

ЛІТЕРАТУРА



НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя**

Факультет інженерії машин, споруд та технологій

Кафедра будівельної механіки

**ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
ІНЖЕНЕРНИХ РОЗРАХУНКІВ**

Конспект лекцій

для студентів спеціальності

192 «Будівництво та цивільна інженерія»

всіх форм навчання

Тернопіль

2018

УДК 69.04+681.3
П78

Укладачі:

Сорочак А.П., канд. техн. наук, доцент.

Рецензенти:

Пиндус Ю.І., канд. техн. наук, доцент.

Методичний посібник розглянуто й затверджено на засіданні
кафедри будівельної механіки
Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.
Протокол № 4 від 29 листопада 2017 р.

Схвалено та рекомендовано до друку на засіданні методичної ради
факультету інженерії машин, споруд та технологій
Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.
Протокол № 5 від 27 грудня 2017 р.

П78 Програмне забезпечення інженерних розрахунків : конспект лекцій для
студентів спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія» всіх форм
навчання / Укладач : Сорочак А.П. – Тернопіль : Тернопільський
національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2018. – 128 с.

УДК 69.04+681.3

Конспект лекцій розроблено відповідно до навчального плану підготовки
фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» за спеціальністю
192 «Будівництва та цивільна інженерія».

© Сорочак А.П., 2018
© Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя, 2018

ЗМІСТ

Мета та завдання навчальної дисципліни	4
ТЕМА 1. Загальна характеристика програмного забезпечення інженерних розрахунків.....	5
ТЕМА 2. Метод скінченних елементів.....	7
ТЕМА 3. Математичні основи методу скінченних елементів.	11
ТЕМА 4. Результати розрахунку конструкцій методом скінченних елементів.	17
ТЕМА 5. Структура ПК ЛІРА-САПР та порядок створення розрахункової моделі.	22
ТЕМА 6. Бібліотека скінченних елементів ПК ЛІРА-САПР.....	33
ТЕМА 7. Принципи побудови скінченно-елементних моделей.....	41
ТЕМА 8. Раціональне розбиття на скінченні елементи.	43
ТЕМА 9. Характеристики жорсткості елементів розрахункової схеми.	51
ТЕМА 10. Розрахункові сполучення зусиль та навантажень.	54
ТЕМА 11. Підбір армування залізобетонних конструкцій.	59
ТЕМА 12. Перевірка армування залізобетонних конструкцій.	63
ТЕМА 13. Розрахунок та проектування металевих конструкцій.	67
ТЕМА 14. Підбір перерізів прокатних елементів.	72
ТЕМА 15. Розрахунок конструкцій на пружній основі.....	75
ТЕМА 16. Розрахунок конструкцій на динамічні впливи.....	79
ТЕМА 17. Розрахунок на імпульсну та ударну дію.....	83
ТЕМА 18. Нелінійні розрахунки будівельних конструкцій.	86
ТЕМА 19. Розрахунки з врахуванням фізичної нелінійності.	92
ТЕМА 20. Розрахунки з врахуванням геометричної та конструктивної нелінійності.	97
ТЕМА 21. Моделювання життєвого циклу конструкцій.	99
ТЕМА 22. Виконання розрахунку моделі.....	105
ТЕМА 23. Оцінювання точності результатів розрахунку.	108
ТЕМА 24. Аналіз та інтерпретація результатів розрахунку.	112
ТЕМА 25. Документування результатів розрахунку.	119
ТЕМА 26. Обмін інформацією з іншими програмними засобами.	121
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	126

МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою курсу «Програмне забезпечення інженерних розрахунків» є надання знань про розрахунки будівельних конструкцій методом скінченних елементів на статичні та динамічні види навантаження, створення дискретних розрахункових моделей споруд та аналіз їх поведінки, а також методи автоматизованого розрахунку та конструювання елементів споруд на прикладі програмного комплексу ЛІРА-САПР.

Завдання курсу:

- ознайомити студентів із основами методу скінченних елементів для аналізу напружено-деформованого стану конструкцій;
- розвинути навички застосування сучасного програмного забезпечення для автоматизації розрахунку, дослідження і проектування будівельних конструкцій;
- освоїти основні методи та прийоми формування дискретних розрахункових схем будівельних конструкцій, їх розрахунку на різні види статичних навантажень, температурних, деформаційних і динамічних дій.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- моделювання у розв'язанні інженерних задач;
- загальні поняття про напружено-деформований стан ;
- дискретна модель розрахункової схеми;
- матриці жорсткості стержневих скінчених елементів;
- вузлові характеристики дискретної моделі;
- рівняння рівноваги вузлів і матриця жорсткості дискретної моделі;
- визначення зусиль у стержнях.

вміти:

- моделювати інженерні об'єкти і задачі;
- вибирати розрахункову модель елемента і визначати схеми діючих на нього навантажень;
- переходити від розрахункової схеми до дискретної моделі;
- виконувати розрахунки за методом скінчених елементів.

ТЕМА 1. Загальна характеристика програмного забезпечення інженерних розрахунків.

1. Коротка характеристика ПЗ для інженерних розрахунків.
2. Програмні комплекси для комп'ютерного моделювання конструкцій.

1. Завдання, поставлені перед будівельною індустрією, вимагають подальшого зниження вартості будівництва шляхом використання досконаліших конструкцій, зменшення витрат матеріалів, зниження ваги, збільшення жорсткості, тріщиностійкості та довговічності елементів.

Ще однією з умов зниження кошторисної вартості будівельних об'єктів є економне проектування. Важливою його складовою можна назвати використання сучасних інформаційних технологій, що дозволяє значно зменшити часові та матеріальні затрати на розрахунок та проектування конструкцій, автоматизувавши значну їх частину.

При виконанні науково-дослідних і дослідно-конструкторських робіт все ширшого використання набуває різне програмне забезпечення (ПЗ), яке можна розділити на кілька основних типів:

- 1) ПЗ для оформлення документації (текстові, табличні та графічні редактори);
- 2) математичні пакети (MATLAB, MathCAD, MAPLE, Mathematica);
- 3) системи автоматизованого проектування (AutoCAD, ArchiCAD, Компас);
- 4) програмні комплекси для моделювання конструкцій (ANSYS, ЛІРА, SCAD).

Використання даних типів ПЗ в інженерній практиці дозволяє:

- значно підвищити продуктивність праці;
- зменшити часові та матеріальні затрати на розрахунок і проектування конструкцій;
- зосередити увагу на конструктивних рішеннях, а не їх математичних розрахунках;
- повторно використовувати методи розрахунку, окремі вузли та шаблони оформлення документації;
- легко організувати каталогізацію, архівування та резервне копіювання проектів.

Питання проектування різних типів конструкцій регламентовані стандартами (ДБН, СНиП, ДСТУ) і висвітлені в керівництві по проектуванню конструкцій, підручниках і монографіях. Проте в цих виданнях переважно наводяться розрахунки лише окремих елементів (плит, балок, колон), не пов'язаних конструктивно з перекриттям або рамою поперечника будівлі, а при проектуванні це не дає повного уявлення про роботу конструкцій в цілому, конструктивного вирішеннях вузлів і стиків споруди.

З іншого боку, потужність сучасної обчислювальної техніки (швидкодія, пам'ять), що безперервно збільшується, можливості операційних середовищ і сучасні методи будівельної механіки (метод скінченних елементів, врахування фізичної і геометричної нелінійності) дозволяють врахувати всі конструктивні особливості споруди і властивості матеріалу безпосередньо в дискретній розрахунковій схемі, що відкриває необмежені можливості в комп'ютерному моделюванні.

Комп'ютерні моделі дозволяють ставити і вирішувати значно ширші завдання, пов'язані з моделюванням процесів:

- моделювання процесу навантаження;
- моделювання процесу зведення будівлі;
- моделювання процесів «приспосовності».

Таким чином, на їх основі можливе моделювання всього життєвого циклу споруди.

У ряді випадків комп'ютерні моделі витісняють випробування натурних зразків або підказують експериментаторові де, як і що треба виявити в результаті натурального експерименту.

Сучасні програмні комплекси нарощують можливості комп'ютерного моделювання процесів зведення, процесів навантаження на всіх стадіях експлуатації, тобто життєвого циклу конструкцій. Всі креслення практично виконуються лише на комп'ютерах, відбувається процес інтеграції програмних комплексів, що автоматизують різні стадії підготовки проекту. Найбільш перспективним є використання програмних комплексів для моделювання конструкцій, робота яких ґрунтується на застосуванні методу скінченних елементів.

2. В даний час програми скінченно-елементного моделювання досить широко поширені в прикладних областях. Кількість програмних комплексів, що реалізують МСЕ, вимірюється сотнями, проте більшість з них дуже вузько спеціалізовані.

Основні програмні комплекси масового використання (так звані промислові програмні комплекси), орієнтовані на задачі будівельної механіки, приведені в табл. 1.1. Важливою характеристикою для них є наявність систем автоматичного конструювання залізобетонних та металевих конструкцій, а також реалізація в процесі розрахунку стандартів та норм відповідного регіону будівництва.

Таблиця 1.1 – Основні програмні комплекси для розрахунку будівельних конструкцій.

Назва ПК	Офіційний сайт	Повнота бібліотеки SE	Супер-елементи	Фізична нелінійність	Геометрична нелінійність	Системи конструювання		Монтаж
						Залізо-бетон	Метал	
ANSYS	ansys.com	+	+	+	+	-	-	+
NASTRAN	nenastran.com	+	+	+	+	-	-	-
ABAQUS	similia.com	+	+	+	+	-	-	-
STAAD	staadpro.co.uk	+	-	+	+	+	+	-
COSAR	femcos.com	+	-	+	-	-	-	-
STRAP	atir.com	+	-	-	-	+	+	-
STRUDL	gtstrudl.gatech.edu	+	+	+	+	+	+	-
CADFEM	cadfem.com	+	-	+	+	-	-	-
ADINA	adina.com	+	-	+	-	-	-	-
DIANA	diana.tno.nl	+	-	+	+	+	+	-
COSMOS	cosmosm.com	+	+	+	+	+	+	-
STARK	eurosoft.ru	+	+	-	+	+	+	-
SCAD	scadgroup.com	+	+	+	+	+	+	-
ЛІРА-САПР	liraland.ua	+	+	+	+	+	+	+

ТЕМА 2. Метод скінченних елементів.

1. Загальна відомості про метод скінченних елементів.
2. Історія розвитку методу скінченних елементів.
3. Реалізація методу скінченних елементів в сучасних програмних комплексах.

1. Вся історія будівельної механіки в докомп'ютерний період була пов'язана з розробкою прийомів, орієнтованих на чисельну реалізацію тієї або іншої розрахункової схеми. Методи моментних і кутових фокусних відношень, метод Кроса, метод перерозподілу початкових кутових деформацій, метод пружного центру та інші прийоми – ось невеликий перелік з величезного ряду прийомів, що існували у той час, і методів розрахунку конструкцій, які, по суті, зводилися до прагнення уникнути великої кількості обчислень. І коли фахівець складав розрахункову схему, він перш за все думав про можливість вирішення задачі в такій постановці. Положення докорінно змінилося з появою ЕОМ і методу скінченних елементів.

Метод скінченних елементів (МСЕ) – це чисельний метод вирішення задач прикладної фізики. Ключова ідея методу при аналізі поведінки конструкцій полягає в наступному: суцільне середовище (конструкція в цілому) моделюється шляхом розбиття її на області (скінченні елементи), в кожній з яких поведінка середовища описується за допомогою окремого набору вибраних функцій, що представляють напруження і переміщення у вказаній області. Ці набори функцій часто задаються в такій формі, щоб задовольняти умовам неперервності описуваних ними характеристик у всьому середовищі. Приклад скінченно-елементної моделі вузла з'єднання елементів металокопункцій та розподіл нормальних напружень в ньому при навантаженні, отримані за допомогою програмного комплексу ЛІРА-САПР, приведені на рис. 1.1.

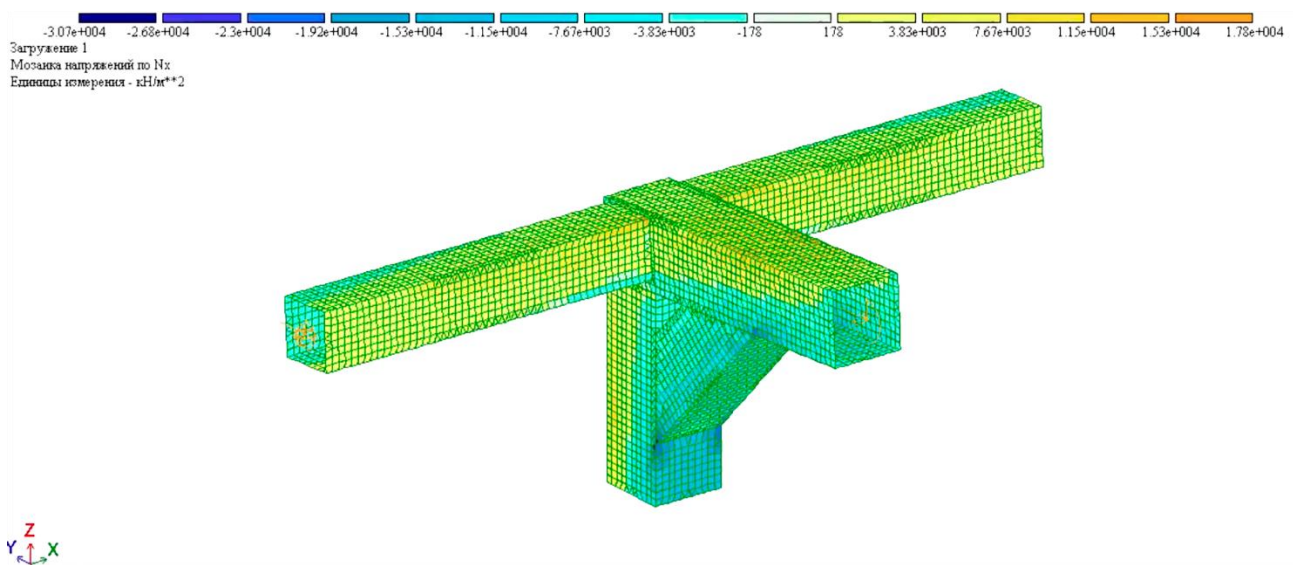


Рисунок 1.1 – Скінченно-елементна модель вузла з'єднання елементів металокопункцій та розподіл нормальних напружень в ньому

Основні переваги МСЕ:

- легка алгоритмізація при використанні обчислювальної техніки;
- просте формування систем лінійних рівнянь;
- можливість розрахунку неоднорідних і складних конструкцій за різних умов навантаження;
- широкий спектр розв'язуваних завдань.

Недоліки МСЕ:

- значний об'єм розрахунків;
- відсутність аналітичного розв'язку (необхідність повного розрахунку схеми для оцінки локального НДС);
- необхідність оцінки точності результатів розрахунку.

2. В період з 1850 по 1875 рр. завдяки зусиллям Максвелла, Кастільяно та Мора були вироблені основні концепції теорії аналізу стержневих конструкцій. Ці

концепції є наріжним каменем матричних методів будівельної механіки, які остаточно оформилися лише через 80 років і у свою чергу стали основою методу скінченних елементів.

Розвиток теорії і допоміжних дисциплін, що відносяться до методу скінченних елементів, був особливо слабким в період з 1875 по 1920 р. Це відбувалося в основному із-за наявності реальних труднощів при вирішенні рівнянь лінійної алгебри з великим числом невідомих.

Приблизно до 1920 р. завдяки зусиллям Мейні в США і Остенфельда в Нідерландах були сформульовані основні ідеї чисельного дослідження рамних і фермових конструкцій, засновані на заданні переміщень як невідомих параметрів. Ці ідеї передували сучасним матричним методам дослідження конструкцій проте важливим стримуючим чинником при аналізі була розмірність завдань, що визначалась числом невідомих параметрів переміщень або навантажень.

Ключові ідеї МСЕ в сучасному вигляді прослідковуються в роботах Олександра Хренікова (1941) та Річарда Куранта (1942). Проте, в зв'язку з великою розрахунковою складністю, практичні реалізації методу у формі завершених комп'ютерних програм були створені лише наприкінці 50-х в Штутгартському університеті (Аргеріс), університеті Берклі (Клаф) та університеті Суонсі (Зінкевич, Айронс).

В кінці 50-х – на початку 60-х років з розвитком обчислювальної техніки в будівельній механіці сталася революція, пов'язана з відмовою від багаточисельних вузько орієнтованих прийомів розрахунку. Сталося перенесення центру тяжіння у фундаментальні дослідження методів механіки твердого тіла і математичної фізики, а в інженерній практиці – на прийоми і методи побудови комп'ютерних моделей.

Першою процедурою, яка була реалізована на ЕОМ того періоду, було вирішення систем лінійних рівнянь. Ця процедура, з одного боку, лежить в основі практично всіх чисельних методів, з іншого боку, порівняно проста в реалізації, хоч і пов'язана з великою кількістю обчислень.

Потім було швидко усвідомлено, що можливість вирішення на ЕОМ систем лінійних рівнянь викликає інші проблеми. Складання великих систем і подальша обробка їх розв'язків – обчислення параметрів напружено-деформованого стану – виявилось також дуже трудомістким. Згодом ці процедури також були реалізовані в програмному забезпеченні. Реалізація інших етапів розрахунку (розрахункові сполучення зусиль, розрахункові сполучення навантажень, підсистеми конструювання та ін.) і їх інтеграція усередині програмних комплексів продовжується і в даний час.

3. Поява ЕОМ зумовила інтенсивну розробку чисельних методів, які, так або інакше, ґрунтувалися на трьох основних методах:

1. *Метод сил* – основний метод докомп'ютерної епохи, який охоплював можливості різних хитрувань з метою скорочення кількості обчислень (багаточисельні варіанти розрахункових схем, метод пружного центру та ін.). Незабаром з'ясувалося, що метод сил є неперспективним зважаючи на труднощі алгоритмізації побудови розрахункових схем, і надалі від нього довелося відмовитися.
2. *Варіаційно-різницеві методи* – розроблялися для вирішення задач розрахунку пластин і оболонок, ґрунтувалися на методах дискретизації функціоналу потенційної енергії (методи Рітца і Гальоркіна).
3. *Метод переміщень* – лежить в основі більшості сучасних програмних комплексів скінченно-елементного моделювання, його особливостями є дискретизація пластинчатих систем на основі стержневих апроксимацій та ітераційний (кроковий) метод для вирішення нелінійних задач.

Починаючи з середини п'ятдесятих років МСЕ в своєму розвитку пройшов через ряд безперервних модифікацій. Були сформульовані спеціальні елементи для плоского напруженого стану, введені скінченно-елементні співвідношення для деформівного твердого тіла, пластин, що згинаються, тонких оболонок та інших конструктивних форм. Як тільки були отримані співвідношення для дослідження статичної поведінки лінійно пружного матеріалу, увага фахівців переключилася на такі аспекти, як динамічна поведінка, геометрична і фізична нелінійності. Услід за цими дослідженнями настав період досить інтенсивного розвитку обчислювальних програм загального призначення, обумовлений бажанням забезпечити практиків можливістю застосовувати вказаний метод.

На сучасному етапі можна виділити три основних напрями розвитку чисельних методів розрахунку конструкцій:

- 1) пошуки альтернативних МСЕ чисельних методів;
- 2) вдосконалення МСЕ;
- 3) вдосконалення програмних комплексів, що реалізують МСЕ.

В 70-80-і роки розроблялися методи, альтернативні МСЕ в переміщеннях. В основному це методи, засновані на варіаційних формулюваннях, відмінних від функціонала в переміщеннях:

- 1) метод напружень, в якому використовується функціонал додаткової енергії Кастильяно;
- 2) змішані та гібридні методи;
- 3) метод граничних інтегральних рівнянь – дозволяє виразити значення переміщень усередині області через значення на границі, проте непридатний для неоднорідних областей і складної геометрії області.

У зв'язку з тим, що дійсної альтернативи МСЕ в переміщеннях знайти не вдалося, в даний час спостерігається спад в подібних наукових розробках.

Вдосконалення МСЕ в основному було пов'язане з розробкою уточнених типів скінченних елементів (СЕ) з тим, щоб понизити розмірність розв'язуваних рівнянь, а також у застосуванні МСЕ до вирішень задач динаміки, стійкості, фізичної і геометричної нелінійності. Основні напрями розвитку МСЕ – побудова уточнених СЕ за рахунок збільшення кількості вузлових невідомих і степеню апроксимуючих поліномів, дослідження впливу одночасного згущування сітки СЕ і збільшення степеню поліномів на результати моделювання та розробка методів підвищення точності обчислення напружень.

ТЕМА 3. Математичні основи методу скінченних елементів

1. Загальна схема методу скінченних елементів.
2. Матриця жорсткості скінченного елемента в локальній системі координат.
3. Матриця перетворень (направляючих косинусів).

1. Метод скінченних елементів (МСЕ) ґрунтується на уявному представленні суцільного тіла у вигляді сукупності окремих скінченних елементів, що взаємодіють між собою в скінченному числі точок, які називаються *вузлами*. Система розбивається на прості *скінченні елементи*, напружено-деформівний стан (НДС) яких попередньо досліджується.

Так, стержневі системи можуть бути розбиті на елементи у вигляді прямолінійних чи криволінійних стержнів з різними умовами з'єднання у вузлах. При розрахунку пластин найчастіше використовуються трикутні або чотирикутні СЕ. Далі будемо розглядати МСЕ розроблений на базі методу переміщень стосовно розрахунку плоских стержневих систем.

Сукупність сполучених між собою і прикріплених до основи СЕ утворює *розрахункову схему методу*, яку ще називають скінченно-елементною моделлю. Елементи і вузли скінченно-елементної схеми нумеруються.

Зовнішнє навантаження вважається прикладеним тільки у вузлах скінченно-елементної схеми. В загальному випадку при наявності позавузлових навантажень (наприклад, рівномірно розподілених навантажень чи моментів) обов'язково виконується перехід до вузлових навантажень.

У випадку прикладання лише вузлових зовнішніх навантажень переміщення вузлів будь-якого елемента однозначно визначають його внутрішні зусилля і напруження. Зв'язок між переміщеннями вузлів елемента і його внутрішніми зусиллями задається за допомогою *матриці жорсткості елемента*. Для всіх елементів, з яких складається скінченно-елементна схема, мають бути побудовані матриці жорсткості елементів. У програмних комплексах, що реалізують алгоритм МСЕ, зберігаються готові матриці жорсткості для елементів різних типів.

