

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПОРІВНЯННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК В ОДНІЙ ПРИКЛАДНІЙ ЗАДАЧІ

Дубчак Віктор Миколайович к.т.н., доцент
Вінницький національний аграрний університет

Dubchak V.

Vinnytsia National Agrarian University

Анотація: в роботі приведені та досліджені дві математичні моделі обчислення величини роботи по відкачуванню води з циліндричної форми споруди відповідно двома альтернативно різними способами, порівнюються енергетичні можливості кожного підходу, зроблено висновки.

Ключові слова: обчислення роботи, енергетична ефективність, ефективні (енергозберігаючі) підходи, відкачування води.

Вступ

В сучасному світі в умовах зростання потреб суспільства, розвитку науково-технічних досліджень питання ефективного використання енергоресурсів є актуальною задачею. Важливість до інформації по енергозберігаючих та альтернативних технологіях та заходах постійно зростає. І це не дивно, оскільки від їх впровадження і застосування залежить більш ефективно використання енергетичних ресурсів та суттєве зменшення грошових витрат. Одним із головних напрямків в енергозберігаючих технологіях є економія води при водозаборі на всіх рівнях, включно з домогосподарствами, що зв'язано з економією в першу чергу електричної енергії [1-7].

Постановка задачі

В даній роботі на базі досліджень робіт [8-11] порівнюються дві математичні моделі обчислення однієї з таких головних енергетичних характеристик як величина роботи A , яку необхідно затратити для викачування (підняття на поверхню) деякого об'єму води висоти h з циліндричної форми криниці загальної висоти H , R - радіус основи циліндричної споруди. В приведених моделях обчислюється величина затраченої роботи по підняттю на поверхню (тобто на висоту H) часток об'єму води в першому випадку, коли вода безперервно відбирається та підіймається з поверхні і цей рівень поверхні весь час змінюється, тобто падає по мірі відкачування води, а в другому випадку насосна система є жорстко закріпленою на дні циліндричної криниці (див.рис.1).

Результати досліджень

На рис. 1в осях xoy схематично зображено циліндричної форми криницю, для якої R -радіус кола основи, H -загальна висота криниці, h -висота товщі води над дном криниці ($H \geq h$), Δy - елементарний прошарок води, всі частки якої вважаються наближено розташованими на однаковій глибині ($\Delta y \rightarrow 0$).

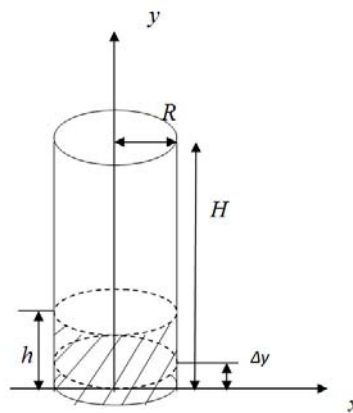


Рис. 1. Циліндрична споруда (криниця) в обраній системі координат

Нехай A_1 - величина роботи, затрачена у випадку першої моделі, A_2 - відповідно для другої. Якісний аналіз розв'язку, що слідує з логічних міркувань, стверджує, що має місце нерівність $A_1 \leq A_2$, оскільки в другому випадку частки всієї рідини необхідно підіймати на максимально можливу висоту



криниці H , а в першому випадку висота підйому постійно змінюється в межах діапазону висот від $H-h$ до H .

Виходячи із основ класичної фізики, значення елементарної роботи ΔA_1 , яку необхідно затратити, щоб підняти частки води, наближено розташовані на однаковій глибині y в елементарній товщі води Δy , визначається відомою фізичною формулою [11] вигляду:

$\Delta A_1 \approx \rho g \pi R^2 (H-y) \Delta y \approx \rho g \pi R^2 (H-y) dy$, при цьому інтегрування по y слід виконувати в межах від 0 до h .

Таким чином для знаходження всієї сумарної роботи A_1 необхідно знайти значення означеного інтегралу вигляду:

$$A_1 = \int_0^h \rho g \pi R^2 (H-y) dy = -\frac{1}{2} \rho g \pi R^2 (H-y)^2 \Big|_0^h = \frac{1}{2} \rho g \pi R^2 (2Hh - h^2).$$

В якості прикладу конкретних числових характеристик знайдемо значення затраченої роботи по відкачуванню води із криниці глибиною $H = 20$ м, наповненою водою висоти $h = 4$ м з радіусом циліндричної споруди, рівним $R = 0,4$ м. Маємо числові обчислення на базі встановленої формули:

$$A_1 = \frac{1}{2} \times 3,14 \times 10^3 (\text{кг/м}^3) \times 9,8 (\text{м/с}^2) \times 0,16 (\text{м}^2) \times 4 (\text{м}) \times 36 (\text{м}) = 354493,44 (\text{Дж}) \approx 354,5 (\text{кДж}).$$

При $h=0$ робота A_1 , очевидно, дорівнює нулю.

Знайдемо першу похідну знайденого значення роботи A_1 по змінному аргументу h цієї функції: $(A_1)'_h = \rho g \pi R^2 (H-h) = 0$, звідки при $h=H$ значення роботи A_1 набуває найбільшої величини, тобто в цьому випадку $A_1 = \frac{1}{2} \rho g \pi R^2 H^2$.

