions-both joint and incompatible, both definite and indeterminate systems. The determination of the number of solutions is achieved automatically by the algorithm of the calculations given in the work. Similarly, the search for other unknowns that have not yet been found is realized. It can be carried out by the same method according to the recurrence principle, and the order of the next auxiliary algebraic system decreases by one every time. Also, an auxiliary system as to additional unknowns can be solved either by other classical methods, or by applying elementary algebraic transformations. The main advantage of this method is the reduction of the order of the auxiliary system by one.

As an illustration of the proposed method, examples of finding solutions to algebraic systems (definite and indefinite) are offered. The conclusions of the method are drawn in the article. The results of this work can be used to solve specific technical problems, in particular, in the energy sector, in transport tasks, etc.

Keywords: Systems of algebraic equations, Gaussian method, scalar unknowns, matrix rank, Kronecker-Capelli theorem, determinant of matrix, recurrent principles of computations.

F. 5. Ref. 11.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Дубчак Віктор Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Математики, фізики та комп`ютерних технологій» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: viktor_dubchak@rambler.ru).

Новицька Людмила Іванівна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри «Математики, фізики та комп`ютерних технологій» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: li@vsau.vin.ua).

Дубчак Виктор Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Математики, физики и компьютерных технологий» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, e-mail: viktor_dubchak@rambler.ru).

Новицкая Людмила Ивановна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Математики, физики и компьютерных технологий» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, e-mail: li@vsau.vin.ua).

Dubchak Victor – PhD, Associate Professor of the Department "Mathematics, physics and computer technologies" of Vinnytsia National Agrarian University (3, Solnechnaya St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: viktor_dubchak@rambler.ru).

Novitskaya Lyudmila – PhD, Associate Professor of the Department "Mathematics, physics and computer technologies" of the Vinnytsia National Agrarian University (3, Solnechnaya St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: li@vsau.vin.ua)