Кількість переміщень вузлів елемента, які однозначно визначають стан цього елемента називають числом *ступенів вільності* елемента. Для стержневих елементів плоскої задачі воно визначається за формулою:

$$n_{ст.в.} = 2 \cdot n_{ш} + 3 \cdot n_{ж} \quad (3.1)$$

де $n_{ш}$ – кількість шарнірних вузлів в елементі, а $n_{ж}$ – кількість жорстких вузлів в елементі. Дійсно, якщо вузол є шарніром, то його положення на площині можна охарактеризувати двома лінійними переміщеннями, наприклад у вертикальному і горизонтальному напрямках. У разі жорсткого вузла необхідно ще додатково до лінійних зміщень задати його поворот.

Аналогічно, для усієї скінченно-елементної схеми вводяться *матриця жорсткості системи* або глобальна матриця жорсткості, що встановлює зв'язок між переміщеннями вузлів системи і зусиллями в них, а також число ступенів вільності системи – кількість переміщень вузлів системи, які досить знати, щоб однозначно визначити стан усієї системи. Воно також визначається по формулі (3.1), в якій $n_{ш}$ – число шарнірних вузлів, а $n_{ж}$ – число жорстких вузлів в усій скінченно-елементній схемі.

Матриця жорсткості системи формується на основі матриць жорсткості всіх елементів схеми в єдиній системі осей координат, яка називається *глобальною*. При цьому матриці жорсткості окремих елементів формуються в *локальних системах координат*, що є відмінними від глобальної, і за допомогою спеціальної процедури приводяться до глобальної системи координат.

Оскільки матриця жорсткості системи встановлює зв'язок між зусиллями, прикладеними до її вузлів і переміщеннями вузлів, то маючи побудовану матрицю жорсткості системи і знаючи зовнішнє вузлове навантаження, можна знайти переміщення усіх вузлів скінченно-елементної схеми. Для цього потрібно розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Порядок цієї системи дорівнює числу її ступенів вільності.

По відомих переміщеннях вузлів системи для кожного елемента за допомогою наявних матриць жорсткості елементів можна знайти внутрішні зусилля в елементах від дії навантаження, прикладеного у вузлах.

Отже, розрахунок стержневої системи МСЕ у формі методу переміщень складається з наступних етапів:

1. Створення скінченно-елементної схеми (розбиття системи на вузли і елементи, їх нумерація, вибір глобальної системи координат).
2. Приведення заданого зовнішнього навантаження до вузлового.
3. Формування матриць жорсткості усіх елементів системи в локальних системах координат і їх перетворення в глобальну систему координат.
4. Формування глобальної матриці жорсткості, складання та розв'язування системи рівнянь МСЕ.

5. Визначення вузлових зусиль в елементах схеми з врахуванням приведенного позавузлового навантаження.

6. Визначення внутрішніх зусиль в елементах схеми, побудова епюр N , Q , M та їх аналіз.

Далі детально розглянемо усі ці етапи.

2. Матриця жорсткості СЕ в локальній системі координат $[r]_j'$ встановлює зв'язок між одиничними переміщеннями і зусиллями у вузлових точках для горизонтально розташованого елемента.

Як вже відзначалося, основна система МСЕ є сукупністю окремих стержнів, які з'єднуються між собою жорстко або за допомогою шарніра.

Отже, усе різноманіття СЕ можна звести до трьох типів елементів:

а) елемент з двох сторін обмежений жорсткими вузлами: такий елемент має шість ступенів вільності, тобто невідомими є шість можливих переміщень вузлових точок елемента



б) елемент з одного боку обмежений жорстким вузлом, а з іншою шарнірним: такий елемент має п'ять ступенів вільності



в) елемент з двох сторін обмежений шарнірними вузлами: такий елемент має чотири ступені вільності



Розглянемо формування матриць жорсткості для показаних вище трьох типів СЕ у локальній системі осей координат.

Для елемента з шістьма ступенями вільності (тип а) матриця жорсткості матиме вид

$$[r]_j' = \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} & \dots & r'_{16} \\ r'_{21} & r'_{22} & \dots & r'_{26} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r'_{61} & r'_{62} & \dots & r'_{66} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

де r'_{12} – реактивне зусилля в зв'язку 1 від одиничного переміщення зв'язку 2 і так далі.

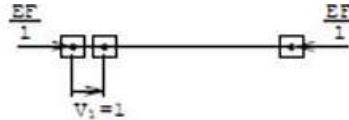
Чисельні значення реакцій визначатимемо використовуючи таблиці методу переміщень. Знак реакцій буде додатнім, якщо напрям реакцій співпадає з додатнім напрямом переміщень V_j .

1. Формування матриці жорсткості для елемента з шістьма ступенями вільності (тип а)



Задамо послідовно одиничні переміщення зв'язкам $V_1=1, V_2=1, \dots, V_6=1$.

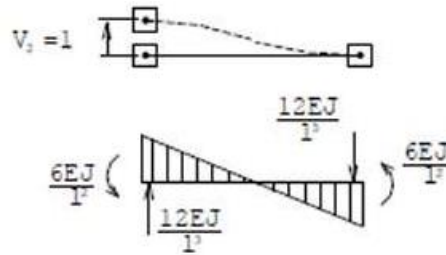
1) $V_1=1$:



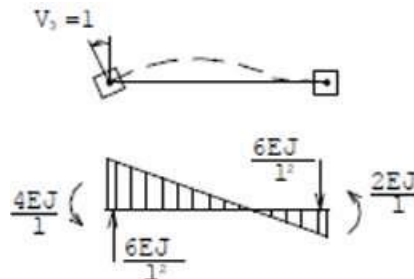
У відповідності із законом Гука

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF}, \quad \Delta l = V_1 = 1, \quad N = \frac{EF}{l}$$

2) $V_2=1$:



3) $V_3=1$:



Аналогічно задаємо $V_4 = 1, V_5 = 1, V_6 = 1$.

Розставляючи реакції у відповідні стовпці, отримаємо матрицю жорсткості для елемента з шістьма ступенями вільності

$$[r]_j = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EF}{l} & 0 & 0 & \frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Запишемо матриці жорсткості для двох інших типів елементів, формуючи їх аналогічно попередній.

2. Матриця жорсткості для елемента з п'ятьма ступенями вільності (тип б) матиме вигляд

$$[r]'_j = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{l^3} & \frac{3EI}{l^2} & 0 & -\frac{3EI}{l^3} \\ 0 & \frac{3EI}{l^2} & \frac{3EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{l^2} \\ -\frac{EF}{l} & 0 & 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{l^3} & -\frac{3EI}{l^2} & 0 & \frac{3EI}{l^3} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

3. Матриця жорсткості для елемента з чотирма ступенями вільності (тип в) запишеться

$$[r]'_j = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EF}{l} & 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

3. Розглянемо тепер СЕ у складі рами, розташований під кутом α до осі X в глобальній системі осей координат. Необхідно перейти від матриці реакцій $[r]'_j$ в локальній системі координат до матриці $[r]_j$ у глобальній системі координат.

Задачу вирішуємо таким чином. На початку побудуємо матрицю $[c]_j$, яка перетворить переміщення СЕ $\{Z\}_j$ в глобальній системі координат в переміщення $\{V\}_j$:

$$\{V\}_j = [c]_j \cdot \{Z\}_j \quad (3.6)$$

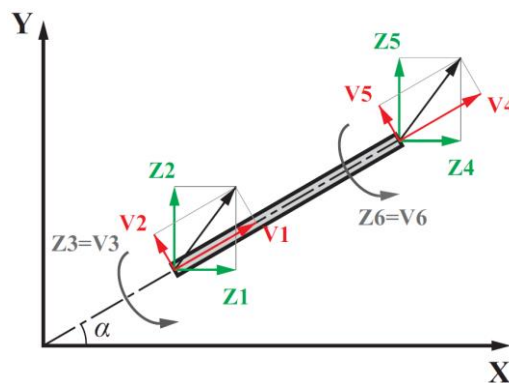


Рисунок 3.1 – Формування матриці перетворень

З рисунку 3.1 запишемо рівняння:

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_1 \cos\alpha + Z_2 \sin\alpha \\ V_2 &= -Z_1 \sin\alpha + Z_2 \cos\alpha \\ V_3 &= Z_3 \\ V_4 &= Z_4 \cos\alpha + Z_5 \sin\alpha \\ V_5 &= -Z_4 \sin\alpha + Z_5 \cos\alpha \\ V_6 &= Z_6 \end{aligned}$$

У матричній формі приведеній вище запис матиме вигляд

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

чи у блочній формі

$$[c]_j = \begin{bmatrix} c_n & 0 \\ 0 & c_k \end{bmatrix}$$

Оскільки ми розглядаємо плоскі пружні системи, то вектори вузлових зусиль і вузлових переміщень, як для окремого елемента, так і для споруди в цілому, пов'язані між собою лінійно:

- в локальній системі координат

$$\{S\}'_j = [r]'_j \{V\}_j \quad (3.8)$$

- в глобальній системі координат (*основне рівняння МСЕ*)

$$\{S\}_j = [r]_j \{Z\}_j \quad (3.9)$$

Крім того,

$$\{V\}_j = [c]_j \{Z\}_j \quad (3.10)$$

Аналогічно

$$\{S\}'_j = [c]_j \{S\}_j \quad (3.11)$$

де $\{S\}'_j, \{S\}_j$ – вузлові зусилля СЕ відповідно в локальній і глобальній системах координат.

Тоді

$$\{S\}_j = [c]_j^{-1} \{S\}'_j = [c]_j^{-1} [r]'_j \{V\}_j = [c]_j^{-1} [r]'_j [c]_j \{Z\}_j$$

Для матриці направляючих косинусів виконується рівність $[c]_j^{-1} = [c]_j^T$. Тоді

$$\{S\}_j = [c]_j^T [r]'_j [c]_j \{Z\}_j$$

Позначимо

$$[r]_j = [c]_j^T [r]'_j [c]_j \quad (3.12)$$

Вираз (3.12) і є формулою для обчислення матриці жорсткості СЕ в глобальній системі координат.

При формуванні матриць жорсткості окремих елементів $[r]_j$ мають бути зафіксовані початок і кінець кожного стержня, оскільки від цього залежить знак кута α , що визначає орієнтацію стержня в глобальній системі координат XOY .

ТЕМА 4. Результати розрахунку конструкцій методом скінченних елементів

1. Матриця жорсткості для споруди в цілому.
2. Визначення переміщень і зусиль в елементах схеми.
3. Приклад розрахунку рами методом скінченних елементів.

1. Розглянемо тепер як формується матриця жорсткості для споруди в цілому, коли є матриці жорсткості для усіх окремих елементів. Нехай задана яка-небудь стержнева система (рис. 4.1).

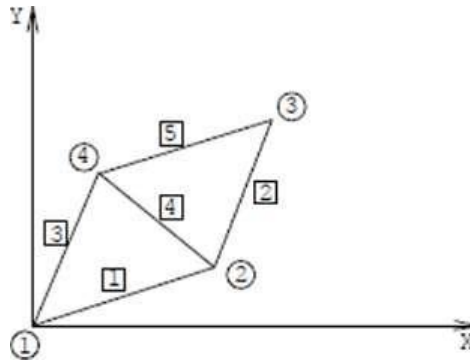


Рисунок 4.1 – Стержнева система

Усі вузли вважатимемо жорсткими, тобто з кожним з них пов'язано по 3 можливі переміщення.

Матрицю жорсткості для всієї споруди покажемо у блочному виді, з розмірами блоків 3×3 , оскільки з кожним вузлом пов'язано по 3 можливі переміщення (горизонтальне, вертикальне і поворот вузла).

$$[r] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & 0 & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ 0 & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Тут r_{12} – перший індекс вказує номер вузла, в якому виникає блок реакцій, а другий – номер вузла, зміщенням якого ці реакції викликані. Нульові блоки означають, що відповідні вузли не пов'язані безпосередньо стержнем і прямо не взаємодіють, тобто не передають реакції з вузла у вузол.

Загальна матриця жорсткості $[r]$ виходить шляхом сумування відповідних блоків матриць жорсткості окремих стержнів. Наприклад, перший рядок блочної матриці $[r]$ отриманий шляхом сумування відповідних блоків матриць жорсткості окремих елементів:

$$r_{11} = r_{11}^1 + r_{11}^2, \quad r_{12} = r_{12}^1, \quad r_{14} = r_{14}^3 \quad (4.2)$$

2. З основного рівняння МСЕ (3.9) визначається вектор вузлових переміщень

$$\{Z\} = [r]^{-1}\{S\} \quad (4.3)$$

Таким чином стають відомими переміщення всіх вузлів розрахункової схеми. Внаслідок нерозривності деформацій скінченноелементної моделі кінці стержнів, що примикають до вузлів, які переміщуються, матимуть такі самі переміщення. Отже, для кожного стержня скінченноелементної моделі можна побудувати вектор вузлових переміщень в локальній системі $\{S\}_j'$.

Сумарні реакції на кінцях стержня складаються з реакцій, які зумовлені переміщеннями вузлів скінченноелементної моделі і силами, що спричинені дією прикладеного на стержні зовнішнього навантаження. Дія сумарних кінцевих реакцій зумовлює внутрішні зусилля на кінцях стержня. Приклавши сумарні кінцеві реакції до стержня в локальній системі координат, можемо обчислити внутрішні зусилля в будь-якому його перерізі, розглядаючи рівновагу однієї з його частин.

3. Порядок розрахунку рами МСЕ розглянемо на конкретному невеликому прикладі. Задана рама показана на рис. 4.2 а). Жорсткості $EA_1 = EA_3 = 10 \text{ МН}$, $EA_2 = 20 \text{ МН}$, $EI_1 = 1 \text{ МН/м}^2$, $EI_2 = 2 \text{ МН/м}^2$.

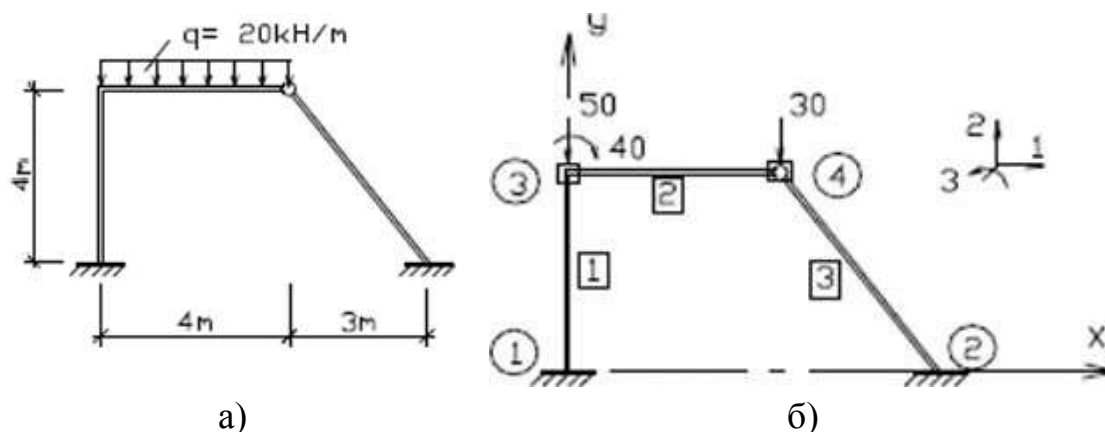


Рисунок 4.2 – Задана рама (а) і основна схема МСЕ (б)

Основну систему МСЕ вибираємо розбиваючи раму на три прямолінійні скінченні елементи (СЕ). Нумеруємо вузли та елементи.

У вузлі 3 елементи з'єднуються між собою жорстко, з цим вузлом пов'язано три невідомі переміщення. У вузлі 2 елементи з'єднуються шарніром, тут два невідомі переміщення. У опорних вузлах 1 і 2 усі три переміщення дорівнюють нулю. Отже, дана рама має п'ять невідомих переміщень в МСЕ. Додатні напрями переміщень і зовнішніх навантажень приймаємо як показано на малюнку.

Глобальну систему осей координат розташовуємо так, щоб координати усіх вузлів були додатними. Розподілене по ригелю навантаження приводимо до вузлового, використовуючи для цього таблиці методу переміщень (рис. 4.3).

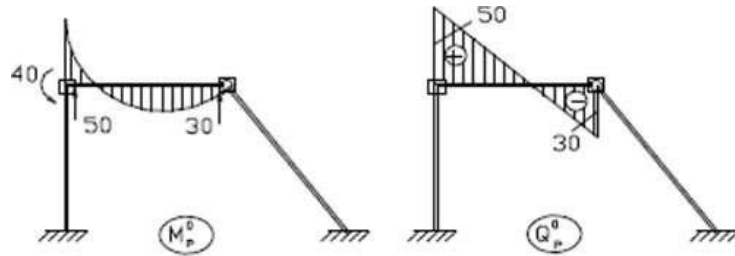


Рисунок 4.3 – Приведення позавузового навантаження до вузлового

Складаємо початкові матриці. Вектор зовнішніх навантажень P для споруди в цілому в загальній системі осей координат і вектори перетворень позавузових навантажень до вузлових для СЕ в локальних системах координат S_i^0 мають вигляд

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ -50 \\ -40 \\ 0 \\ -30 \end{bmatrix}, \quad S_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_2^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \\ 40 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}, \quad S_3^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Матриці жорсткості для СЕ в локальній системі координат складаються таким чином. Матриця жорсткості для першого елемента має розмірність 3×3 . оскільки три переміщення пов'язані з вузлом 1 рівні нулю, тому з матриці для елемента з двома жорсткими вузлами (3.3) викреслюємо три перші рядки і три перші стовпці. Для другого елемента матриця жорсткості має розмірність 5×5 та вигляд (3.4). Для третього елемента переміщення u в вузлі 2 також рівні нулю, тому його матриця жорсткості матиме розмірність 2×2 на основі (3.4). Локальна система координат пов'язана з окремим елементом, вісь X спрямована уздовж стержня від початкового вузла до кінцевого, а вісь Y нормально до неї.

$$r'_1 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1875 & -0.375 \\ 0 & -0.375 & 1 \end{bmatrix}$$

$$r'_2 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{l^3} & \frac{3EI}{l^2} & 0 & -\frac{3EI}{l^3} \\ 0 & \frac{3EI}{l^2} & \frac{3EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{l^2} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{l^3} & -\frac{3EI}{l^2} & 0 & \frac{3EI}{l^3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0.094 & 0.375 & 0 & -0.094 \\ 0 & 0.375 & 1.5 & 0 & -0.375 \\ -5 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & -0.094 & -0.375 & 0 & 0.094 \end{bmatrix}$$

$$r'_3 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Матриці направляючих косинусів, мають ту ж розмірність, що й матриці жорсткості : для першого елемента 3×3 , для другого 5×5 , для третього 2×2 . Поворот

елементів здійснюється проти годинникової стрілки, навколо початкового вузла з горизонтального положення до положення як в конструкції. У нашому випадку $\varphi_1=90^\circ$, $\varphi_2=0^\circ$, $\varphi_3=127^\circ$. Матриці направляючих косинусів запишуться

$$[c]_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[c]_2 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[c]_3 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & \sin \varphi_3 \\ -\sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.602 & 0.798 \\ -0.798 & -0.602 \end{bmatrix}$$

Матриці жорсткості окремих елементів в глобальній системі координат обчислюють за формулою (3.12)

$$[r]_j = [c]_j^T [r]_j' [c]_j.$$

Після перемноження відповідних матриць, отримуємо

$$r^1 = r_{33}^1 = \begin{bmatrix} 0.1875 & 0 & 0.375 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0.375 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$r^2 = \begin{bmatrix} r_{33}^2 & r_{34}^2 \\ r_{43}^2 & r_{44}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & \vdots & -5 & 0 \\ 0 & 0.094 & 0.375 & \vdots & 0 & -0.094 \\ 0 & 0.375 & 1.5 & \vdots & 0 & -0.375 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ -5 & 0 & 0 & \vdots & 5 & 0 \\ 0 & -0.094 & -0.375 & \vdots & 0 & 0.094 \end{bmatrix}$$

$$r^3 = r_{44}^3 = \begin{bmatrix} 0.7219 & -0.9586 \\ -0.9586 & 1.2811 \end{bmatrix}$$

Матриця жорсткості споруди в цілому формується з блоків матриць жорсткості окремих елементів таким чином:

$$r = \begin{bmatrix} r_{33}^1 + r_{33}^2 & r_{34}^2 \\ r_{43}^2 & r_{44}^2 + r_{44}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.1875 & 0 & 0.375 & \vdots & -5 & 0 \\ 0 & 2.594 & 0.375 & \vdots & 0 & -0.094 \\ 0.375 & 0.375 & 2.5 & \vdots & 0 & -0.375 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ -5 & 0 & 0 & \vdots & 5.7219 & -0.9586 \\ 0 & -0.094 & -0.375 & \vdots & -0.9586 & 1.375 \end{bmatrix}$$

де r_{33}^1 – блок реакцій, що виникають за рахунок пружних властивостей першого елемента, в зв'язках накладених на третій вузол, від одиничних зміщень цих же зв'язків.

Після знаходження оберненої матриці $[r]^{-1}$ по відомих стандартних процедурах, вектор переміщень Z визначається по формулі

$$Z = r^{-1}P = \begin{bmatrix} 4.306 & 0.1384 & -0.2302 & 4.2502 & 2.91 \\ 0.1384 & 0.3987 & -0.0646 & 0.1318 & 0.1063 \\ -0.2302 & -0.0646 & 0.44 & -0.2058 & -0.0279 \\ 4.2502 & 0.1388 & -0.2058 & 4.3942 & 3.0168 \\ 2.91 & 0.1063 & -0.0279 & 3.0168 & 2.8301 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -50 \\ -40 \\ 0 \\ -30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -85.01 \\ -20.54 \\ -13.53 \\ -89.21 \\ -89.1 \end{bmatrix}$$

Вектори вузлових зусиль в стержнях в загальній системі координат обчислюємо за формулою (3.9)

$$S_i = r_i Z_i$$

В результаті обчислень маємо:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -21 \\ -51.35 \\ -45.4 \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} 21 \\ 1.35 \\ 5.4 \\ -21 \\ -1.35 \end{bmatrix}, \quad S_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -28.63 \end{bmatrix}$$

Зусилля у вузлах скінченних елементів в локальній системі координат з врахуванням векторів перетворень навантажень визначаються

$$S'_i = c_i S_i + S_i^0 \quad (4.4)$$

У нашому випадку в результаті обчислень маємо

$$S'_1 = \begin{bmatrix} -51.35 \\ 21 \\ -45.4 \end{bmatrix}, \quad S'_2 = \begin{bmatrix} 21 \\ 51.35 \\ 45.4 \\ -21 \\ 28.65 \end{bmatrix}, \quad S'_3 = \begin{bmatrix} -35.5 \\ 0.38 \end{bmatrix}$$

Маючи вектори зусиль в локальній системі координат, прикладаємо їх до відповідних вузлів окремих елементів і будуємо епюри внутрішніх зусиль (рис. 4.4).