Для обчислення роботи A_2 розіб'ємо висоту h на елементарні прошарки Δy , їх кількість буде $h/\Delta y$. Елементарна робота ΔA_2 для викачування води з одного такого прошарку буде наближено рівною $\Delta A_2 \approx \rho g \pi R^2 H \Delta y$, а сумарна робота A_2 набуде значення $A_2 \approx \rho g \pi R^2 \Delta y H h / \Delta y = \rho g \pi R^2 H h$.

Інша можливість знаходження тієї ж самої роботи A_2 , це безпосередньо за формулою: $A_2 = mgH = \rho g \pi R^2 H h$, оскільки всі частки води маси $m = \rho g \pi R^2 h$ необхідно постійно підіймати на висоту всієї циліндричної споруди H . Знайдемо числове значення роботи A_2 з підстановкою аналогічних цифрових даних конкретної циліндричної споруди:

$$A_2 = 3,14 \times 10^3 (\text{кг/м}^3) \times 9,8 (\text{м/с}^2) \times 0,16 (\text{м}^2) \times 4 (\text{м}) \times 20 (\text{м}) = 393881,6 (\text{Дж}) \approx 393,9 (\text{кДж}).$$

Відношення A_2/A_1 буде рівним: $393,9/354,5 = 1,11$.

Якщо при тому ж самому значенні загальної висоти $H=20$ (м) збільшити висоту стовпа води, наприклад, $h=12$ (м), то частка A_2/A_1 стане рівною 1,43.

Відношення знайдених значень робіт відповідних моделей визначається наступним чином: $A_2/A_1 = \frac{H}{H - \frac{h}{2}}$

Це відношення знайдених робіт, очевидно, не залежить від параметра R радіуса циліндричної споруди, при цьому кожна із знайдених робіт, приведених моделей від цього параметра суттєво залежна. Знайдене відношення досягає мінімального значення при $h=0$ і дорівнює 1 (в цьому випадку хоча дане відношення A_2/A_1 є невизначеним типу $0/0$, але його граничне значення при $h=0$ легко встановлюється застосуванням, наприклад, правила Лопітала), а при $h=H$ відповідно максимального значення, рівного 2. Закон, що описує зміну значень функції A_2/A_1 при зміні її аргументу h , це закон зростаючої гіперболічної залежності при зміні h в межах $0 \leq h \leq H$ (див. рис. 2).

Перевіримо отриманий результат конкретними числовими даними:

$$A_2/A_1 = 20/18 = 1,11.$$

Якщо $h=0$, то $A_1 = A_2 = 0$, що логічно очікувати, а якщо $h=H$, то

$$A_2/A_1 = \frac{H}{H - \frac{H}{2}} = 2.$$

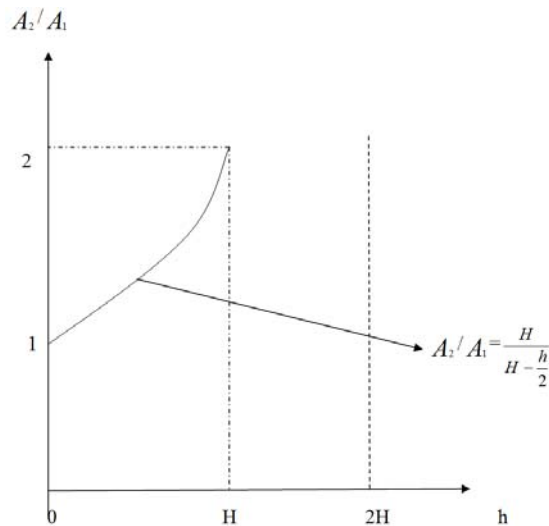


Рис. 2. Графік гіперболічної залежності відношення величин двох найдених робіт A_2/A_1 в залежності від зміни висоти води h циліндричної споруди, пряма $h=2H$ це вертикальна асимптота гіперболічної залежності

Висновок

В приведеній роботі на базі побудованих математичних моделей з урахуванням відомих класичних підходів та формул отримано у вигляді результатів можливості оцінки та обчислення роботи і першої і другої математичних моделей конкретної технічної задачі, зв'язаної з підняттям на поверхню споруди певного об'єму води, тобто з енергоспоживанням та енергозбереженням. Порівнюючи енергетичні ефективності наведених і досліджуваних моделей, шукане відношення найдених робіт завжди буде знаходитись в межах $0 \leq A_2/A_1 \leq 2$.