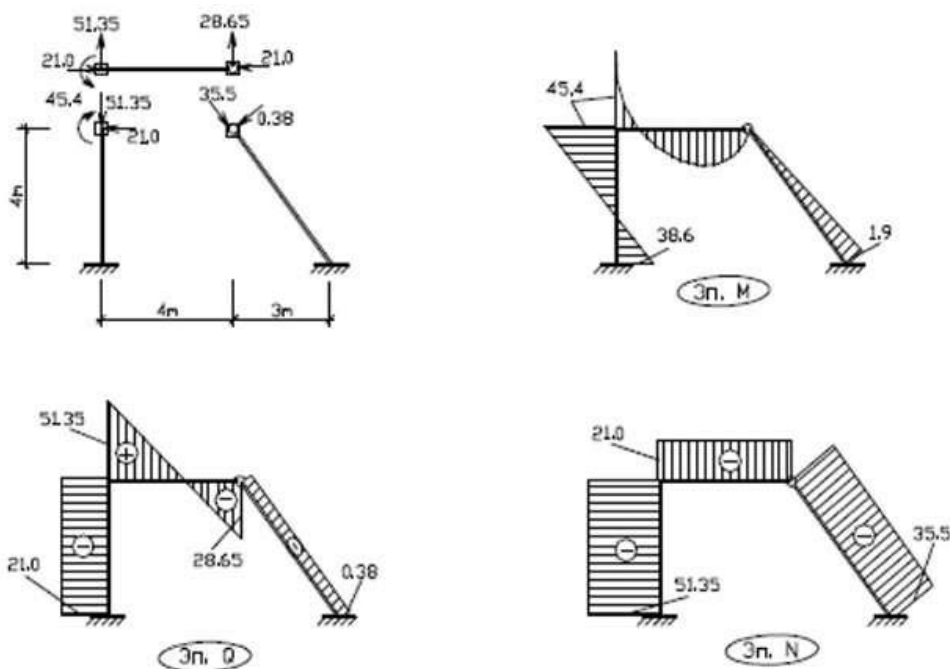


Рисунок 4.4 – Епюри внутрішніх зусиль

Для виконання статичної перевірки, покажемо розрахункову схему рами із заданими навантаженнями і опорними реакціями. Напрями і величини опорних реакції визначаємо по епюрах.

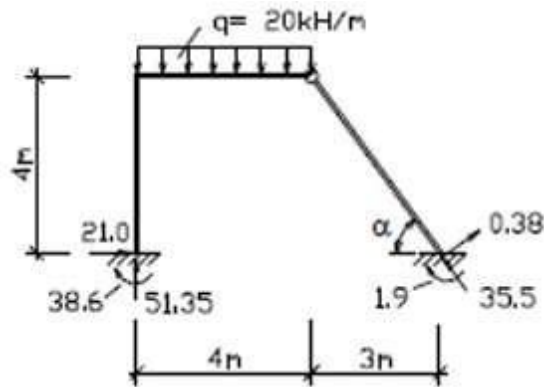


Рисунок 4.5 – Схема рами з визначеними опорними реакціями

Тоді умови статичної рівноваги записуються як:

$$\Sigma X = 0: \quad 21 + 0.38 \sin \alpha - 35.5 \cos \alpha = 0$$

$$\Sigma Y = 0: \quad 51.35 + 0.38 \cos \alpha + 35.5 \sin \alpha = 0$$

$$\Sigma M_B = 0: \quad q \cdot 4 \cdot 5 - 51.35 \cdot 7 - 38.6 - 35.5 = 0$$

ТЕМА 5. Структура ПК ЛІРА-САПР та порядок створення розрахункової моделі.

1. Порядок створення розрахункової моделі.
2. Загальна характеристика ПК ЛІРА-САПР.
3. Структура ПК ЛІРА-САПР.
4. Графічне середовище ПК ЛІРА-САПР.

1. Розрахункова схема цікавить інженера не сама по собі, а в якості проміжної моделі для визначення напружено-деформованого стану конструкції, для оцінки інженером таких показників конструкції як її здатність бути зведеною, надійно експлуатованою, економічною і так далі. В зв'язку з цим, процес отримання результуючої інформації умовно можна розділити на чотири етапи (рис. 5.1):

- 1) перехід від реальної конструкції (РК) до механічної або математичної її моделі (ММ);
- 2) перехід від неперервної механіко-математичної моделі до дискретної моделі або розрахункової схеми (РС), пристосованої до можливостей конкретного інструменту обчислень;
- 3) опис розрахункової схеми доступними засобами вибраного програмного забезпечення, проведення самого розрахунку та отримання чисельних результатів розрахунку (ЧР);
- 4) інтерпретація та аналіз результатів розрахунку і отримання результуючої інформації (РІ).

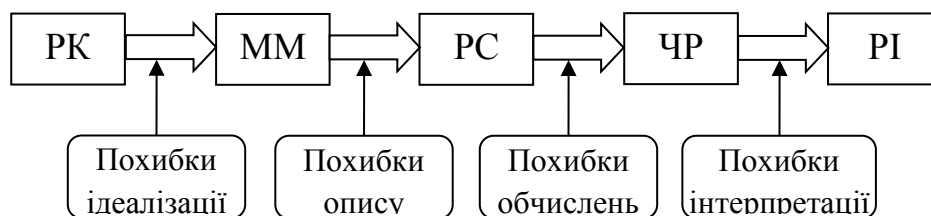


Рисунок 5.1 – Основні етапи розрахунку моделі конструкції

На кожному з цих етапів роль участі інженера і роль використовуваного програмного забезпечення різні, так само як і різна їх відповідальність. Важливо звернути увагу на те, що кожен з цих етапів містить елементи моделювання, а значить – вносить і свою долю в накопичення погрешностей при переході від РК до РІ.

Виділення з об'єкту його несучої частини є першим кроком ідеалізації. Умовність і неоднозначність цього кроку характеризується декількома обставинами:

- різною роллю окремих елементів споруди при різних режимах навантаження – при одних навантаженнях якісь елементи виконують лише роль допоміжних, а при інших вони істотно впливають на гру сил;
- зміною схеми передачі зусиль при різній інтенсивності навантаження: (змінна роль перегородок);
- змінами, які можуть відбуватися при різних режимах функціонування об'єкту: багато сучасних споруд належить до трансформовних, і те, що було несучим каркасом в одній конфігурації, може стати баластним вантажем при іншій конфігурації (якщо врахувати стадії виготовлення, перевезення і монтажу, то зміна функцій окремих частин споруди стане швидше правилом, ніж виключенням).

Після того, як вибрана та частина об'єкту, яка фігуруватиме в розрахунку, починається ідеалізація її геометричного образу – *геометричне моделювання*. Моделювання приводить до створення деякої геометричної моделі конструкції, позбавленої неістотних (на думку розраховувача) деталей, наприклад, дрібних об'єктів типу фасок і скруглень, що не беруться до уваги.

В процесі геометричного моделювання вирішується питання про можливу ідеалізацію об'єкту в сенсі надання йому властивостей регулярності або симетрії, хоча сам об'єкт, можливо, і не є строго регулярним, а умови симетрії можуть бути в незначній мірі порушеними. Проте регулярність і симетрія є такими потужними чинниками скорочення об'єму аналізу, що зазвичай на деякі відхилення не звертають увагу. Приблизно так само міркують при виявленні деяких частин об'єкту, що повторюються, які можна з тією або іншою мірою точності вважати однаковими підсистемами.

Наступним етапом є *ідеалізація матеріалу* конструкції, точніше вибір його фізико-механічних параметрів. Найчастіше матеріал наділяється властивостями ідеальної пружності або ідеальної пластичності. Значення параметрів, що характеризують властивості матеріалу (модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, межа текучості та ін.) приймаються по довідкових даних і передбачаються однаковими в межах достатньо великих частин споруди або по всій споруді, і відповідність їх реальних значень прийнятим аналізується дуже рідко.

Досить серйозною процедурою є *ідеалізація навантажень*, що діють на конструкцію в різних режимах роботи. Взагалі, навантаження є одними з найменш вивчених компонентів системи, вони мають велику мінливість в часі і просторі, і ті розрахункові моделі, якими оперує проектна практика, досить умовні. Деякі з моделей навантаження, які традиційно використовуються при складанні розрахункових моделей (рівномірно розподілене навантаження, зосереджена сила, імпульсна дія, гармонічні коливання) є сильними фізичними абстракціями, про що треба добре пам'ятати при аналізі результатів розрахунку. Особливо багато помилок в процесі ідеалізації навантажень здійснюється в частині опису їх поведінки в часі, що приводить до недостовірної картини динамічної поведінки системи. Саме у динаміці найяскравіше виявляється зворотний зв'язок між навантаженням і спорудою, коли її поведінка міняє сам характер динамічно прикладених навантажень (взаємовплив різних форм коливань та ін.).

Поняття навантаження є зручним способом опису взаємодії конструкції з довкіллям, але це не єдина форма такої взаємодії. Часто необхідно описати не силову, а кінематичну взаємодію, коли деякі зовнішні по відношенню до розрахункової системи пристрої затрудняють переміщення або повороти окремих точок або нав'язують їм свої переміщення. Такі умови, названі *в'язями*, майже завжди присутні в розрахунковій моделі. Звичайно, нескінченно жорстка в'язь, що задає системі певне (можливо, нульове) значення переміщення є ідеалізацією; насправді взаємодія з довкіллям реалізується через деякі пристрої, що мають дуже велику, але не нескінченно велику жорсткість.

Взагалі, слід було б говорити не стільки про навантаження, скільки про дії на споруду. Якщо спробувати їх класифікувати, то в першому наближенні дії можна розділити на зовнішні і внутрішні – з одного боку, а з іншого боку – на силові і кінематичні, що показано в таблиці 5.1.

Але і ця класифікація – умовна і неповна, оскільки не відображає таких специфічних умов взаємодії з довкіллям як корозія, хімічна взаємодія, фарбування, зміна схеми споруди в результаті розривів зв'язків (у тому числі і навмисних) і т.п.

Таблиця 5.1 – Класифікація дій на споруду.

	Силові дії	Кінематичні дії
Зовнішні дії	Навантаження	Задані переміщення опорних вузлів
Внутрішні дії	Контрольоване попереднє напруження	Дислокації, температурні переміщення

Ідеалізація в'язей поширюється і на опис законів взаємодії окремих елементів системи один з одним. Умови повного збігу переміщень або взаємних поворотів в точках з'єднання (абсолютно жорстка в'язь), так само як і відсутність якої б то не було взаємодії по даних видах переміщень (шарнір, повзунок), є досить сильною ідеалізацією реальної картини взаємодії.

Ідеалізація розрахункової моделі і неможливість зробити її абсолютно адекватною реальній конструкції створюють ситуацію деякої *невизначеності*, і саме в умовах такої невизначеності доводиться приймати проектні рішення.

Невизначеність породжується як недоступністю всієї необхідної інформації (наприклад, нам принципово невідомі всі можливі в майбутньому режими роботи конструкції), так і її неповнотою (ми не можемо точно взнати фізико-механічні властивості в будь-якій точці конструкції). Недоступність деяких видів інформації і її неповнота є принциповими моментами, їх неможливо повністю виключити, і наскільки б детально ми не вивчали поставлену проблему, ми не можемо ніколи сказати, що в розрахунковій моделі враховано все.

Проте не лише недоступність і неповнота даних породжують ситуацію невизначеності. Є ще і їх неоднозначність, тобто можливість різних трактувань одних і тих же чинників, а це вимагає оцінки наявних альтернатив. Відомі класичні підходи до невизначеності, які зводяться до наступних варіантів ухвалення рішень:

- використання теорії ймовірності, коли в основі рішення, що приймається, знаходиться об'єктивний попередній досвід;
- використання експертних оцінок, тобто ухвалення рішень на основі суб'єктивного досвіду експерта чи колективу експертів;
- мінімаксна оцінка, коли приймається найкраще рішення з числа можливих, в припущенні можливого найгіршого варіанту розвитку подій.

Всі ці варіанти застосовуються окремо чи спільно і направлені на оцінку правдоподібності розрахункової моделі. Є й інші чинники, що визначають приблизність розрахункової моделі і призводять до виникнення помилок, спотворень і протиріч.

Це, по-перше, *помилки апроксимації*, що виникають або за рахунок приблизності наших знань, або за рахунок їх навмисного загрублення. До такого

роду помилок можна віднести використання спрощених математичних описів – вибір поліномів відносно невеликого степеня для опису поля переміщень в методі кінцевих елементів і т. п. Сюди ж відносяться помилки від неузгодженості наукових теорій і гіпотез, використаних для описів різних деталей однієї і тієї ж розрахункової схеми.

По-друге, тут слід згадати наближеність майже всіх параметрів моделі, що задаються, пов'язану з реально існуючими допусками на розміри, вагу та інші вимірювані величини.

З ростом потужності обчислювальних засобів та деталізації моделей основні затрати часу при створенні та розрахунку задачі (рис. 5.2) припадають на етап аналізу результатів.

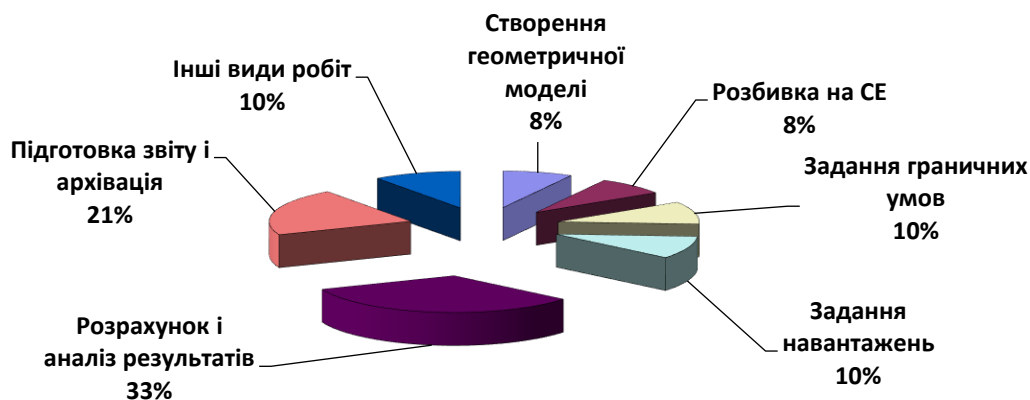


Рисунок 5.2 – Розподіл затрат часу на створення та розрахунок моделі

2. Як зазначалося раніше, існує декілька сотень програм, що реалізують МСЕ. Проте більшість з них носить «індивідуальний характер», тобто розроблені для вирішення того або іншого конкретного завдання і, як правило, використовуються лише розробниками. Дуже часто при заданні вихідних даних для таких програм необхідно володіти прийомами програмування.

Промислові програми орієнтовані на масове вживання і, як правило, користувачеві необхідні знання лише з наочної області та базові навички роботи з комп'ютером. Трудомісткість і вартість розробки промислових програм на багато порядків вищі, ніж «індивідуальних». Технологія розробки промислових програм, так само як і реалізація окремих алгоритмів є передовими технологіями і захищені патентами.

Програмний комплекс ЛІРА-САПР– це багатofункціональний програмний комплекс для розрахунку, дослідження і проектування конструкцій різного призначення. ПК ЛІРА-САПР заснований на використанні методу скінченних елементів (МСЕ) у формі переміщень, признаного в світі основним інструментом чисельного аналізу міцності та стійкості будівельних конструкцій.

ПК ЛІРА-САПР успішно застосовується в розрахунках об'єктів будівництва, машинобудування, мостобудування, атомної енергетики, нафтовидобувної

промисловості і в багатьох інших сферах, де актуальні методи будівельної механіки.

Програмні комплекси сімейства ЛІРА мають більш ніж 50-річну історію створення, розвитку і використання в наукових дослідженнях і практиці проектування конструкцій. Вони безперервно удосконалюються і пристосовуються до нових операційних систем і графічних середовищ.

Окрім загального розрахунку моделі об'єкту на всі можливі види статичних навантажень, температурних, деформаційних і динамічних дій (вітер з врахуванням пульсації, сейсмічні дії і т. п.), ПК ЛІРА-САПР автоматизує ряд процесів проектування: визначення розрахункових сполучень навантажень і зусиль, підбір і перевірка перерізів сталевих і залізобетонних конструкцій з формуванням ескізів робочих креслень колон і балок.

ПК ЛІРА-САПР дозволяє досліджувати загальну стійкість моделі, що розраховується, перевірити міцність перерізів елементів по різних теоріях руйнувань, надає можливість проводити розрахунки об'єктів з врахуванням фізичної і геометричної нелінійностей, моделювати процес зведення споруди з врахуванням монтажу і демонтажу елементів.

3. ПК ЛІРА-САПР складається з декількох взаємозв'язаних інформаційних систем (рис. 5.3):

- 1) ВІЗОР-САПР – система, яка організовує єдине графічне середовище користувача з багаточисельними можливостями синтезу і аналізу вирішуваного завдання;
- 2) ПРОЦЕСОР – складається з набору спеціалізованих підпроцесорів, що вирішують завдання в лінійній і нелінійній постановці, проводять розрахунок на стійкість і динамічні дії, реалізують супер-елементний підхід та дозволяють змоделювати процес зведення конструкції;
- 3) ЛАРМ-САПР – система проектування залізобетонних елементів;
- 4) СТК-САПР – система проектування сталевих елементів;
- 5) КС-САПР – конструктор перерізів;
- 6) РС-САПР – редактор бази даних прокатних сортаментів;
- 7) КМ-САПР – інтегрована в середовище AutoCAD система, що дозволяє на основі результатів розрахунку провести виконання робочих креслень;
- 8) ДОКУМЕНТАТОР – система підготовки конструкторської документації.

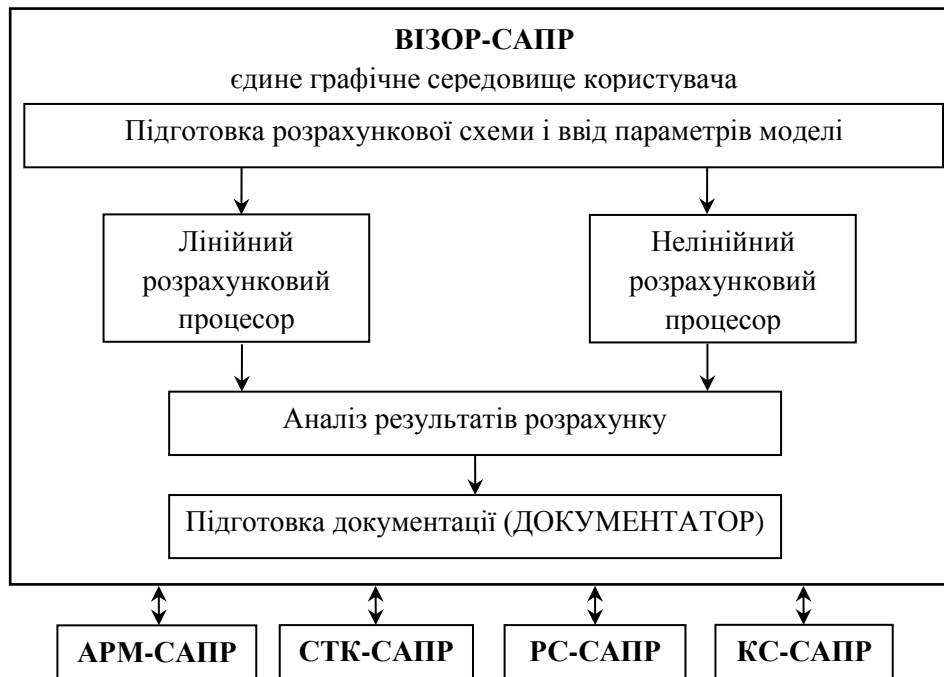


Рисунок 5.3 – Структура ПК ЛІРА-САПР

Система ВІЗОР-САПР – єдине графічне середовище, яке дозволяє провести підготовку вихідних даних і відображувати результати скінченно-елементного розрахунку і виконує наступні функції:

- візуалізація розрахункових схем на всіх етапах їх синтезу і аналізу;
- задання фізико-механічних властивостей матеріалів, в'язей, різних навантажень, характеристик динамічних дій, а також взаємозв'язків між навантаженнями при визначенні їх найбільш небезпечних поєднань;
- діагностика помилок;
- надання контекстних підказок, що виключають виникнення для користувача незрозумілих ситуацій;
- наявність багаточисельних і багатоваріантних прийомів створення моделі (фільтри, маркери, дескриптори, навігація, багатомовність, різні системи одиниць виміру, масштабованість, багатовіконний режим та ін.);
- наявність багаточисельних прийомів аналізу результатів (побудова ізополів, ізолійній напружень, переміщень, зусиль, анімація коливань, побудова деформованих схем, цифрова і колірна індикація елементів і їх атрибутів, регульований масштаб зображення);
- ідентифікація проходження завдання в процесорі;
- наявність розвиненої системи документування.

Можливості, що надаються за результатами розрахунку при відображенні напружено-деформованого стану об'єкту, дозволяють провести детальний аналіз отриманих даних

- за ізополями переміщень і напружень;
- за епюрами зусиль і деформацій;

- за мозаїками руйнування елементів;
- за головними та еквівалентними напруженнями та іншим параметрами.

Графічне середовище надає користувачеві можливість швидко і наочно створювати розрахункові схеми із знайомих базових об'єктів – стержнів, ферм, рам, пластин, оболонки, об'ємних тіл. Отримана конструкція відображується на екрані у вигляді реального просторового зображення. Його можна повертати, масштабувати, виділяти фрагменти, копіювати або переносити їх, збирати з окремих фрагментів складні розрахункові схеми. При цьому користувач працює з графічними образами об'єктів, природним для себе чином створюючи або редагуючи споруду або конструкцію.

ВІЗОР-САПР є багатовіконним середовищем. Це використовується при візуалізації об'єктів складної конфігурації (у декількох вікнах один і той же об'єкт може бути представлений в різних ракурсах), при аналізі результатів розрахунку (наприклад, одночасний перегляд в різних вікнах результатів за різними схемами завантаження конструкції) і в багатьох інших випадках. Інтерактивне середовище здійснює інтелектуальний взаємозв'язок між всіма відкритими вікнами даного завдання. Так, при зміні розрахункової схеми конструкції в якому-небудь одному вікні (додаванні або видаленні елементів, накладенні в'язей, зміні системи прикладених навантажень і т. п.) всі ці зміни автоматично знаходять відображення в розрахункових схемах, представлених у всіх інших вікнах даного завдання.

Важливою якістю інтерактивного середовища є багатозадачність – одночасна можливість підтримки роботи з декількома різними задачами. Багатозадачність дозволяє також створювати нові розрахункові схеми шляхом копіювання і збірки готових схем або фрагментів з інших завдань. В такий спосіб користувач може створити власний каталог типових схем і використовувати його в подальшій роботі.

ВІЗОР-САПР дозволяє вести спілкування з комплексом на російській чи англійській мовах, причому заміна мови може здійснюватися на будь-якій стадії роботи з комплексом. ВІЗОР-САПР дає можливість використовувати будь-яку систему одиниць виміру як при створенні моделі, так і при аналізі результатів розрахунку.

Графічна система ВІЗОР-САПР використовує стандартний підхід, прийнятий в операційній системі Windows для роботи з файлами, вікнами, діалогами та у ряді інших випадків.

РОЗРАХУНКОВИЙ ПРОЦЕСОР реалізує сучасні методи складання та вирішення систем рівнянь МСЕ, що володіють високою швидкістю і дозволяють вирішувати системи з дуже великим числом невідомих. При цьому можливі задання лінійних і нелінійних законів деформації матеріалів, врахування геометричної нелінійності. Реалізовані закони деформації різних класів залізобетону. При розрахунках нелінійних завдань проводиться автоматичний вибір кроку навантаження з врахуванням його історії. Можливості процесора

дозволяють змоделювати поведінку споруди в процесі зведення при багатократній зміні розрахункової схеми.

У розрахунковому процесорі міститься обширна **БІБЛІОТЕКА СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ**, яка дозволяє створювати адекватні розрахункові моделі практично без обмежень на реальні властивості об'єктів, що розраховуються.

Система конструювання залізобетонних елементів **ЛАРМ-САПР** може функціонувати після закінчення роботи процесора, коли сформовані файли переміщень та зусиль. Вона реалізує підбір площ перерізу арматури колон, балок, плит і оболонок по першому і другому граничних станах відповідно до нормативних документів, що діють в країнах СНГ, ЄС, США та Канаді. Існує можливість задання довільних характеристик бетону і арматури, що має велике значення при розрахунках, пов'язаних з реконструкцією споруд. Система може здійснювати як підбір арматури, так і перевірку заданого армування для елементів. За результатами розрахунку формуються креслення балок і колон.

Система конструювання сталевих елементів **СТК-САПР** може функціонувати після закінчення роботи процесора, коли сформовані файли переміщень і зусиль. Система призначена для підбору і перевірки сталевих перерізів фермових елементів, балок і колон із стандартних профілів (кутники, двотаври, швелери), зварних і складених перерізів відповідно до діючих нормативних документів.

Система **КС-САПР** дозволяє в спеціалізованому графічному середовищі сформувати перерізи довільної конфігурації, обчислити їх осьові характеристики на згин, кручення і зріз. Крім того, є можливість обчислення секторіальних характеристик перерізів, координат центрів згину і кручення, моментів опору, а також визначення форми ядра перерізу. За наявності зусиль в заданому перерізі проводиться відображення картини розподілу поточного, головного і еквівалентного напруження, що відповідає різним теоріям міцності.

Система **РС-САПР**, яка інформаційно пов'язана з ВІЗОР-САПР та **СТК-САПР**, дозволяє проводити редагування бази даних сортаменту прокатних і зварних профілів.

Система **ДОКУМЕНТАТОР** призначена для формування звітів за результатами роботи з комплексом. Основні можливості системи документування наступні:

- надання стандартних вихідних форм з можливістю їх гнучкого налаштування по складу елементів даних і форми видачі;
- вбудовані механізми генерації користувачем нових вихідних форм;
- видача графічної інформації в різних векторних і растрових форматах для виводу на друк чи експорту в спеціалізовані програми;
- видача табличної інформації у форматі електронних таблиць з можливістю їх подальшої обробки, виводу і зберігання;

- автоматичне оновлення підготовлених документів при зміні схеми.

Система документування складається з трьох окремих підсистем: графічного документатору; інтерактивних таблиць; пояснювальної записки. Передбачено можливість експорту оформлених результатів у текстові, табличні та графічні редактори.

Графічний документатор призначений для створення, компоновки і виводу на друк креслень, схем та іншої графічної інформації про вирішувану задачу. Як графічний об'єкт, що зберігається, може виступати будь-яке зображення, сформоване в робочих вікнах єдиного графічного середовища користувача. Документатор дозволяє виводити на аркуш необхідну текстову інформацію, що пояснює представлені графічні зображення, а також таблиці, сформовані в інтерактивному режимі. Всі об'єкти, розміщені на аркуші документатору, можуть редагуватися.

Підсистема Інтерактивні таблиці дозволяє створювати, виводити на екран чи друк таблиці та форми, склад і вміст яких визначає користувач. Після створення або вибору необхідної форми користувач задає список об'єктів (вузлів, елементів), для яких буде заповнена таблиця і, при необхідності, вказує перелік завантажень, що його цікавлять. Тим самим він обмежує об'єм інформації, що відображується в таблиці, і спрощує її аналіз.

Пояснювальна записка містить загальну інформацію про завдання – назву об'єкту, вид вирішуваного завдання, типи використовуваних скінченних елементів, основні характеристики завантажень, посилання на використовувані нормативні документи та ін. Вихідний текст пояснювальної записки генерується автоматично за інформацією, заданою користувачем в процесі формування розрахункової схеми. Створений текст також може редагуватися, після чого його можна зберегти у файлі або роздрукувати.

ПК ЛІРА-САПР підтримує інформаційний зв'язок з іншими широко поширеними САД-системами, такими як AutoCAD, ArchiCAD, HyperSteel, Allplan, ФОК-ПК, Revit Structure та ін.

ПК ЛІРА-САПР має в своєму розпорядженні широку систему контекстної довідки, що містить повну інформацію про всі компоненти комплексу, правила і порядок роботи з ними.

4. ПК ЛІРА-САПР володіє розвинутими засобами графічного середовища для побудови моделей та аналізу результатів їх розрахунку. Загальний вигляд головного вікна системи ВІЗОР-САПР приведений на рис. 5.4.

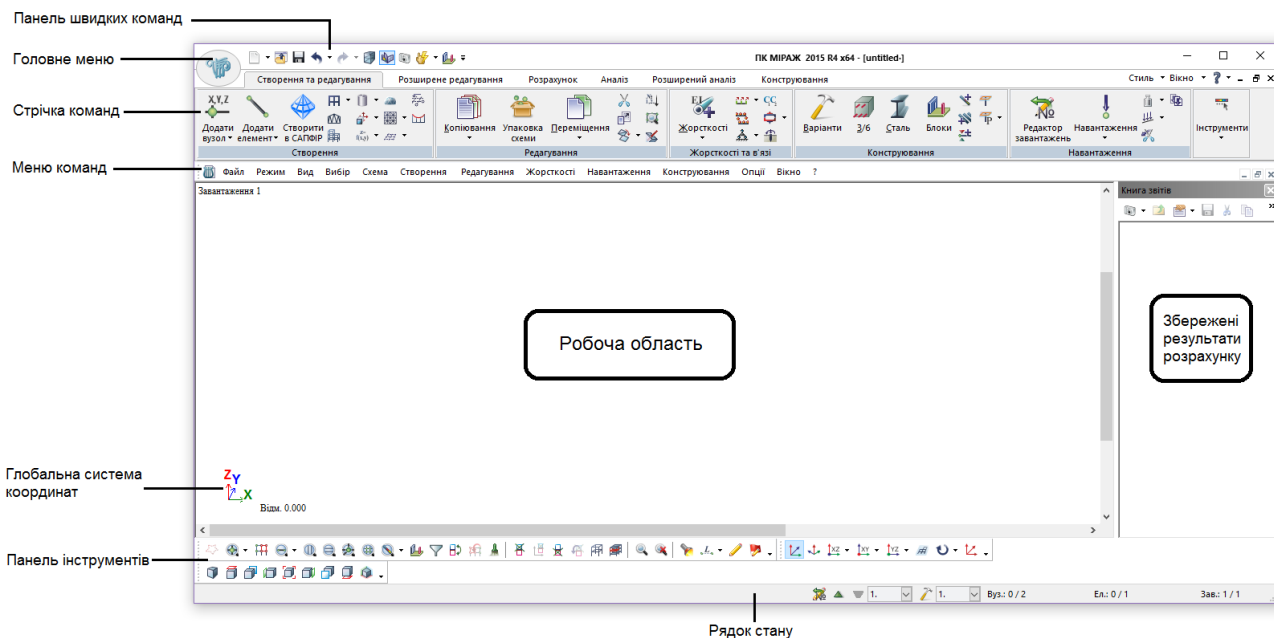


Рисунок 5.4 – Загальний вигляд головного вікна системи ВІЗОР-САПР

Структура вікон ПК ЛІРА-САПР стандартна для програм ОС Windows і включає в себе:

- заголовок вікна, в якому виводиться назва програми та ім'я поточного проекту, міститься панель виклику швидких команд;
- рядок випадаючих меню, в яких згруповані всі доступні команди;
- стрічка команд, що об'єднує всі інструменти та елементи керування, розділені на вкладки;
- панель інструментів, що містить кнопки для виклику найчастіше використовуваних команд;
- робочу область, в якій у графічній формі відображається побудована розрахункова схема та виводяться результати розрахунку;
- інформаційний рядок, в якому виводиться коротка інформація про призначення вибраної команди, а також повідомлення і підказки системи. У правій частині інформаційного рядка розміщені три цифрові поля, в яких виводиться інформація про кількість вузлів і елементів моделі, номер активного завантаження і кількість всіх завантажень, передбачених користувачем.

Після створення нової задачі графічне середовище ПК ЛІРА-САПР працює в режимі формування розрахункової схеми. Цей режим надає користувачеві широкий набір інструментальних засобів, операцій і функцій для опису скінченно-елементних моделей конструкцій і споруд широкого класу. Важливе місце відведене створенню стандартних плоских і просторових фрагментів (рам, ферм, оболонки тощо). Отримані таким чином базові елементи можуть надалі копіюватися, переміщатися, зшиватися один з одним, утворюючи у результаті складні просторові розрахункові схеми. Окремий блок функцій реалізує операції задання жорсткостей і їх присвоєння елементам розрахункової схеми.

Після формування геометричної схеми конструкції наступним етапом є задання зовнішніх навантажень. У задачі може бути кілька завантажень, після проведення розрахунку можна переглядати результати окремо по кожному з них. Важливим елементом розрахунку, необхідним при використанні результатів для конструювання є автоматизований вибір розрахункових поєднань зусиль при спільній дії декількох завантажень. Потрібні для цього дані задаються для кожного завантаження в спеціальній таблиці розрахункових сполучень зусиль (РСЗ).

В разі успішного розв'язку задачі на диску створюються набори робочих файлів з результатами і стає доступним режим візуалізації результатів розрахунку. При аналізі напруженого стану для стержневих елементів розрахункової схеми можуть бути побудовані епюри будь-якого з переміщень і зусиль, що виникають в поточному завантаженні. Для пластин, оболонки і тривимірних тіл результати представляються у вигляді ізополів напружень, де кожен колір відповідає певному діапазону значень.

В процесі роботи над задачею ПК ЛІРА-САПР створює в робочих каталогах ряд файлів, в яких зберігаються вихідні дані та результати розрахунку:

*.*lir* – основний файл проекту, в якому зберігаються всі дані розрахункової схеми;

*.*txt* – текстовий файл задачі, містить опис розрахункової схеми в текстовому вигляді, використовується процесором ПК ЛІРА для розрахунку, а також при конвертації вихідних файлів ПК ЛІРА у інші формати;

.~lir* – файл резервної копії проекту;

*.*har* – робочий файл системи ЛАРМ-САПР;

*.*stc* – робочий файл системи СТК-САПР;

*.*sbf*, *.*stf* – двійковий та текстовий файли системи КС-САПР, які містять опис сконструйованого перерізу;

*.*srt* – файли баз даних сортаменту системи РС-САПР;

*.*mkt* – макет системи ДОКУМЕНТАТОР, в якому зберігаються всі сформовані користувачем листи з графічною інформацією проекту;

*.*blk*, *.*kln* – файли з результатами підбору армування балок та колон системою ЛАРМ-САПР;

.#xx.**, *.*_xx.**, *.*#xx* – проміжні файли з результатами розрахунку окремих елементів схеми.

ТЕМА 6. Бібліотека скінченних елементів ПК ЛІРА-САПР

1. Можливості бібліотеки скінченних елементів.
2. Універсальний стержень.
3. Універсальні скінченні елементи плоскої задачі.
4. Універсальні скінченні елементи просторової задачі.
5. Спеціальні скінченні елементи.

1. Величезний вплив на можливості моделювання будівельних об'єктів і реалізацію їх розрахункових схем дає бібліотека скінченних елементів (БСЕ) використовуваного програмного комплексу.

Основна вимога до бібліотеки скінченних елементів – це її відкритість, тобто можливість поповнювати її новими процедурами. По суті, саме БСЕ надає програмним комплексам, що реалізують метод скінченних елементів (МСЕ), властивість універсальності і гнучкості, оскільки, поповнивши БСЕ новими СЕ, можна розширити клас вирішуваних завдань, практично залишаючи без змін основну структуру комплексу.

Також необхідною вимогою до БСЕ є її прозорість, тобто для кожного типу СЕ мають бути описані базисні функції, типи вузлових невідомих і приведені величини порядку збіжності. Це може виявитися дуже корисним при складанні складних комбінованих скінченно-елементних моделей і оцінці отриманого наближеного розв'язку.

Кожен тип скінченних елементів характеризується наступними властивостями:

- розмірністю використовуваного простору (одновимірний, двовимірний, тривимірний);
- геометричною формою, яка найчастіше є однієї з простих геометричних фігур (відрізок прямої, трикутник, прямокутник, чотирикутник, тетраедр і т.п.);
- набором вузлів, що розташовуються (як правило) на лініях (поверхнях) розділу елементів і є загальними для елементів, що граничать один з одним;
- набором використовуваних зовнішніх і внутрішніх ступенів вільності, віднесених найчастіше до вузлів (хоча і не обов'язково до вузлів) — переміщення, повороти і т.п.;
- системою апроксимуючих функцій, що визначають усередині області СЕ наближені вирази для компонент переміщень, і їх зв'язком з ступенями вільності СЕ, які однозначно визначаються значеннями цих компонент, заданими у вузлах для всіх ступенів вільності елемента;
- фізичним законом, що зв'язує напруження і деформації;
- визначенням енергетичного простору, для моделювання елементів якого призначені СЕ даного типу. Це визначення енергетичного простору еквівалентно посиланню на клас задач, до яких застосовуються СЕ даного типу (СЕ пластини плоского напруженого стану, СЕ плити на пружній основі, СЕ стержнів для просторових задач і т.д.);
- переліком обмежень і рекомендацій щодо використання.

Бібліотека скінченних елементів ПК ЛІРА-САПР містить елементи, що моделюють роботу різних типів конструкцій:

1) **Елементи стержнів** (СЕ 1-5, 10). Це широкий набір одновимірних скінченних елементів, що володіють наступними властивостями:

- довільний переріз, постійний або змінний по довжині стержня;
- довільне місцеве навантаження;
- примикання до вузлів за допомогою абсолютно жорстких вставок або шарнірів;
- можливість врахування зсуву;
- можливість моделювання різних класів задач.

2) **Елементи плоскої задачі** (балки-стілки, тонкі плити, пологі оболонки – СЕ 11, 12, 21- 24, 27, 30, 41, 42, 44). Це набір двовимірних скінченних елементів, що мають форму трикутника, прямокутника, опуклого чотирикутника і володіють наступними властивостями:

- можливість врахування анізотропних, ортотропних та ізотропних властивостей матеріалу;
- можливість моделювання багатошарових конструкцій;
- можливість моделювання різних класів конструкцій: балки-стілки, плити, що працюють на згин, у тому числі і на пружній основі, оболонки;
- довільне місцеве навантаження на всій або на частині області СЕ.

3) **Елементи просторової задачі** (масивні тіла – СЕ 31-34, 36). Це набір тривимірних скінченних елементів у вигляді паралелепіпеда, тетраедра, чотирикутної і трикутної призми, випуклих шестикутного і восьмикутного елементів, що володіють наступними властивостями:

- можливість врахування анізотропних властивостей матеріалу;
- довільне навантаження на всій або на частині області СЕ.

4) **СЕ для нелінійних задач** (СЕ 200-500). Їх набір і властивості аналогічні скінченним елементам для лінійно деформівних систем, крім того ці скінченні елементи повинні допускати можливість задання довільних законів деформації (залежності між напруженнями і деформаціями). Важливою властивістю таких скінченних елементів є можливість моделювання біматеріалів (типу залізобетону) із заданням двох різних законів деформування, а також можливістю моделювати властивості ґрунту. Важливою вимогою до БСЕ є наявність скінченних елементів (особливо стержнів і пластин), що одночасно враховують фізичну і геометричну нелінійність.

5) **Спеціальні елементи** (СЕ 51, 53-55). Деякі з цих елементів можна умовно віднести до скінченних елементів, оскільки вони не володіють власне атрибутами СЕ (базисні функції, область скінченного елемента і т.п.). Проте з точки зору реалізації вони природно вписуються в скінченно-елементну процедуру і значно розширюють інструментарій для побудови скінченно-елементних моделей. До

таких елементів можна віднести елементи, що моделюють податливий зв'язок між вузлами, законтурні елементи пружної основи, односторонні в'язі, елемент, що моделює попереднє напруження (форкопф), елемент, що моделює абсолютно жорстке тіло та багато інших.

2. Універсальний стержневий СЕ призначений для моделювання плоских і просторових стержневих конструкцій. Універсальний стержень зображений на рис. 6.1. Стержень має місцеву праву декартову систему координат X_1, Y_1, Z_1 , відносно якої задається місцеве навантаження і визначаються зусилля. Вісь X_1 направлена вздовж осі стержня від початку (вузол 1) до кінця (вузол 2). Осі Y_1, Z_1 є головними центральними осями інерції. Вісь Z_1 завжди напрямлена у верхній півпростір, вісь Y_1 паралельна горизонтальній площині XOY глобальної системи координат.

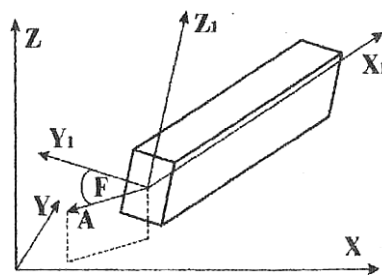


Рисунок 6.1 – Універсальний стержень

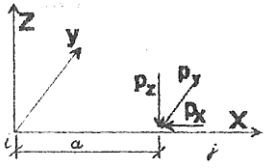
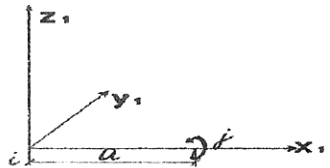
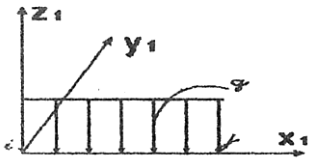
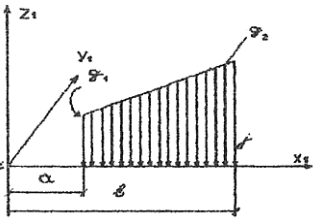
Передбачаються різні варіанти кріплення стержня до вузлів схеми:

- за допомогою абсолютно жорстких вставок уздовж місцевих осей;
- за допомогою зняття в'язі за будь-яким напрямом (зняття в'язі, що відповідає лінійнійому ступеню вільності, забезпечує проковзування; зняття кутової в'язі – вільний поворот, тобто циліндричний шарнір).

Допускається наявність пружної основи. Може враховуватися зсув. Скінченний елемент може працювати у всіх ознаках схем (при різних ступенях вільності), що застосовуються при розрахунку стержневих конструкцій. Скінченний елемент допускає місцеві навантаження, наведені в табл. 6.1. Допускається задання місцевого навантаження на жорстких вставках уздовж осі X_1 .

3. Універсальні скінченні елементи плоскої задачі призначені для розв'язку плоскої задачі теорії пружності, а також розрахунку тонких жорстких пластин і тонких пологих оболонок на міцність. Матеріал однорідний по товщині елемента, лінійно пружний, ізотропний.

Таблиця 6.1 – Допустимі навантаження на стержневі СЕ.

Схема навантаження, величина та прив'язка	Тип СЕ	Допустимі напрямки навантаження
<p>Зосереджена сила</p>  <p>P_i (кН), a (м)</p>	<p>1, 2 3 4, 5, 10</p>	<p>X, Z Z X, Y, Z</p>
<p>Зосереджений момент</p>  <p>M_i (кНм), a (м)</p>	<p>1, 2 3 5, 10</p>	<p>UY UX, UY UX, UY, UZ</p>
<p>Рівномірно розподілене навантаження</p>  <p>q_i (кН/м)</p>	<p>1, 2, 3 4, 5, 10</p>	<p>Z X, Y, Z</p>
<p>Трапеціювате навантаження</p>  <p>q_a, q_b (кН/м), a, b (м)</p>	<p>1, 2 3 4, 5, 10</p>	<p>X, Z Z X, Y, Z</p>
<p>Температурне навантаження</p> <p>$t, \Delta t$ (град), α (град⁻¹)</p>	<p>1, 4 2, 3 5, 10</p>	<p>X X, UY X, UY, UZ</p>

Тонкими вважаються пластини, в яких

$$\frac{L_{\min}}{\delta} \geq 5,$$

де L_{\min} – найменший з розмірів в плані, δ – товщина.