Список літератури

1. Глобальная стратегия энергосбережения для Украины. Жилищно-коммунальный сектор [Текст]: – К.: Энергетика, 1995. – 400 с.
2. Енергетичні ресурси та потоки [Текст]: за загальн. ред. А.К. Шидловського. – К.: Українські енциклопедичні знання, 2003. – 472 с.
3. Закон України «Про загальнодержавну програму реформування і розвитку житлово- комунального господарства на 2009 - 2014 роки» [Текст] // Відомості Верховної Ради України. – 2009. – № 47 – 48.
4. Маляренко В.А. Основи теплофізики будівель та енергозбереження [Текст]: підручник – 2-е видання. – Х.: «Видавництво САГА», 2009. – 484 с.
5. Маляренко В.А. Енергоефективність та енергоаудит [Текст]: навч. посібник / В.А. Маляренко, І.А. Немировський. – Х.: «Видавництво САГА», 2009. – 324 с.
6. Стратегія енергозбереження в Україні: аналітично-довідкові матеріали в 2-х томах [Текст] / за ред. В.А. Жовтянського, М.М. Кулика, Б.С. Стогнія. – К.: Академперіодика, 2006. Т. 1 – 510 с., Т. 2. – 600 с.
7. Товажнянський Л.Л., Левченко Б.О. Проблеми енергетики на межі XXI століття [Текст] / Л.Л. Товажнянський, Б.О. Левченко. – Х.: НТУ «ХП», 2006. – 200 с.
8. Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст] / Б.П. Демидович– Москва: Наука, 1971г. - 472 с.
9. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] / Н.С. Пискунов– Москва: Наука, 1978г. - 575 с.
10. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения [Текст] / В.А.Балаш. – Москва: Просвещение, 1974. - 430 с.
11. Дубчак В.М. Методика порівняння деяких енергетичних характеристик в симетричних задачах [Текст] / В.М. Дубчак, Л.І.Новицька–Збірник наукових праць «Техніка,енергетика,транспорт АПК», ВНАУ, №1(91), 2015, с.112-114.

References

1. Global'naya strategiya energosberezheniya dlya Ukrainy. Zhilishchno-kommunal'nyy sektor [Tekst]: - K. .: Energetika, 1995. - 400 s.
2. Yenergetichni resursi ta potoki [Tekst]: za zagal'n. red. A.K. Shidlovs'kogo. - K. .: Ukrain's'ki yentsiklopedichni znannya, 2003. - 472 s.
3. Zakon Ukraini «Pro zagal'noderzhavnu programu reformuvannya i rozvitku zhitlovo- komunal'nogo



gospodarstva na 2009 - 2014 roki» [Tekst] // Vidomosti Verkhovnoi Radi UKRAINY. - 2009. - № 47 - 48.

4. Malyarenko V.A. Osnovi teplofiziki budivel' ta yenergozberezhennya [Tekst]: pidruchnik - 2-ye vidannya. - KH.: «Vidavnistvo SAGA», 2009. - 484 s.

5. Malyarenko V.A. Yenergoyefektivnist' ta yenergoaudit [Tekst]: navch. posibnik / V.A. Malyarenko, Í.A. Nemirovs'kiy. - KH.: «Vidavnistvo SAGA», 2009. - 324 s.

6. Strategiya yenergozberezhennya v Ukraíni: analitichno-dovidkoví materialí v 2-kh tomakh [Tekst] / za red. V.A. Zhovtyans'kogo, M.M. Kulika, B.S. Stogniya. - K.: Akadempériodika, 2006. T. 1 - 510 s, T. 2. - 600 s.

7. Tovazhnyans'kiy L.L., Levchenko B.O. Problemi yenergetiki na mezhi KHKHÍ stolittya [Tekst] / L.L. Tovazhnyans'kiy, B.O. Levchenko. - KH.: NTU «KHPÍ», 2006. - 200 s.

8. Demidovich B.P. Zadachi i uprazhneniya po matematicheskómu analizu [Tekst] / B.P. Demidovich. - Moskva: Nauka, 1971g. - 472 s.

9. Piskunov N.S. Differentsial'noye i integral'noye ischisleniye [Tekst] / N.S. Piskunov. - Moskva: Nauka, 1978g. - 575 s.

10. Balash V.A. Zadachi po fizike i ikh Metody Resheniya [Tekst] / V.A. Balash. - Moskva: Prosveshcheniye, 1974. - 430 s.

11. Dubchak V.M. Metodika porivnyannya deyakikh yenergetichnikh kharakteristik v simetrichnikh zadachakh [Tekst] / V.M. Dubchak, L.Í. Novits'ka-Zbírnik naukovikh prats' «Tekhnika, yenergetika, transport», APK VNAU, №1 (91), 2015, s.112-114.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СРАВНЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В ОДНОЙ ПРИКЛАДНОЙ ЗАДАЧЕ

Аннотация: в работе приведены и исследованы две математические модели расчета размера работы по откачке воды из цилиндрической формы сооружения в соответствии двумя альтернативно различными способами, сравниваются энергетические возможности каждого подхода, сделаны выводы.

Ключевые слова: вычисление работы, энергетическая эффективность, эффективные (энергосберегающие) подходы, откачки воды.

MATHEMATICAL MODELS COMPARISON OF ENERGY PERFORMANCE IN ONE APPLIED PROBLEMS

Summary: we investigated and given two mathematical models for calculating the value of pumping water from cylindrical structures respectively alternatively two different ways compared energy potential of each approach, conclusions.

Keywords: computing operation, energy efficiency, efficient (energy saving) approaches pumping water.