Жорсткими вважаються пластини, прогин яких не перевищує $\delta/5$.

Оболонки вважаються тонкими, якщо

$$\frac{R}{\delta} > 20,$$

де R – мінімальний радіус кривизни середньої поверхні.

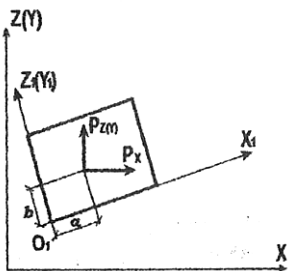
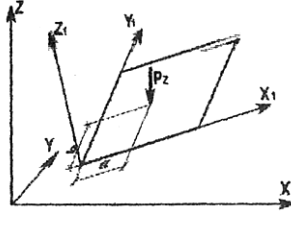
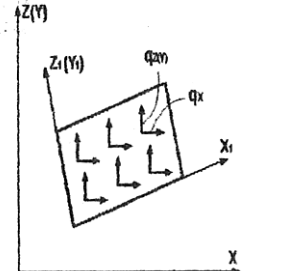
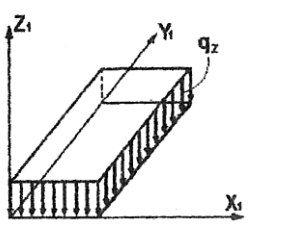
Оболонки вважаються пологими, якщо

$$\frac{L_{\min}}{f_0} \geq 5,$$

де f_0 – стріла підйому оболонки.

Допускається задання навантажень на скінченний елемент у місцевій та загальній системах координат. Передбачені види навантажень приведені в табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Допустимі навантаження на плоскі СЕ.

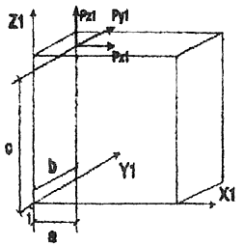
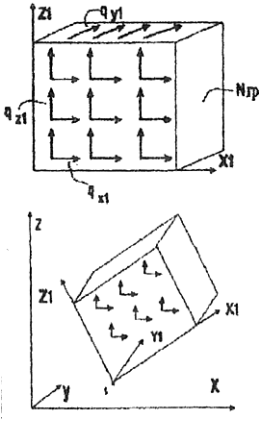
Навантаження	Схема навантаження	Тип СЕ	Напрямок навантаження	Величина навантаження
Зосереджене навантаження в площині елемента		21, 22, 23, 24	X, Z	P_i (кН), a, b (м)
		41, 42, 44	X, Y	
Зосереджене навантаження із площини елемента		11, 12, 41, 42, 44	Z, UX, UY	P_z (кН), a, b (м) M_i (кНм), a, b (м)
Рівномірно розподілене навантаження в площині елемента		21, 23, 27, 30	X, Z	q_i (кН/м ²)
		41, 44	X, Y	
Рівномірно розподілене навантаження із площини елемента		11, 12, 41, 42, 44	Z, UX, UY	q_z (кН/м ²) m_i (кНм/м)
Температурне навантаження		11, 12	X, Z	$t, \Delta t$ (град), α (град ⁻¹)
		21-24, 27, 30	UX, UY	
		41, 42, 44	X, UX Y, UY	

4. Універсальні СЕ просторової задачі призначені для визначення напружено-деформованого стану масивних просторових конструкцій з однорідного ізотропного лінійно-пружного матеріалу в постановці тримірної задачі теорії пружності.

Крім того, можливий розв'язок об'ємної задачі теорії пружності для двокомпонентних матеріалів (залізобетону, композитів і т.п.), при якому один з компонентів (армуючий) має вищі характеристики міцності, ніж основний. Передбачається, що армуючий матеріал (окремі стержні, сітки і т.п.) розташований ортогонально до осей місцевої системи координат елемента. Такі двокомпонентні матеріали носять назву конструктивно ортотропних.

Допускається задання навантаження на скінченний елемент як у місцевій, так і в загальній системах координат, а також із прив'язкою у вигляді приростів у загальній системі координат. Передбачені види навантажень приведені в табл. 6.3.

Таблиця 6.3 – Допустимі навантаження на просторові СЕ.

Навантаження	Схема навантаження	Тип СЕ	Напрямок навантаження	Величина навантаження
Зосереджене навантаження		31-33	X, Y, Z	P_i (кН), a, b, c (м)
Рівномірно розподілене навантаження ($N_{gp} = 1,6$ – номер грані)		31-34, 36	X, Y, Z	q_i (кН/м ³) $N_{gp} \neq 0$
Розподілена по об'єму власна вага		31-34	X, Y, Z	q_i (кН/м ³) $N_{gp} = 0$
Температурне навантаження		31-34, 36	X, Y, Z	$t, \Delta t$ (град), α (град ⁻¹)

5. Спеціальні скінченні елементи призначені для обмеження лінійних і кутових переміщень за напрямками осей координат, для введення в'язей скінченної

жорсткості за напрямками осей координат, а також для врахування податливості матеріалу між суміжними вузлами (наприклад, податливість ростверка або металевих прокладок між елементами).

СЕ, що моделює в'язі скінченної жорсткості (СЕ 51)

Такий СЕ застосовується для введення в'язі скінченної жорсткості за напрямком однієї з осей глобальної або локальної системи координат вузла. Так, наприклад, для ступенів вільності X , Y , Z скінченний елемент дозволяє змоделювати роботу пружини або пружної основи.

Законтурний двохвузловий СЕ пружної основи (СЕ 53)

Такий СЕ застосовується для моделювання відпору смуги ґрунту за межами плити. Смуга ґрунту при цьому розташовується перпендикулярно до контура плити. Врахування відпору за контуром відбувається за рахунок роботи ґрунту на зсув. В кожному з вузлів є по одному ступеню вільності – переміщення уздовж глобальної осі Z .

Законтурний одновузловий СЕ пружної основи (СЕ 54)

Такий СЕ застосовується для моделювання відпору кутової зони ґрунту, що примикає до кута плити. Врахування відпору в зоні, що примикає до кута, відбувається за рахунок роботи ґрунту на зсув. В кожному з вузлів є по одному ступеню вільності – переміщення уздовж глобальної осі Z .

СЕ, що моделює пружний зв'язок між вузлами (СЕ 55)

Такий СЕ призначений для врахування податливості зв'язку між вузлами з'єднання конструктивних елементів – колони з діафрагмою, ригеля з колоною і т.п. Елемент описується двома вузлами, в кожному з яких є по шість ступенів вільності, визначених відносно осей глобальної системи координат. Таким чином, елемент дозволяє змоделювати як лінійну, так і кутову податливість зв'язку відносно осей X , Y , Z загальної системи координат. Вузли, між якими моделюється податливість, можуть мати однакові координати.

СЕ для моделювання попереднього натягу (СЕ 208, 308)

Такий елемент, також відомий як «форкопф», дозволяє моделювати процес організації заданого натягу, наприклад, вантової сітки, вантової сфери, щоглових вант, мембран і т.п. Для таких конструкцій натяг однієї з вант викликає перерозподіл зусиль в інших елементах і для досягнення заданого натягу в усіх вантах необхідно організувати досить складний ітераційний процес, який моделює натурний процес натягу, коли заданий натяг досягається послідовною багатократною підтяжкою і відпуском натягуючих пристроїв (форкопфів, домкратів, поліспаствів) з неперервним контролем величин попереднього натягу.

ТЕМА 7. Принципи побудови скінченно-елементних моделей

1. Системи координат.
2. Ознаки схеми.
3. Врахування прямої та косої симетрії.
4. Моделювання шарнірів у стержневих і площинних елементах.

1. Сучасні програмні комплекси надають користувачеві можливість використання набору різних систем координат. Можна виділити три основні *види систем координат* (рис. 7.1):

- Глобальна (X, Y, Z) – відносно якої може описуватися весь набір чинників, що характеризують комп'ютерну модель: вузлові переміщення, в'язі місцеві і вузлові навантаження, напруження і т. д. Глобальна система координат може бути декартовою, циліндричною, сферичною і ін.
- Місцева система координат (X_1, Y_1, Z_1) є прерогативою скінченних елементів. Відносно неї може задаватися навантаження, що діє по області скінченного елемента, обчислюється напруження, ведеться розрахунок армування.
- Локальна система координат (X_2, Y_2, Z_2) є прерогативою вузлів. Відносно неї можуть задаватися напрями переміщень, вузлові навантаження, в'язі.

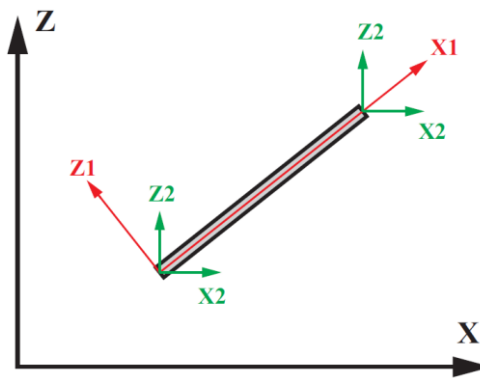


Рисунок 7.1 – Системи координат стержневого СЕ

2. Кожний вузол схеми в загальному випадку має 6 ступенів вільності: три лінійні переміщення вздовж осей X ; Y ; Z і три повороти навколо X ; Y ; Z . Для розрахункових схем, у яких кількість ступенів вільності у вузлі менша шести (плоскі ферми, плоскі рами і т.п.), для зменшення розмірності задачі застосовується так звана ознака схеми. В ПК ЛІРА-САПР задіяні п'ять ознак схеми:

Ознака 1 – схеми, що розташовуються в площині XOZ ; кожний вузол має 2 ступені вільності – лінійні переміщення уздовж осей X , Z . За цією ознакою розраховуються плоскі ферми і балки-стілки.

Ознака 2 – схеми, що розташовуються в площині XOZ ; кожний вузол має 3 ступені вільності – лінійні переміщення уздовж осей X , Z і поворот навколо осі Y . За цією ознакою розраховуються плоскі рами і допускається включення елементів ферм і балок-стінок.

Ознака 3 – схеми, що розташовуються в площині XOY ; кожний вузол має 3 ступені вільності – лінійне переміщення вздовж осі Z і навколо осей X , Y . За цією ознакою розраховуються балочні ростверки і плити; допускається врахування пружної основи.

Ознака 4 – просторові схеми, кожний вузол яких має 3 ступені вільності – лінійні переміщення уздовж осей X , Y , Z . За цією ознакою розраховуються просторові ферми та об'ємні тіла.

Ознака 5 – просторові схеми загального виду з шістьма ступенями вільності у вузлі. За цією ознакою розраховуються просторові каркаси, оболонки і допускається включення об'ємних тіл, врахування пружної основи і т.п.

3. Якщо розрахункова схема має площини симетрії, то для зменшення розмірності задачі рекомендується вводити у розрахунок частину схеми, що обмежена цими площинами.

На вузли, що лежать у площині прямої симетрії, накладаються в'язі, ортогональні до цієї площини, а при косій симетрії – паралельні до неї. У табл. 7.1 показано, за якими напрямками ступенів вільності на ці вузли накладаються в'язі.

Якщо площина симетрії не паралельна до жодної з площин загальної системи координат, то накладання відповідних в'язей можна виконати за допомогою локальної системи координат вузла.

Таблиця 7.1 – Накладання в'язей при врахуванні симетрії.

	Симетрія					
	пряма			коса		
Площини симетрії чи паралельні до неї	XOZ	XOY	YOZ	XOZ	XOY	YOZ
В'язі	$Y, UX,$ UZ	$Z, UX,$ UY	$X, UY,$ UZ	$X, Z,$ UY	$X, Y,$ UZ	$Y, Z,$ UX

4. Під словом «шарнір» мається на увазі звільнення від лінійної або кутової в'язі між вузлом схеми і кінцем стержня, що входить у цей вузол, чи вузлом скінченного елемента

У стержнях шарніри задаються безпосередньо при створенні схеми і орієнтуються відносно осей місцевої системи координат X_1, Y_1, Z_1 . Шарнірне кріплення стержня до вузлів може бути реалізоване також за допомогою нульової згинної жорсткості.

При заданні шарнірів у площинних елементах рекомендується використовувати такий прийом: у місці, задання шарніра здійснити подвійну нумерацію вузлів розбиття (один із вузлів відноситься, до одного, а інший – до іншого скінченного елемента). Потім об'єднати відповідні лінійні переміщення цих вузлів. Якщо в іншому напрямку шарнір відсутній, то об'єднуються також і кутові переміщення цих вузлів у цьому напрямку.

Якщо необхідно, наприклад, у плиті (рис. 7.2) описати шарнір відносно осі Y , то по лінії вузлів 4, 12, 20, 28, 36 робиться подвійна нумерація вузлів (додаються вузли. 5, 13, 21, 29, 37, координати яких можуть співпадати з координатами вузлів 4, 12, 20, 28, 36). Потім попарно об'єднуються (для вузлів 4 і 5, 12 і 13 і т.д.) переміщення у напрямках Z і UX . Для елементів оболонки, крім цього, попарно об'єднуються лінійні переміщення вузлів у напрямках X і Y .

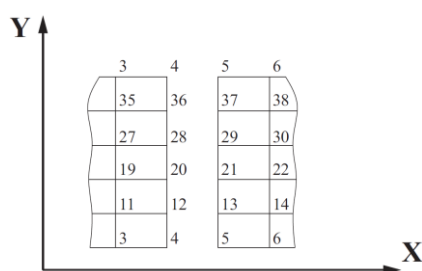


Рисунок 7.2 – Моделювання шарніру у плиті

Так само чинять при шарнірному кріпленні елементів оболонки до стержня. Окремо нумеруються вузли оболонки і стержня (та ж подвійна нумерація), а потім попарно об'єднуються переміщення вузлів у напрямках X , Y і Z .

Якщо відомі лінійні податливості в місці установки шарніра, то між вузлами подвійної нумерації задається пружна в'язь (СЕ типу 55). У цьому випадку об'єднання переміщень по вказаних напрямках не задається.

ТЕМА 8. Раціональне розбиття на скінченні елементи

1. Принцип фрагментації конструкції.
2. Суперелементне моделювання.
3. Об'єднання переміщень.
4. Абсолютно жорсткі вставки.
5. Сполучення різних типів скінченних елементів.

1. Іноді доводиться розв'язувати великі задачі, в яких густу сітку застосувати не можна через обмежені ресурси комп'ютера, а укрупнене розбиття не дає достатньої картини напружено-деформованого стану конструкції. У цьому випадку пропонується поєднати укрупнену і густу сітку.

Фрагментацією називають виділення з конструкції деякої її частини для подальшого розрахунку лише цієї виділеної частини конструкції (фрагмента). Взаємодія фрагмента з рештою конструкції замінюється дією силових або деформаційних чинників в місцях примикання відкинутої частини. Звичайно, значення цих чинників беруться з розрахунку всієї конструкції, схема якої може бути достатньо спрощеною, зате сам фрагмент може бути скільки завгодно складний, і мати навіть інший тип скінченно-елементної моделі. Наприклад, загальна схема може бути стержневою, а фрагмент досліджуваного вузла може бути створений на основі тривимірних скінченних елементів.

Фрагментація полягає у послідовному вирізуванні та детальному розрахунку якоїсь певної частини конструкції. Такий підхід застосовується при дослідженні областей концентрації напружень – навколо отворів, у місцях різкої зміни перерізів елементів і т.д. Його можна застосовувати також при розв'язуванні великих задач. Спочатку розраховується схема з укрупнених скінченних елементів. Потім вирізаються окремі фрагменти цієї схеми і розбиваються детальніше. Розрахунок фрагменту здійснюється на впливи, отримані в результаті розрахунку крупної схеми.

Так, для багатоповерхової будівлі (рис.8.1) найважливішою інформацією є картина напружено-деформованого стану перших трьох поверхів. Тут можна виконати густе розбиття лише перших трьох поверхів. Розбиття решти поверхів може бути досить грубим.

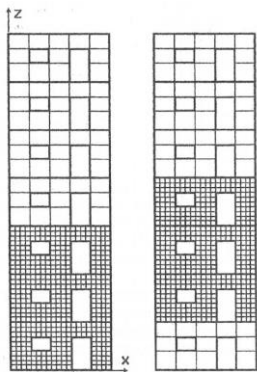


Рисунок 8.1 – Приклад фрагментації для багатоповерхової будівлі

2. У ПК ЛІРА-САПР реалізована можливість роботи із суперелементною розрахунковою моделлю. На кількість невідомих не накладається ніяких обмежень. Вибір розбиття схеми на суперелементи або лише на скінченні елементи залишається за користувачем.

При використанні суперелементної моделі конструкції основна розрахункова схема розбивається на декілька розрахункових схем, які називаються **схемами суперелементів**. Вузли стикування суперелементів з основною схемою називаються **супервузлами**.

Якщо ж у схемі є однакові суперелементи, то кількість обчислень можна істотно скоротити, якщо виконати всі обчислення для одного з них і отримані

результати використати для решти суперелементів цього ж типу. Такий підхід справедливий і у тому випадку, коли суперелементи одного типу по-різному орієнтовані щодо глобальної системи координат основної схеми.

Зрозуміло, всі ці переваги суперелементної моделі повною мірою проявляються лише у тому випадку, коли в системі є багато однакових суперелементів, що повторюються, в яких кількість внутрішніх вузлів помітно перевищує число зовнішніх вузлів.

Використовуючи суперелементи, можна провести розрахунок поетапно, істотно понизивши на кожному етапі розмірність завдання. Спочатку будують матрицю жорсткості для всіх типів суперелементів, потім розраховують систему, що складається з суперелементів. В результаті цього розрахунку визначають переміщення супервузлів. На заключному етапі розраховують кожен з суперелементів на задані переміщення супервузлів.

Використання суперелементів доцільне у таких випадках:

- передбачувана розмірність задачі при скінченно-елементному розбитті перевершує можливості комп'ютера (пам'ять, швидкодія, погана обумовленість матриці);
- у задачі міститься велика кількість ідентичних конструктивних елементів (панелі, об'ємні блоки і т.п.);
- наявні типові конструктивні елементи, які вже були сформовані для об'єктів, що були розраховані раніше;
- є локальне зосередження елементів, що нелінійно деформуються.

Бувають випадки, коли задача містить декілька різних об'єктів, що відрізняються матеріалами, набором скінченних елементів, геометрією і т.п. Наприклад, при розрахунку панельних будинків дрібне розбиття кожної панелі призводить до великої розмірності задачі, а застосування суперелементів дозволяє істотно знизити вплив розмірності подібних задач на швидкість їх виконання (рис. 8.2). При цьому варто врахувати й те, що кількість типів суперелементів у таких задачах, зазвичай, невелика.

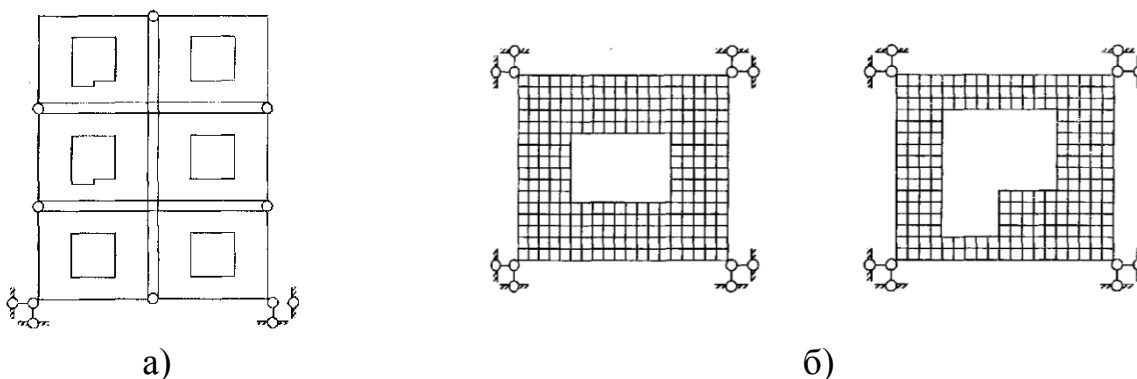


Рисунок 8.2 – Діафрагма багатоповерхової будівлі (а) та відповідні їй типи суперелементів (б)

Істотного скорочення часу розрахунку можна досягти при розв'язуванні нелінійних задач, у яких наявні крупні включення, що лінійно деформуються. Наприклад, складні будівлі, що опираються на пружну основу. Для таких будівель врахування нелінійної роботи основи має істотне значення. У цьому випадку наземну будівлю необхідно оголосити суперелементом, матриця жорсткості якого на кожному кроці нелінійного розрахунку залишається незмінною.

Теоретично суперелементи у свою чергу можна розбивати на підсхеми (суперелементи 2-го рангу), розвиваючи цей процес і організовуючи своєрідну багаторангову рекурсію. У ПК ЛІРА реалізований лише один ранг суперелементів. У переважній більшості випадків цього достатньо для описання розрахункової схеми дуже високої розмірності.

Використання суперелементів корисне не лише для зменшення розмірності вирішуваного завдання, але і для зручності синтезу і аналізу.

3. У ПК ЛІРА-САПР передбачена можливість задання інформації про вузли, що мають однакові переміщення у заданому напрямку. Ці переміщення одержують один порядковий номер, тобто відбувається об'єднання декількох невідомих у системі лінійних алгебраїчних рівнянь.

Об'єднання переміщень різних вузлів схеми, тобто примусове нав'язування значень переміщень одного вузла іншому, є широко поширеним прийомом при створенні розрахункових схем. Цей прийом використовується найчастіше для того, щоб змодельовати нехтування деякими деформаціями системи.

Наприклад, такий прийом дозволяє об'єднувати горизонтальці переміщення вузлів, що належать перекриттю в плоских багатоповерхових рамах, адже перекриття являють собою жорсткий диск: поздовжня сила, що може виникнути в перекритті, дуже мала в порівнянні з перерізом перекриття, що її сприймає. Дуже зручний такий прийом у задачах з динамічними впливами від вітру чи сейсміки в горизонтальному напрямку. У цьому випадку інерційна маса всього перекриття збирається в один (будь-який) вузол перекриття.

Складніше об'єднувати переміщення в просторі по поверххах перекриття. Для симетричної багатоповерхової рами, наприклад, можна нехтувати закручуванням її навколо вертикальної осі. Тоді достатньо об'єднати переміщення всіх вузлів перекриття у напрямках X, Y , і схема в цьому випадку спрощується.

Для випадків, коли центр жорсткості будівлі не співпадає з центром мас, а також для несиметричних в плані будівель (особливо при недостатній кількості діафрагм жорсткості) закручуванням будівлі нехтувати не можна. Тут потрібно об'єднувати горизонтальні переміщення на рівні перекриття по рамах. Якщо вважати, що диск перекриття не може змінювати своєї форми, то необхідно об'єднати переміщення для всього перекриття по повороту ще й відносно осі Z .

4. **Абсолютно жорсткі вставки** використовуються, як правило, при порушенні співвісності стикування стержнів у вузлі (стик частин колони, примикання до колони ригелів різної висоти, врахування ребр в плитах і т.п.).

Жорсткі вставки орієнтуються уздовж осей місцевої системи координат XI, YI, ZI . Навантаження, що задаються на стержень з жорсткими вставками, прив'язуються до початку пружної частини. Заданий шарнір розташовується між жорсткою вставкою і пружною частиною. Зусилля обчислюються тільки в пружній частині, тому при перевірці рівноваги у вузлі, де є такий стержень, слід здійснювати перенос зусиль з пружної частини у вузол з урахуванням заданого навантаження на вставку.

При розрахунку стержневих систем часто виникає необхідність врахувати ексцентричність стикування елементів у вузлах (рис. 8.3). Вставка між вузлами n і $n+1$ стержня з дуже великою, але скінченною жорсткістю, як це представляється інтуїтивно можливим, призводить до різкої втрати точності обчислень за рахунок погіршення обумовленості матриці жорсткості. Для обходу цієї обчислювальної трудності в розрахункових комплексах передбачається можливість використовувати нескінченно жорсткі вставки по кінцях стержневих елементів. Тоді розрахункова схема має лише один вузол, що займає довільне положення на прямій між вузлом n і вузлом $n+1$. Втрата точності в цьому випадку не спостерігається.

Найпростіше можна поступити, якщо цей єдиний вузол сумістити з вузлом n або $n+1$, тоді абсолютно жорстка вставка з'явиться лише в одного з елементів. Платою за це спрощення є те, що внутрішні сили будуть визначені лише на пружній частині стержня.

Якщо є абсолютно жорсткі в'язі, що не співпадають з напрямком осей загальної системи координат, то вони реалізуються за допомогою локальної системи координат вузла.

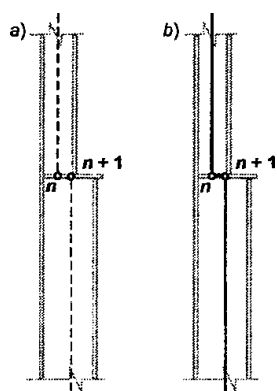


Рисунок 8.3 – Ступінчастий стик колони

Заміна діафрагм жорсткості на стержневу систему

Якщо діафрагма жорсткості має відношення $H/a > 6$, то її доцільно замінити стержнем еквівалентної жорсткості, а для включення цього стержня

використовувати абсолютно жорсткі вставки. На рис. 8.4, а показано застосування цього прийому для фрагмента рамно-в'язевої системи у випадку, якщо діафрагма не має отворів, а на рис. 8.4 б показаний цей же прийом, якщо діафрагма має отвори.

У ряді випадків така заміна може призвести до точнішого розв'язку, ніж скінченно-елементна модель. Якщо елемент має невелике відношення поперечних розмірів до довжини, то його моделювання скінченними елементами вимагає дуже густої сітки, а моделювання стержнем у цьому випадку є доцільнішим.

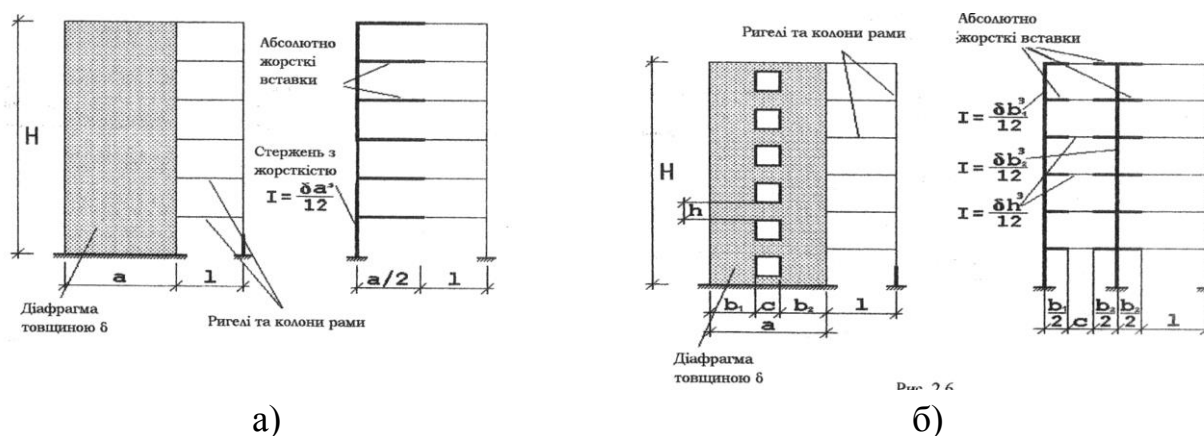


Рисунок 8.4 – Заміна діафрагми жорсткості стержнем

5. Лише у окремих випадках вся конструкція представлена елементами однакового типу (наприклад, лише елементами плити); частіше зустрічаються випадки, коли в одній розрахунковій моделі присутні і стержневі, і оболонкові, і інші елементи.

Сучасні розрахункові програмні комплекси допускають майже довільну комбінацію скінченних елементів найрізноманітніших типів, розмірності, розмірів і геометричної форми, а також з різними чисельними характеристиками жорсткості, проте при їх використанні необхідно враховувати особливості сполучення різних типів скінченних елементів.

Сполучення колон і плит

За останні роки популярними стали розрахунки стержневих каркасів будівель і споруд спільно з плитними фундаментними конструкціями.

Розглянемо дискретну розрахункову схему, що поєднує в собі скінченні елементи плити і стержневі елементи, жорстко приєднані до плити. Сітка скінченних елементів плити вибирається так, щоб стержні каркаса будівлі потрапляли у вузли сіткового розбиття плити. Якщо не робити жодних додаткових заходів, то описана вище розрахункова схема у вузлах стиковки плитних і стержневих елементів забезпечить спільність як вертикальних переміщень плити і каркасу (переміщень в напрямі, перпендикулярному площині плити), так і відповідних кутів повороту. Проте, отримувані в цій розрахунковій схемі згинні

моменти в перетинах стійок, що примикають до плити, не мають відношення до дійсного розподілу внутрішніх зусиль.

Починаючи з деякої сіткової розбивки, подальше дроблення сітки повинне призводити до зменшення абсолютних значень згинних моментів в стержнях в місцях їх закладення в плиту. У границі, при прямуванні максимального розміру сіткового елемента до нуля ці згинні моменти також повинні прямувати до нуля, а це означає, що дана розрахункова схема забезпечує не жорстке, а шарнірне приєднання елементів каркаса до плити. Те, що користувач формально при вибраній їм сітці набуває деяких відмінних від нуля чисельних значень згинних моментів свідчить лише про погрішність дискретизації в методі скінченних елементів.

Для того, щоб відкоректувати розрахункову схему, слід розглянути конструктивне рішення в місці прикріплення каркаса до плити. Якщо стійки каркаса приєднані до плити за допомогою підколонників, то останні можуть розглядатися як абсолютно жорстке тіло, що не міняє своїх розмірів при будь-яких змінах сітки скінченних елементів плити. Розміри ж абсолютно жорсткого тіла можна призначити, виходячи з розмірів підколонника ($a \times b$) з врахуванням розподілу тиску від нього на плиту під кутом 45° (рис. 8.5) до серединної поверхні плити, що повністю відповідає традиційній інженерній практиці.

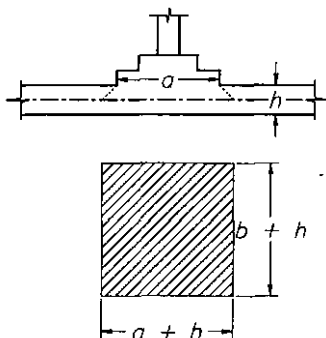


Рисунок 8.5 – Сполучення колони з плитою через підколонник

У цій схемі зосереджений момент від стійок каркаса передається на плиту через жорстку шайбу, розміри якій $a+h$ і $b+h$ не зв'язані з розмірами сітки скінченних елементів, а значить, і з погрішністю дискретизації. Хоча погрішність дискретизації і впливатиме на чисельні значення згинних моментів в стійках, вона не надасть такої катастрофічної дії на відхилення розрахункової схеми від реальної конструкції, як це було у вихідній постановці завдання без введення в розрахункову схему жорсткого тіла. У тому випадку, коли підколонники відсутні, можна в якості розмірів жорсткого тіла прийняти розміри поперечного перетину стійки.

Опирання плити на точкову опору

Такого типу проблема виникає в завданні опирання плити на одиночну колону при необхідності сприйняття крутних моментів відносно вертикальної осі колони. В цьому випадку можна рекомендувати введення абсолютно жорстких вставок (рис. 8.6).

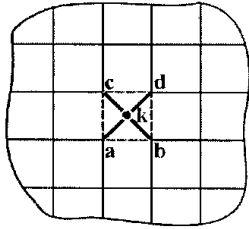


Рисунок 8.6 – Введення абсолютно жорстких вставок при обпиранні плити на колону

Таке рішення з одного боку, вирішує проблему врахування «тіла» колони, тобто «зрізаються» піки моментів, що виникають при моделюванні опирання на колону як на точкову опору. З іншого боку, забезпечує сприйняття колоною крутних деформацій. У більшості ж випадків, коли є принаймні хоч би дві колони, цього не вимагається, оскільки крутний момент від деформацій в площині плити в цьому випадку сприйматиметься парами поперечних сил в колонах, а крутні моменти будуть малими і ними можна знехтувати.

Сполучення стержня рами з діафрагмою

Якщо до формування дискретної розрахункової схеми підходити чисто формально, описуючи пластину сукупністю скінченних елементів плоского напруженого стану, а стержневий каркас одновимірними елементами, і не робити жодних додаткових заходів, то в ригелях, що примикають до вузлів сполучення каркаса з діафрагмою, як згинні моменти, так і повздовжні і поперечні сили виходитимуть довільними.

Тут труднощі обумовлені тим, що скінченні елементи плоского напруженого стану (балки-стілки) не мають ступеня свободи відповідного куту повороту відносно осі, що перпендикулярна площині діафрагми. Оскільки програмний комплекс зажадає формального виконання всіх умов рівноваги, у тому числі і рівноваги кожного з вузлів по моментах, то ригелі, що жорстко примикають до вузлів діафрагми, зобов'язані будуть передати на вузли строго нульові моменти. В результаті згинні моменти в ригелях в цих вузлах виявляться рівними нулю, що відповідає розрахунковій схемі з шарнірним приєднанням ригелів до діафрагми.

Нехай, сталевий ригель певного перерізу заведений на частини своєї довжини в цегельну стіну, як це показано на рис. 8.7, а. Тоді в розрахунковій схемі, у тому числі і в дискретному її аналогу, досить врахувати проникаючий на відповідну довжину в область плоскої задачі одновимірний елемент-стержень.

Інший варіант розрахункової схеми можна запропонувати в разі монолітного сполучення залізобетонної стінної панелі і ригеля каркаса будівлі (рис. 8.7, б). Тут можна врахувати фактичні розміри перерізу – висоту ригеля, вздовж якої на межі діафрагми доречно розмістити абсолютно жорстке тіло.

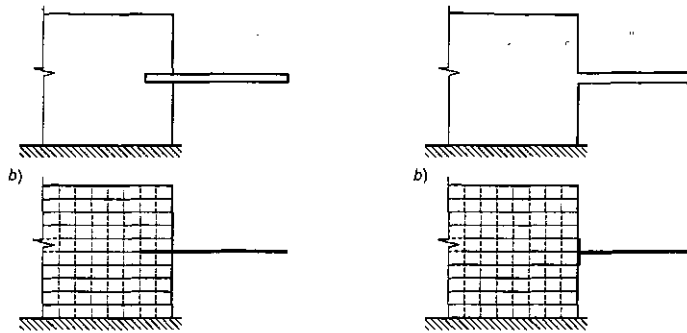


Рисунок 8.7 – Защемлення балки в стіні (а) та монолітне спряження ригеля з діафрагмою (б)

ТЕМА 9. Характеристики жорсткості елементів розрахункової схеми

1. Задання жорсткості елементам розрахункової схеми.
2. Конструювання перерізів за допомогою системи КС-САПР.
3. База даних перерізів прокатного сортаменту.

1. Для кожного типу скінченного елемента розрахункової схеми задається певний набір характеристик жорсткості, необхідних для проведення розрахунку його напружено-деформованого стану (НДС).

Для *стержневих елементів* характеристики жорсткості можуть бути задані одним із наступних способів:

- 1) розміри для перерізів стандартної форми (прямокутник, круг тощо);
- 2) чисельні характеристики жорсткості:
 - EF – поздовжня жорсткість;
 - EI_y – згинна жорсткість відносно осі $Y1$;
 - EI_z – те саме, відносно осі $Z1$;
 - GI_k – жорсткість на кручення;
 - GF_y – зсувна жорсткість відносно осі $Y1$ (уздовж осі $Z1$);
 - GF_z – те саме, відносно осі $Z1$ (уздовж осі $Y1$).
- 3) характеристики сталевих профілів та їхні комбінації з бази типових перерізів сталевих прокату;
- 4) характеристики перерізів нестандартної форми, що обчислюються за допомогою системи КС-САПР.

Крім того, додатково можуть бути задані такі характеристики:

- жорсткі вставки уздовж осей місцевої системи координат;
- ядрові відстані перерізів – по два числа для кожної з осей інерції при заданні чисельних характеристик;
- величина кута чистого обертання;

- параметри пружної основи A , C_1 , C_2 , де A – ширина чи висота перерізу, C_1 і C_2 – коефіцієнти постелі по моделі Пастернака;
- ознака врахування зсуву при складанні матриці жорсткості.

Для перерізів, що задані за допомогою стандартних перерізів і бази перерізів сталевого прокату, характеристики жорсткості обчислюються автоматично. Якщо характеристики жорсткості перерізів стержнів задані чисельно і при цьому необхідно виконати обчислення розрахункових сполучень зусиль (РСЗ), то обов'язково мають бути задані розміри ядрових відстаней.

Для плоских скінченних елементів задаються: E – модуль пружності, ν – коефіцієнт Пуассона і δ – товщина елемента.

Для просторових скінченних елементів задаються E – модуль пружності та ν – коефіцієнт Пуассона.

2. Система КС-САПР надає можливість компонувати в графічному середовищі переріз складної форми. Складний переріз може включати стандартні перерізи, перерізи прокатних профілів і перерізи довільного контуру. Переріз довільної форми задається зовнішнім контуром і набором внутрішніх контурів (отворів). Контури є замкнутими ламаними, які описуються вузлами (вершинами) або задаються графічно на масштабній сітці вузлів. Задана точність сітки визначає точність заданих контурів.

Після виконання процедури автоматичної тріангуляції області створеного перерізу здійснюється обчислення методом чисельного інтегрування таких характеристик:

F – площа перерізу;

Y_c, Z_c – координати центру ваги;

I_y, I_z – головні центральні моменти інерції, $I_y > I_z$;

φ – кут повороту головних осей інерції;

EF, EI_y, EI_z – поздовжня та згинні жорсткості;

Y_+, Y_-, Z_+, Z_- – ядрові відстані.

Обчислення характеристик перерізу при врахуванні кручення та зсуву представляє собою досить складну математичну задачу і виконується на основі теорії Сен-Венана. При цьому визначаються три визначені в області перерізу Ω функції напружень ψ_1, ψ_2, ψ_3 , перша з яких відповідає крученню, друга і третя – зсуву. Дані функції знаходяться методом скінченних елементів як розв'язки ряду диференціальних рівнянь теорії Сен-Венана. За знайденими функціями напружень шляхом інтегрування обчислюють:

I_k – момент інерції кручення;

F_y, F_z – площі зсуву;

GI_k, GF_y, GF_z – жорсткість на кручення та зсувні жорсткості;

I_{c0} – секторіальний момент інерції;

Y_0, Z_0 – координати центру кручення;

$Y0, Z0$ – координати центру згину (зсуву).

Всі характеристики жорсткості обчислюються відносно головних центральних осей інерції.

Також КС-САПР дозволяє за заданими користувачем чи імпортованими після розрахунку зусиллями провести обчислення компонентів напруженого стану у всіх вузлах перерізу:

$$\sigma_x = \frac{N}{F} + \frac{M_z}{I_z} y - \frac{M_y}{I_y} z \quad (9.1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_{kp}}{I_{kp}} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - z \right) + \frac{Q_y}{I_z} \left(\frac{y^2}{2} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right) + \frac{Q_z}{I_y} \frac{\partial \varphi_3}{\partial y} \quad (9.2)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{M_{kp}}{I_{kp}} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} + y \right) + \frac{Q_z}{I_y} \left(\frac{z^2}{2} + \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \right) + \frac{Q_y}{I_z} \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \quad (9.3)$$

де y, z – координати точки перерізу.

Головні напруження обчислюються за формулою

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left(\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + 4(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2)} \right), \quad \sigma_2 = 0 \quad (9.4)$$

За необхідності можуть бути обчислені еквівалентні напруження за різними теоріями міцності. Компоненти напруженого стану можуть бути виведені у табличному чи графічному (у виді ізополів) вигляді.

КС-САПР може працювати як у автономному режимі, так і в інформаційному зв'язку з ПК ЛІРА. При роботі в автономному режимі визначення характеристик жорсткості може розглядатися як самостійна задача, а зусилля, що діють на переріз, задаються користувачем.

3. ПК ЛІРА-САПР поставляється з набором баз даних прокатного сортаменту, що відповідає нормативним документам України, США, Європи та країн СНД. В базах даних міститься детальна інформація про:

- тип перерізу (двотавр, швелер, кутник тощо);
- маркування;
- геометричні розміри перерізу;
- характеристики жорсткості, які будуть використані при розрахунку;
- список матеріалів, з яких виготовляється даний сортамент, та їх механічні властивості.

База даних прокатного сортаменту в ПК ЛІРА-САПР є відкритою, тобто користувач за потреби може переглянути, відредагувати та доповнити її вміст. Для цього призначена програма РС-САПР, яка надає можливість в графічному середовищі переглядати та змінювати будь-які характеристики сортаменту. За замовчуванням сортамент відсортований у базі даних за зростанням площі, користувач за потреби може змінити індексацію.

ТЕМА 10. Розрахункові сполучення зусиль та навантажень

1. Принципи визначення розрахункових сполучень зусиль.
2. Формування РСЗ у ПК ЛПА.
3. Розрахункові сполучення навантажень.

1. Вирішення задачі про визначення найбільш небезпечних поєднань завантажень забезпечує взаємозв'язок між результатами розрахунку споруди на різні завантаження і конструюванням її елементів. У програмному комплексі передбачене автоматизоване формування розрахункових сполучень зусиль (РСЗ) відповідно до нормативних документів, що діють у проектуванні об'єктів будівництва (ДБН В.1.2-2:2006).

У загальному випадку повна кількість поєднань завантажень рівна 2^n , де n – кількість завантажень. Практично це означає, що для конструкції, що розраховується, необхідно знайти 2^n напружено-деформованих станів, а це неприйнятно навіть при використанні сучасної техніки. Вже при порівняно невеликому значенні n одержання результату є складним, як і аналіз такого об'єму інформації. У зв'язку з цим виникає наступне завдання: знайти критерій, на підставі якого можна було б обмежити кількість даних поєднань завантажень до деякого числа m ($m \ll 2^n$). Конструювання, виконане на підставі m поєднань, повинне забезпечити міцність конструкції для всіх 2^n поєднань.

У докомп'ютерний період відбір m невідгідних поєднань проводився для кожного перерізу стержня на підставі критеріїв типу $N_{\max} + M_{\text{відпов.}}$, $M_{\max} + N_{\text{відпов.}}$ і подібних. Проте ці критерії мали ряд недоліків, тому, застосовуючи МСЕ, почали користуватися принципом пружного потенціалу.

При визначенні РСЗ враховуються особливості пружного потенціалу, характерні для перерізів стержнів, пластин, оболонок і об'ємних тіл. Ці особливості дозволяють виразити розв'язок задачі через критерій екстремального напруження в характерних точках перерізів. Ці особливості дозволяють полегшити розв'язування задачі, значно обмеживши кількість РСЗ, при цьому не втративши найнебезпечніших із них.

Критерій для стержня. Як критерій визначення РСЗ тут прийняті екстремальні значення нормального і дотичного напруження в контрольних точках перерізу (рис. 10.1).

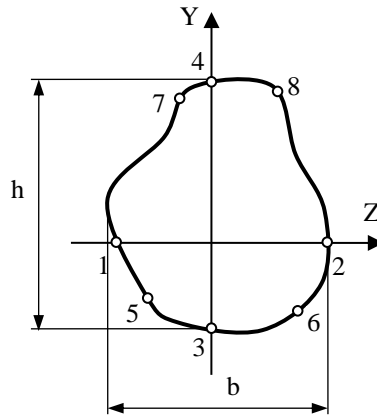


Рисунок 10.1 – Контрольні точки для перерізу стержня

Для критерію по нормальному напруженні можна використовувати відому з опору матеріалів формулу:

$$\sigma_k = \frac{N}{F} - \frac{M_y}{I_y} Z_k + \frac{M_z}{I_z} Y_k \quad (10.1)$$

де k – точка перерізу стержня ($k = \overline{1,8}$).

Для критерію по дотичному напруженні може використовуватися наближена формула

$$\tau_k = \frac{1}{2F} \left(Q + \frac{M_{кр}}{h+b} \right) \quad (10.2)$$

де h і b – відстані між контрольними точками, що лежать на перетині головних осей інерції та контура.

Вибір контрольних точок – завдання не дуже просте. Тут треба керуватися різними міркуваннями, наприклад, про те, що до складу контрольних точок мають бути включені найбільш віддалені від центру тяжіння перерізу точки контуру. У ПК ЛПА контрольні точки для стандартних перерізів входять до складу характеристик цих перерізів.

Окрім екстремальних напружень обчислюються також екстремальні значення поздовжньої та поперечних сил. Всього для перерізу стержня визначається значення 34 параметрів НДС.

Критерії для плоского напруженого стану. У загальному випадку головне напруження в одній і тій же точці конструкції для різних завантажень має різну орієнтацію. Тому тут визначення РСЗ проводиться по огинаючих екстремальних кривих нормального і дотичного напруження за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{an} &= N_x \cos^2 \alpha_n + N_z \sin^2 \alpha_n + T_{xz} \sin 2\alpha_n \\ \tau_{an} &= \frac{1}{2} (N_z - N_x) \sin 2\alpha_n + T_{xz} \cos 2\alpha_n \end{aligned} \quad (10.3)$$

де n – номер завантаження, позначення приведені на рис. 10.2.

Нормальні напруження обчислюються в діапазоні від 90° до -90° , а дотичні – від 90° до 0° з кроком 5° .

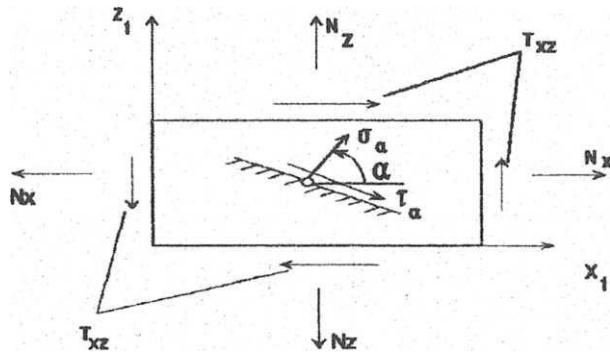


Рисунок 10.2 – Плоский напружений стан

Критерії для тонких плит. Тут застосовується підхід, аналогічний тому, який описаний для плоского напруженого стану. Згинний і крутний моменти в плиті дають можливість визначити нормальні і дотичні напруження на верхній і нижній поверхнях плити. Ці напруження по модулю рівні, тому формули набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha n} &= M_x \cos^2 \alpha_n + M_y \sin^2 \alpha_n + M_{xy} \sin 2\alpha_n \\ \tau_{\alpha n} &= \frac{1}{2} (M_y - M_x) \sin 2\alpha_n + M_{xy} \cos 2\alpha_n \end{aligned} \quad (10.4)$$

Критерії для оболонок. Тут також можливий аналогічний підхід. Напруження обчислюється на верхній і нижній поверхнях оболонки. При цьому враховуються мембранні напруження і згинаючі зусилля:

$$\sigma_x^{H/B} = N_x \pm \frac{6M_x}{h^2}; \quad \sigma_y^{H/B} = N_y \pm \frac{6M_y}{h^2}; \quad \tau^{H/B} = T_{xy} + \frac{6M_{xy}}{h^2} \quad (10.5)$$

де h – товщина оболонки;

v, n – індекси, що означають приналежність до верхньої та нижньої поверхні оболонки.

Критерії для тривимірного напруженого стану. Критерієм для визначення небезпечних поєднань напружень в загальному випадку НДС прийнято екстремальні значень середнього напруження і головних напружень девіатора. Визначаються кути нахилу головних напружень в кожному елементі для кожного завантаження. Обчислення проводиться за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_\phi &= \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{xz} ln + 2\tau_{yz} mn; \\ S_x &= \sigma_x - \sigma_0; \quad S_y = \sigma_y - \sigma_0; \quad S_z = \sigma_z - \sigma_0; \\ S_\phi &= S_x l^2 + S_y m^2 + S_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{xz} ln + 2\tau_{yz} mn \end{aligned} \quad (10.6)$$

де σ_ϕ – нормальне напруження на площадці з направляючими косинусами l, m, n до осей X, Y, Z ;

S_ϕ – нормальне напруження девіатора на цій же площадці;

$\sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$ – середнє напруження.

2. При визначенні РСЗ враховуються логічні зв'язки між завантаженнями, що відображають фізичний зміст завантажень і вимоги, що регламентуються різними нормативними документами. Виділяються три типи завантажень:

- незалежні (власна вага, вага устаткування і т.п.);
- взаємовиключні (вітер зліва і вітер справа, сейсмічна дія уздовж різних осей координат і т.п.);
- супутні (гальмівні за наявності вертикальних навантажень кранів).

Надається також можливість позначити знакозмінність завантаження при однаковому модулі його вектора.

У програмному комплексі реалізовано 9 видів завантажень, за допомогою яких програмно забезпечується їх коректний логічний взаємозв'язок (табл. 10.1).

Таблиця 10.1 – Значення коефіцієнтів РСЗ за замовчуванням.

Вид завантаження	Коефіцієнт γ_{fm}/γ_{fe}	Доля тривалості ψ_g	Коефіцієнти зусиль ψ_i			
			Основні сполучення		Аварійні сполучення	
			1-е	2-е	сейсміка	без сейсм.
(0) постійне	1.1	1.0	1.0	1.0	0.9	1.0
(1) тривале	1.2	1.0	1.0	0.95	0.8	0.95
(2) короткочасне	1.0	0.35	1.0	0.90	0.5	0.8
(3) кранове	1.1	0.6	1.0	0.90	0.0	0
(4) гальмівне	1.1	0	1.0	0.90	0.0	0
(5) сейсмічне	1.0	0	0	0	1.0	0
(6) епізодичне	1.0	0	0	0	0	1.0
(7) миттєве	4.76	0	1.0	0.9	0.5	0.8
(9) неактивне	0	0	0	0	0	0

При цьому для кожного з видів завантажень задаються наступні параметри:

- **коефіцієнт надійності γ_f .**
- **доля тривалості ψ_g** – коефіцієнт, що показує, яка частка навантаження в даному завантаженні приймається як тривала. Користувач може на власний розсуд змінити значення коефіцієнтів надійності і долі тривалості для завантаження.
- **коефіцієнти зусиль ψ_i** – для кожного завантаження згідно норм розглядається три сполучення зусиль: два основних і одне особливе, кожне з яких має свої коефіцієнти зусиль ψ_i , $i = 1,2,3$.
- **супутні завантаження** – мають на увазі завантаження (не більше двох), які можуть розглядатися спільно з основним для такого виду завантаження. Наприклад, якщо основними є кранові вертикальні навантаження, то супутнім є завантаження горизонтальною гальмівною силою. Цей параметр РСЗ, так само, як

і наступні, введені для врахування логічних зв'язків між завантаженнями. Вони покликані врахувати фізичний зміст навантажень і вимоги, встановлені нормами.

- **№ групи взаємовиключних завантажень** – цим параметром вводяться обмеження на ті завантаження (параметром є номер завантаження), які в одне сполучення не можуть входити одночасно (вітрові з різними напрямком).
- **враховувати знаковмінність** – команда, яка вказує, що в РСЗ слід врахувати ймовірність зміни знаку основного зусилля завантаження (сейсмічні).

На логічні зв'язки між завантаженнями накладаються деякі обмеження:

- 1) завантаження видів **0** і **3** не можуть бути знаковмінними;
- 2) об'єднання завантажень допускається для видів **1, 2, 7**;
- 3) завантаження виду **4** (гальмівне) може бути супутнім лише для завантаження виду **3** (кранове);
- 4) завантаження видів **1, 2, 5, 6, 7** можуть бути супутніми для завантажень **1, 2, 5, 6, 7** у будь-якій комбінації;
- 5) подвійна супутність (супутність одного і того ж завантаження двом іншим і більше) не допускається;
- б) ніяке супутнє завантаження не може бути включене в групи об'єднання і взаємовиключення;
- 7) допускається вводити до 9 груп об'єднання або взаємовиключення;
- 8) динамічне завантаження не може бути супутнім.

Слід зауважити, що класифікація завантажень в ПК ЛІРА дещо відрізняється від нормативної. Так, наприклад, снігове завантаження чи ожеледиця не виділене в окрему групу. Але їм можна призначити вид завантаження тривале чи короткочасне, що обумовлено нормами.

3. При тому, що РСЗ практично виключає можливість неврахування невідігнаних поєднань зусиль, цей підхід має ряд недоліків. По-перше, не можна побудувати для РСЗ деформовану схему, епюри зусиль та ізополя напружень, оскільки завантаження, що входять в РСЗ для різних елементів не корельовані, а це утрудняє аналіз РСЗ. По-друге, РСЗ жорстко прив'язані до принципу суперпозиції, а це означає, що розрахунок може бути проведений лише в лінійно-пружній постановці. В даний час це може бути просто неприйнятним. Наприклад, нові норми Росії по залізобетону регламентують обов'язковий розрахунок з врахуванням властивостей реологій залізобетону, тобто з врахуванням фізичної нелінійності.

Інший підхід, заснований на складанні розрахункових поєднань навантажень широко поширений в країнах Європи і США. Згідно стандартів EUROCODE та ДБН В.1.2-2:2006 споруду необхідно розрахувати на наступні РСН:

$$РСН 1 = П + Д + К + Кр + Г + М$$

$$РСН 2 = П + 0,95Д + 0,9К + 0,9(Кр + Г) + 0,9М$$

$$PCN\ 3 = 0,9\Pi + 0,8Д + 0,5К + С + 0,5М \quad (10.7)$$

$$PCN\ 4 = \Pi + 0,95Д + 0,8К + E + 0,8М$$

Не дивлячись на те, що вірогідність упущення небезпечних поєднань для деяких елементів в порівнянні з РСЗ зростає, можливість візуалізації результатів розрахунку для певного РСН, а також можливість проведення розрахунку в нелінійній постановці (в даному випадку РСН можна трактувати як окреме завантаження) робить цей підхід в даний час більш привабливим.

ТЕМА 11. Підбір армування залізобетонних конструкцій

1. Призначення та можливості систем проектування залізобетонних конструкцій АРМ-САПР в локальному та наскрізному режимі.
2. Армування стержневих елементів.

1. ПК ЛІРА дозволяє здійснювати підбір арматури і перевірку заданого армування в стержневих і пластинчастих елементах для різних випадків напруженого стану. Розрахунок ведеться відповідно до вимог ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонні і залізобетонні конструкції. Основні положення», СНиП 2.03.01-84*, СП 63.13330.2012, EUROCODE 2. При розрахунку армування застосовуються характеристики арматури, що відповідають ДСТУ 3760-98 «Прокат арматурний для залізобетонних конструкцій».

Площі арматури за першою та другою групою граничних станів обчислюються за зусиллями від окремих завантажень, за розрахунковими сполученнями навантажень (РСН) або розрахунковими сполученнями зусиль (РСЗ), отриманими у результаті розрахунку конструкції. Вихідними даними для розрахунку армування є результати розрахунку зусиль та РСЗ в основній схемі. Усі дані необхідні для розрахунку і конструювання залізобетонних конструкцій зберігаються в файлі з основною схемою з розширенням *.lir.

Визначення армування здійснюється на основі нормативних даних, які містять відомості про розрахункові характеристики арматури та бетону, діаметри і площі арматурних стержнів і т.п.

Для підбору армування в ПК ЛІРА в інтерактивному режимі задаються додаткові дані: нормативні та розрахункові характеристики бетону і арматури, призначаються конструктивні елементи, задається уніфікація елементів і т.п.

Для визначення та перевірки армування в системі ЛАРМ-САПР початкові дані можна ввести як у інтерактивному режимі, так і шляхом експорту даних із ВІЗОР-САПР з їх подальшим корегуванням. Можна багато разів змінювати параметри перерізу, геометричні характеристики, задане армування перерізу, інформацію про матеріали, зусилля та сполучення і здійснювати багатоваріантний підбір арматури.

Для визначення армування в елементах розрахункової схеми розроблені 4 модулі армування: СТЕРЖЕНЬ, БАЛКА-СТІНКА, ПЛИТА, ОБОЛОНКА.

Результати визначення армування, конструювання і перевірки на задане армування видаються у вигляді таблиць. Також результати можна проглянути в графічному виді на екрані монітора.

2. Модуль армування СТЕРЖЕНЬ здійснює підбір арматури в стержневих елементах від таких зусиль:

- поздовжньої сили (стиск або розтяг) N_x ;
- крутного моменту M_k ;
- згинальних моментів у двох площинах M_y, M_z ;
- поперечних сил у двох площинах Q_y, Q_z .

Розрахунок виконується за першою (на міцність) і другою (на тріщиностійкість) групами граничних станів.

Допустимі форми перерізу: прямокутник, тавр з полицею внизу чи вгорі, двотавр, кільце, круг, хрестовий переріз, кутник, тавр зі зміщеною стінкою (полиця внизу або вгорі).

При підборі поздовжньої арматури граничний стан перерізу прийнятий у відповідності до ДБН В.2.6-98:2009: стиснута зона бетону з розрахунковим напруженням, розтягнута і стиснута арматура з розрахунковими опорами сталі.

Алгоритм має дві гілки: для плоского випадку (за наявності згинального моменту в одній площині та поздовжньої сили) і для просторового випадку (за наявності згинаючих моментів у 2-х площинах і поздовжньої сили).

У плоскому випадку завжди розраховується тавровий переріз з полицею в стиснутій зоні. За необхідності полиця знищується шляхом призначення для неї нульової висоти.

У просторовому випадку переріз розбивається на елементарні прямокутні площинки. Граничний стан шукається методом ітерацій.

При розрахунку здійснюється контроль відсотка армування. Якщо перевищені 5%, то видається повідомлення з рекомендацією збільшити розміри перерізу або підвищити класи матеріалів. У просторовому випадку, крім того, контролюється гранична площа стиснутої зони, величина якої збільшується за наявності стискаючої поздовжньої сили.

Кожний переріз перевіряється на отриману з лінійного розрахунку кількість розрахункових сполучень зусиль (РСЗ). РСЗ формуються у результаті попереднього розрахунку в схеми або задаються користувачем в автономному режимі. Критеріями вибору РСЗ є екстремальні напруження в периферійних зонах перерізу.

Формуються дві внутрішні групи РСЗ: за наявністю короткочасних навантажень, сумарна тривалість яких мала (група В) і без таких (група А). Для цих

двох груп РСЗ застосовуються різні коефіцієнти умов роботи бетону γ_{b2} (ДБН В.2.6-98:2009). У розрахунку можна також використовувати РСН або зусилля, отримані після розрахунку всієї схеми.

Модуль враховує в розрахунку арматуру, що встановлюється за конструктивними вимогами. Для елементів, що працюють на згин, це стержні Ø10 мм по кутках перерізу, для стиснутих елементів – стержні Ø16 мм чи Ø12 мм для малих перерізів. При значних розмірах перерізу по сторонах ставиться конструктивна арматура. За необхідності можна відмовитися від конструктивних вимог ДБН В.2.6-98:2009.

Модуль СТЕРЖЕНЬ спирається на нормативну базу, в якій містяться розрахункові і нормативні характеристики матеріалів, а також процедури для визначення геометричних характеристик бетонного перерізу.

На вимогу користувача виконується розрахунок ширини розкриття тріщин. Допустима ширина тривалого і короточасного розкриття тріщин задається користувачем. Нульову ширину розкриття тріщин задавати заборонено.

Передбачена ознака особливих умов роботи стержнів:

- звичайний стержень;
- балка;
- колона;
- пілон.

За бажанням користувача може бути виконане *симетричне* або *несиметричне армування* відносно місцевих осей перерізу Y1 або Z1. Як правило, для елементів, що працюють на згин (балки), призначають несиметричне армування (зазвичай відносно горизонтальної осі Y1). Для колон, як правило, призначають симетричне армування, оскільки в колонах згинаючі моменти обумовлені головним чином знакозмінними навантаженнями. Несиметричне армування колон може бути виправдане за наявності значних місцевих навантажень (кранових, ґрунтових). Користувачу досить призначити несиметричне армування, не визначаючи вісь, відносно якої відсутня симетрія. Ця вісь визначається автоматично, шляхом аналізу РСЗ.

У модулі СТЕРЖЕНЬ реалізовані два алгоритми підбору арматури, які вибираються користувачем:

1) *алгоритм дискретної арматури* з пріоритетним розташуванням стержнів у кутових зонах перерізу забезпечує найраціональніше розташування арматури, оскільки кутові стержні сприймають згинальні моменти обох напрямів. Цей підхід дозволяє зменшити необхідну площу арматурних стержнів;

2) *алгоритм розподіленої арматури* з рівномірним розташуванням розрахункових площ по сторонах перерізу. У порівнянні з алгоритмом дискретного армування такий підхід призводить до перевитрат арматури. Проте в цьому

випадку користувачу надається можливість здійснити вибір діаметрів і розстановку арматурних стержнів самостійно.

Основний алгоритм, що реалізований в модулі СТЕРЖЕНЬ при підборі арматури надає перевагу кутовим стержням (в межах встановленого користувачем обмеження на максимальний діаметр арматури). Це зумовлене тим, що кутові стержні здатні найефективніше сприймати згинальні моменти різних напрямків. Крім цього, кутові стержні, як правило, встановлюються за умовами конструювання залізобетонного елемента.

Алгоритм розподіленої арматури не допускається у таких випадках:

- при розрахунку просторового стержня, в якому один із згинальних моментів (M_y або M_z) перевищує інший на 10%;
- за наявності арматури, обумовленої дією крутного моменту, яка розташовується по сторонах перерізу і не може бути рівномірно розподіленою;
- у двотавровому перерізі.

У загальному випадку результати для кожного перерізу видаються у трьох рядках:

- 1) повна арматура, підібрана за першою та другою групами граничних станів;
- 2) арматура, підібрана за першою групою граничних станів;
- 3) частина арматури, зумовлена крученням.

У необхідних випадках друк супроводжується повідомленнями про помилки або попередженнями. У вихідних таблицях видаються також відсотки армування, перерізи поперечної арматури у двох напрямках і ширина розкриття тріщин.

У результаті підбору арматури видаються такі величини (позначення – на рис. 11.1):

1. *Поздовжня арматура* (площі поздовжньої арматури (см^2) і відсоток армування):

- AU1 – площа кутової нижньої поздовжньої арматури (в лівому нижньому кутку перерізу);
- AU2 – площа кутової нижньої поздовжньої арматури (в правому нижньому кутку перерізу);
- AU3 – площа кутової верхньої поздовжньої арматури (в лівому верхньому кутку перерізу);
- AU4 – площа кутової верхньої поздовжньої арматури (в правому верхньому кутку перерізу);
- AS1 – площа нижньої поздовжньої арматури;
- AS2 – площа верхньої поздовжньої арматури;
- AS3 – площа бічної поздовжньої арматури (біля лівого краю перерізу);
- AS4 – площа бічної поздовжньої арматури (біля правого краю перерізу).

2. *Поперечна арматура* (площа поперечної арматури (см^2)):

- ASW1 – вертикальна поперечна арматура;
- ASW2 – горизонтальна поперечна арматура.

Видається також ширина короткочасного і тривалого розкриття тріщин (мм).

При підборі арматури з пріоритетом кутових стержнів у таблиці результатів площі кутових стержнів будуть виведені в графах AU1, AU2, AU3, AU4, а в графах AS1, AS2, AS3, AS4 – площі арматури без кутових стержнів.

Якщо був використаний алгоритм розподіленої арматури з рівномірним розташуванням розрахункових площ уздовж сторін перерізу, то кутова арматура AU1, AU2, AU3, AU4 входить у величини AS1, AS2.

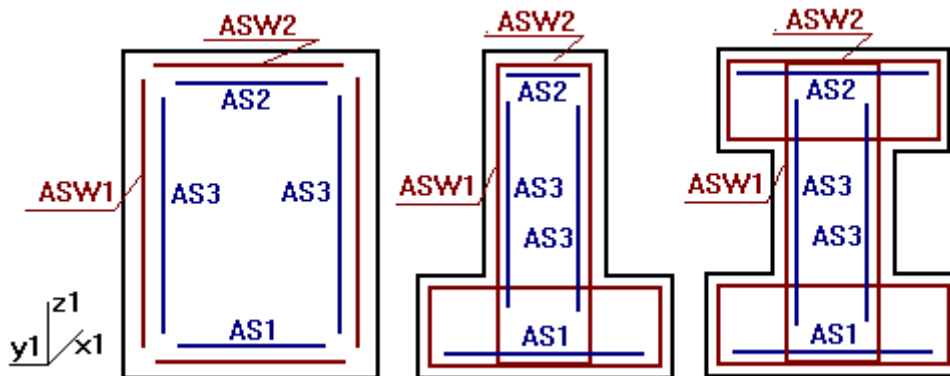


Рисунок 11.1 – Розміщення арматури в перерізах стержнів

ТЕМА 12. Перевірка армування залізобетонних конструкцій

1. Армування елементів пластин.
2. Перевірка заданого армування.
3. Призначення конструктивних елементів і уніфікація при розрахунку армування.

1. Алгоритм призначений для визначення армування:

- тонкостінних залізобетонних елементів, у яких діють згинальні та крутні моменти, осьові та поперечні сили – елементи оболонки (N_x , N_y , T_{xy} , Q_x , Q_y , M_x , M_y , M_k);
- плоских залізобетонних елементів, у яких діють згинальні та крутні моменти, а також поперечні сили – елементи плити (Q_x , Q_y , M_x , M_y , M_k);
- залізобетонних елементів, що знаходяться у плоскому напруженому стані – елементи балки-стілки (N_x , N_z , T_{xz}).

Поздовжня арматура в пластинах підбирається окремо за міцністю та тріщиностійкістю.

Підбір поздовжньої арматури здійснюється із забезпеченням мінімуму сумарної витрати арматури у напрямках X_1 і Y_1 при задоволенні умов міцності ДБН В.2.6-98:2009.

Підбір поперечної арматури виконується із умови міцності за поперечною силою як для одновісного напруженого стану при врахуванні кожного з напрямків зусиль (Q_x, Q_y) окремо, відповідно до норм ДБН В.2.6-98:2009. Поперечна арматура для балок-стінок не обчислюється.

У результаті підбору видаються (рис. 12.1):

1. *Поздовжня арматура* – площі поздовжньої арматури (см^2 на погонний метр):

- AS1 (AS $_x$ -н) – нижня арматура у напрямку X (для балки-стінки посередині перерізу);

- AS2 (AS $_x$ -в) – верхня арматура у напрямку X;

- AS3 (AS $_y$ -н) – нижня арматура у напрямку Y (для балки-стінки посередині перерізу);

- AS4 (AS $_y$ -в) – верхня арматура у напрямку Y.

2. *Поперечна арматура* – площі поперечної арматури (см^2 на погонний метр):

- ASW1 – у напрямку X;

- ASW2 – у напрямку Y;

Видається також ширина короткочасного і тривалого розкриття тріщин (мм).

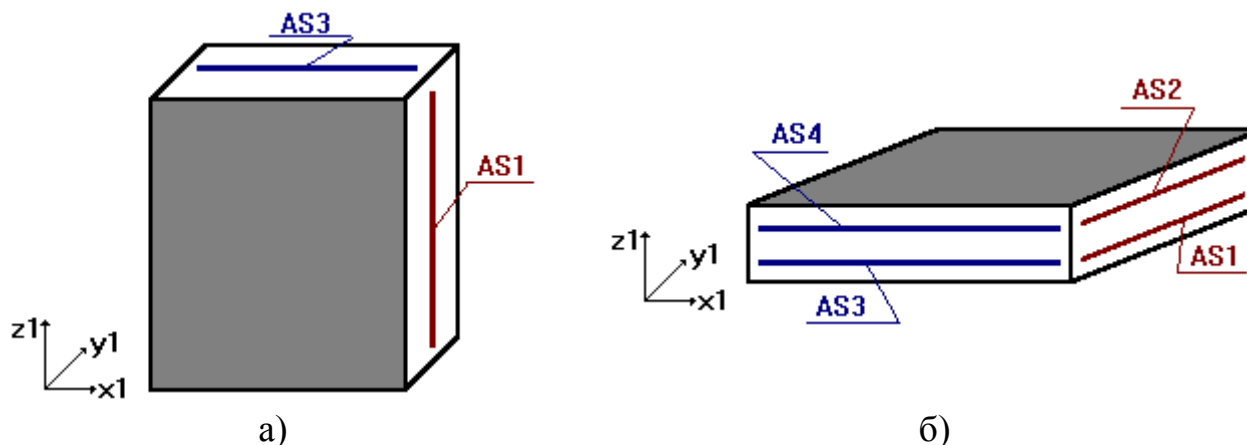


Рисунок 12.1 – Розміщення арматури в пластинчастих елементах:

а) – балках-стінках; б) – плитах і оболонках

2. Перевірка армування здійснюється в системі АРМ-САПР локальний (ЛАРМ-САПР).

При перевірці заданого армування стержневих елементів у перерізі елемента за шаблоном задається розстановка поздовжніх арматурних стержнів і поперечної арматури. Розрізняють такі типи поздовжніх стержнів за розташуванням у перерізі – кутові нижні та верхні, нижні, верхні та бічні стержні першого і другого ряду. Довільні стержні задаються за координатами.

Перевірка здійснюється в кілька етапів. Спочатку визначається кількість поздовжньої арматури, що необхідна для сприйняття крутного моменту. Така арматура повинна бути розташована біля граней перерізу (не в кутках). Якщо необхідна арматура відсутня, видається повідомлення: «Переріз не проходить при перевірці роботи на кручення. Коефіцієнт запасу $[k]$ ».

Якщо сприйняття крутного моменту забезпечене, то арматура, необхідна для сприйняття моменту при перевірці на поздовжню силу і згинальні моменти, виключається.

Потім перевіряється поперечна арматура на дію поперечних сил. Якщо поперечної арматури недостатньо для сприйняття поперечної сили, видається повідомлення: «Переріз не проходить за умовою перевірки поперечної арматури на дію поперечної сили».

Потім здійснюється перевірка поздовжньої арматури на дію нормальної сили і згинальних моментів у двох площинах. Якщо переріз проходить, то зусилля збільшуються з кроком 5% до тих пір, доки не перевищать несучу здатність перерізу. У результаті цього видається повідомлення: «Переріз проходить. Коефіцієнт запасу $[k]$ », де k – коефіцієнт до зовнішніх зусиль на передостанньому кроці ітерацій.

Якщо переріз не проходить, то зусилля зменшуються з кроком 5% до тих пір, поки переріз не стане достатнім і видається повідомлення: «Переріз не проходить. Коефіцієнт запасу $[k]$ », де k – коефіцієнт до зовнішніх зусиль на останньому кроці ітерацій.

При перевірці заданого армування пластинчастих елементів спочатку виконується введення або корегування поздовжньої та поперечної арматури в перерізі на 1 погонний метр довжини. При цьому може задаватися як кількість арматури та її діаметр, так і значення сумарної площі поперечного перерізу арматури.

Перевірка поперечного армування здійснюється за максимальною поперечною силою (із двох напрямків). Якщо поперечної арматури в одному з напрямків недостатньо, то видається повідомлення: «Переріз не проходить за умовою перевірки поперечної арматури на дію поперечної сили». Розрахунок припиняється.

Далі виконується перевірка поздовжньої арматури за першою та другою групами граничних станів на дію згинальних та крутого моментів і осьових сил. Якщо арматури недостатньо, то видаються повідомлення: «Переріз не проходить за умовами міцності» або «Переріз не проходить за умовами тріщиностійкості».

3. Конструювання можливе тільки в стержневих елементах. Для того, щоб виконати конструювання залізобетонних стержневих елементів були введені

наступні види елементів залежно від їх функціонального призначення і правил конструювання: БАЛКА; КОЛОНА.

Конструктивний елемент – це сукупність декількох скінченних елементів, які при конструюванні розглядатимуться як єдине ціле. Якщо конструктивний елемент складається з елементів виду БАЛКА, то на схемі він позначатиметься КБ, КОЛОНА – КК.

У конструктивний елемент можуть входити тільки елементи з однаковим перерізом. Між ними не повинно бути розривів, вони повинні мати спільні вузли і лежати на одній прямій. Конструктивні елементи не можуть входити в склад інших конструктивних елементів чи груп уніфікації скінченних елементів.

Для розрахунку конструктивних елементів вибираються всі РСЗ для всіх перерізів елементів, що входять в конструктивний елемент.

Уніфікація скінченних елементів використовується, коли необхідно підібрати однакове армування для декількох елементів. Використовуються наступні типи уніфікації:

- всі перерізи уніфікуються між собою;
- елементи уніфікуються між собою по відповідних перерізах;
- елементи уніфікуються між собою з врахуванням симетрії.

Для уніфікації по 2-у і 3-у типах потрібно, щоб кількість розрахункових перерізів в уніфікованих елементах була однаковою.

Підбір армування уніфікованої групи відбувається по найбільш небезпечних РСЗ, котрі виникли у всіх перерізах елементів уніфікованої групи. Перевірка армування для елементів уніфікованої групи проводиться по РСЗ, що виникають в кожному елементі, а не по РСЗ всієї уніфікованої групи.

Якщо елементи виду БАЛКА об'єднані в групу уніфікації, то на схемі вони будуть позначені УБ, а далі номер групи уніфікації. Для КОЛОНИ аналогічно УК, а далі номер групи уніфікації. Якщо елементам, об'єднаним в уніфіковану групу не призначений вид, то вони позначаються буквою У і номером групи уніфікації.

Також дозволяється уніфікація конструктивних елементів, коли необхідно підібрати для них однакове армування. При уніфікації конструктивних елементів необхідно, щоб кількість елементів, що входять в уніфіковані конструктивні елементи, розміри перерізів та кількість розрахункових перерізів елементів були однаковими.

Якщо конструктивні елементи виду БАЛКА об'єднані в групу уніфікації, то умовне позначення буде УКБ, а далі номер групи уніфікації конструктивних елементів. Аналогічно для елементів виду КОЛОНА – УКК, а далі номер групи уніфікації конструктивних елементів.

Пластинчаті елементи також можуть бути включені в групи уніфікації. При цьому БАЛКИ-СТІНКИ на схемі вони будуть позначені УТ, ПЛИТИ – УП, ОБОЛОНКИ – УО, а далі номер групи уніфікації.

ТЕМА 13. Розрахунок та проектування металевих конструкцій

1. Призначення і можливості системи СТК-САПР.
2. Додаткові дані для розрахунку перерізів.
3. Конструювання вузлів, зварних і болтових з'єднань.

1. ПК ЛІРА-САПР дозволяє виконувати підбір та перевірку перерізів у стержневих елементах металоконструкцій відповідно до вимог:

- ДБН В.2.6-198:2014 «Сталеві конструкції. Норми проектування»;
- СНиП II-23-81 «Стальные конструкции»;
- СП 16.13330.2011;
- Eurocode 3.1.1;
- AISC 360-10.

Розрахунок виконується на одне чи декілька розрахункових сполучень зусиль чи навантажень (РСЗ чи РСН), отриманих із розрахунку конструкції. Вихідні дані та результати розрахунку сталевих конструкцій зберігаються в основному файлі моделі з розширенням *.lir. Можливий детальний локальний розрахунок окремих елементів у модулі СТК-САПР, при результати якого зберігаються в окремих файлах з розширенням *.stc.

Результатами розрахунку є розміри перерізів елементів і коефіцієнт використання несучої здатності перерізів елементів (γ %) за відповідними перевірками відповідно до вимог ДБН В.2.6-198:2014 «Сталеві конструкції». Результати перевірки чи підбору видаються у вигляді текстових, HTML, xls (Excel) таблиць чи в графічному вигляді.

Розрахунок здійснюється на базі нормативних даних, що містять відомості про розрахункові характеристики сталей та розміри листового і сортаментного прокату. База сортаменту міститься в системі РС-САПР (редактор сортаменту) і може бути відредагована та доповнена користувачем.

Розрахунок ведеться за трьома граничними станами:






















- 1) Перевірка на міцність та загальну стійкість;
- 2) Перевірка на жорсткість та деформації;
- 3) Перевірка на місцеву стійкість перерізу.

Залежно від зусиль, що діють в перерізі, для стержневих елементів визначені наступні розрахункові процедури:





- ферми – поздовжня сила N ;
- балки – згинальні моменти M_y (в площині ZI), M_z (в площині YI), поперечні сили Q_z і Q_y ;
- колони – нормальна сила N і згинальні моменти M_y , M_z ; поперечні сили Q_z , Q_y ;
- канати – поздовжня сила N (тільки розтяг).

У табл. 13.1 наведена відповідність між перерізами, що розраховуються в ПК ЛІРА, і розрахунковими процедурами. Знак «+» вказує на те, що для такого перерізу відповідна розрахункова процедура можлива.

Таблиця 13.1 – Відповідність між перерізами та розрахунковими процедурами ПК ЛІРА.

Елемент	Розрахунок по ДБН				Розрахунок по Eurocode		
	Ферма	Балка	Колона	Канат	Ферма	Балка	Колона
 Двотавр	+	+	+	-	+	+	+
 Складений двотавр	+	+	+	-	+	+	+
 Швеллер	+	+	+	-	+	+	+
 Коробка зі швеллерів	+	+	+	-	+	+	+
 Розсунуті двотаври	+	+	+	-	-	-	-
 Коробка з двотаврів	+	+	+	-	+	+	-
 Два кутники	+	+	+	-	+	-	-
 Хрестові кутники	+	-	-	-	+	-	-
 Кутник	+	-	-	-	+	-	-
 Труба	+	+	+	-	+	+	+
 Два швеллери	+	+	+	-	-	-	-
 Два швеллери	+	+	+	-	-	-	-
 Профіль «Молодечно» (прямокутна труба)	+	+	+	-	+	+	-
 Складений короб	+	+	+	-	+	+	+
 Несиметричний складений двотавр	+	+	+	-	+	+	-
 Квадрат	+	+	+	-	-	-	-
 Круг	+	+	+	-	-	-	-
 С-подібний профіль	+	+	+	-	-	-	-
 Тавр	+	+	+	-	+	+	+
 Кутниковий переріз	+	+	+	-	-	-	-
 Канат	-	-	-	+	-	-	-

Закінчення табл. 13.1.

Елемент	Розрахунок по ДБН				Розрахунок по Eurocode		
	Ферма	Балка	Колона	Канат	Ферма	Балка	Колона
 Прямокутний переріз (лист)	+	+	+	-	-	-	-
 Зварний швеллер (з 3-х листів)	+	+	+	-	-	-	-
 Зварний швеллер (лист і 2 кутники)	+	+	+	-	-	-	-
 Зварні швеллер з двотавром	+	+	+	-	-	-	-

Підбір перерізів прокатних елементів здійснюється простим перебором від першого перерізу в сортаменті по порядку. За замовчуванням профілі відсортовані в порядку зростання площ перерізів. Отже, підбирається переріз із найменшою площею, що задовольняє усі перевірки по ДБН В.2.6-198:2014. Змінити порядок сортування профілів в сортаменті можна за допомогою програми РС-САПР.

Підбір складених перерізів здійснюється за допомогою перебору всіх можливих профілів. Наприклад, переріз "Складений двотавр" підбирається наступним чином. Фіксується стінка і здійснюється підбір поясу; потім фіксується наступна стінка і знову підбирається пояс, і так далі. У результаті утворюється безліч рішень, при яких задовольняються всі перевірки несучої здатності, і з яких треба вибрати оптимальне. Оптимальне рішення це або переріз мінімальної площі, або переріз мінімальної вартості (якщо сортамент стінки та полиці в базі даних відсортований по вартості). За замовчуванням сортамент відсортовано за площею, то буде підібраний переріз мінімальної площі.

Також можливе автоматичне проектування вузлів з'єднання сталевих елементів, зокрема: шарнірне та жорстке примикання двотаврової балки до колони; стик та спряження двотаврових балок; стик двотаврових колон; шарнірна та жорстка база колони двотаврового чи коробчастого перерізу; примикання зв'язків з одного чи двох кутників (рис. 13.1).

2. Для виконання розрахунку металевих конструкцій потрібно задати додаткові дані, необхідні для розрахунку перерізів.

В першу чергу задаються дані про *матеріал* елементів – марка або клас сталі за відповідним стандартом.

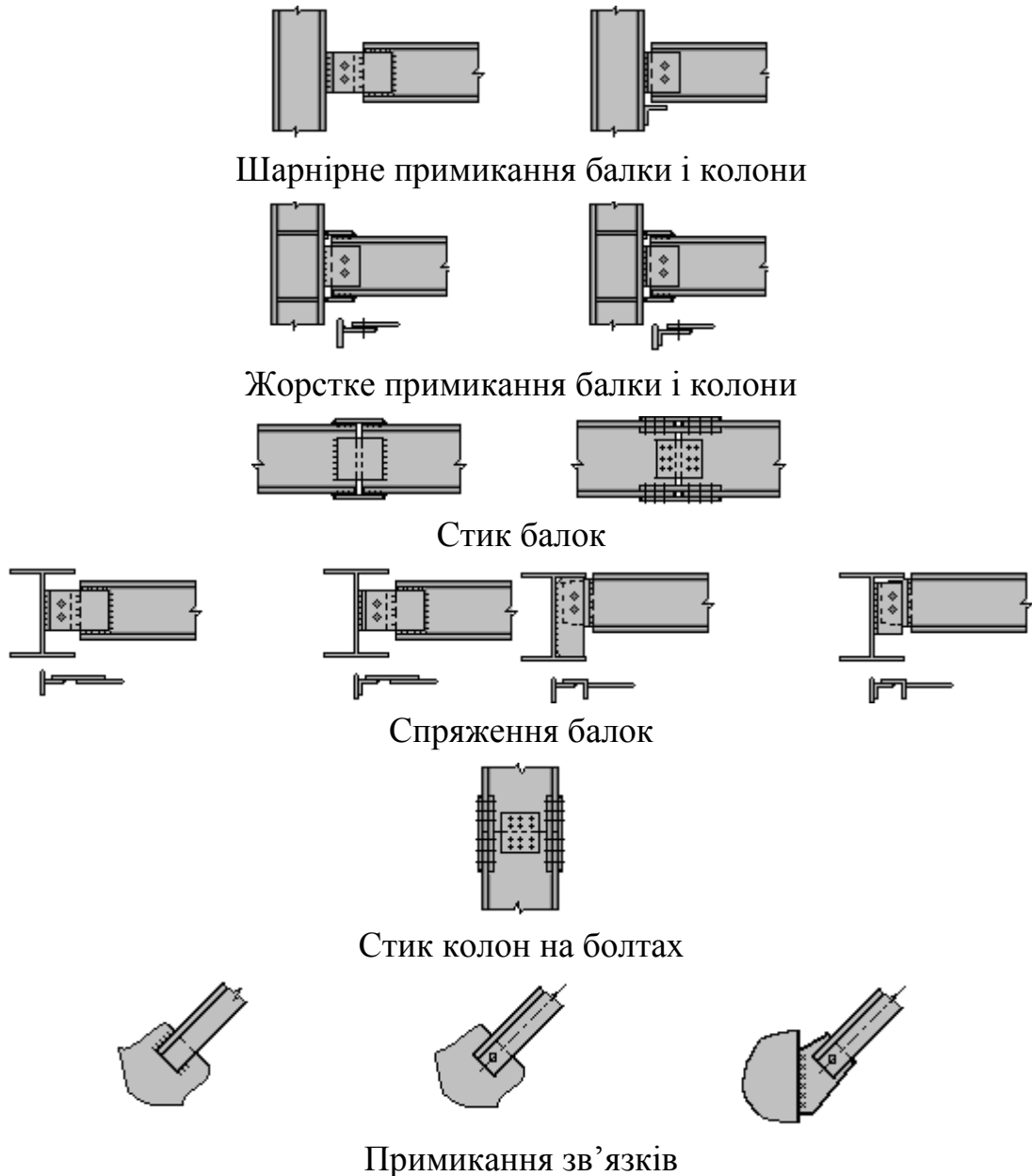


Рисунок 13.1 – Вузли з'єднання сталевих елементів

Для всіх типів елементів задаються *коефіцієнти умов роботи* і *коефіцієнти надійності*. Необхідно задати коефіцієнт умов роботи γ_c для перевірок перерізу на стійкість і на міцність. Коефіцієнти умов роботи γ_c задаються як для всього перерізу, так і для кожного елемента перерізу окремо. Якщо γ_c для елемента перерізу відрізняється від γ_c всього перерізу, то вони будуть використані для перевірок стійкості цього елемента перерізу.

Необхідно задати коефіцієнт надійності за відповідальністю γ_n . Він єдиний для всього перерізу.

Розрахункові довжини задаються відносно місцевих осей $Z1$ і $Y1$ в одиницях довжини або за допомогою коефіцієнтів розрахункової довжини. В останньому випадку для отримання розрахункових довжин на початку розрахунку задачі геометрична довжина елемента множиться на коефіцієнт розрахункової довжини.

Додаткові дані для елементів ферм

Гранична гнучкість. Гранична гнучкість на розтяг завжди задається чисельно. Гнучкість на стиск може задаватися чисельно або як один із стандартних випадків ДБН В.2.6-198:2014. Гранична гнучкість на розтяг за замовчуванням рівна 300.

Додаткові дані для балок (елементів, що працюють на згин)

Ребра жорсткості. Необхідно вказати, чи потрібно ставити ребра жорсткості. Якщо значення кроку ребр жорсткості встановити рівним 0, то буде вибраний максимально допустимий крок. Необхідно вказати, як проводити розрахунок: в межах пружних чи незначних пластичних деформацій.

Відносний прогин. Для розрахунку за другою групою граничних станів потрібно вказати граничний відносний прогин, тобто значення, що вказується у знаменнику. Розрахунок прогину відбувається для всіх розрахункових перерізів стержня, тому збільшення їх кількості призводить до більш точного розрахунку балки. Передбачена можливість визначення прогину відносно двох умовно нерухомих точок (точок розкріплення). Якщо розкріплення не задані (рис. 13.2), то прогин на кожному прольоті балки буде визначатися за її повною довжиною.

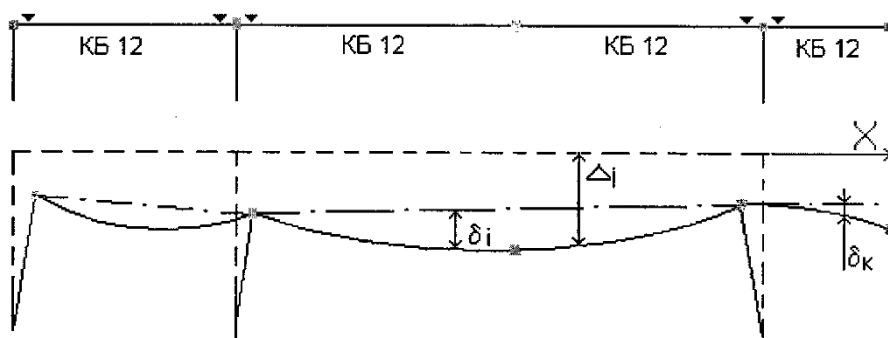


Рисунок 13.2 – Механізм визначення прогинів балки

Додаткові дані для колон (стиснуто-зігнутих елементів)

Гранична гнучкість – задається так само, як для елементів ферм.

Розрахункова довжина для обчислення коефіцієнта поперечного згину Φ_b – необхідна для перевірки стійкості позакентровано стиснутого стержня відкритого перерізу. У розрахунку стержнів замкнутого перерізу або при малих ексцентриситетах у розрахунку стержнів відкритого перерізу величина Φ_b не використовується.

Розрахункові довжини віток. Задаються для розрахунку в площині, перпендикулярній до площини з'єднувальної решітки для перевірки гнучкості та стійкості віток складених колон з різними перерізами віток.

З'єднувальна решітка. Після вибору типу з'єднувальної решітки необхідно також вказати її профіль.

Крок решітки. Якщо крок з'єднувальної решітки заданий рівним 0, то приймається, що її нахил до осей віток складеного перерізу рівний 60° , а крок підбирається автоматично.

Якщо у двовітковому перерізі типу [] або][задати відстань між осями віток рівну нулю, то буде здійснений підбір оптимального розсунення віток.

Додаткові дані для канатів

Коефіцієнт агрегатної міцності – для канатів одинарного звивання та закритих несучих канатів.

ТЕМА 14. Підбір перерізів прокатних елементів

1. Наскрізний та локальний розрахунок елементів.
2. Представлення результатів розрахунку.
3. Призначення конструктивних елементів і уніфікація при виконанні підбору поперечних перерізів елементів.

1. Підбір і перевірка перерізів можуть здійснюватися у двох режимах:

1) Наскрізний режим призначений для швидкого підбору або перевірки поперечних перерізів елементів усієї конструкції чи її довільного фрагменту. Цей розрахунок дозволяє отримати:

- таблиці результатів для довільного фрагменту чи всієї схеми. Результати створюються в текстовому, HTML, XLS (Excel) форматах;

- наглядне уявлення про роботу перерізів розрахункової схеми. Колір елементів розрахункової схеми в режимі мозаїки відображає використання несучої здатності перерізів за перевітками за першою та другою групою граничних станів, дозволяючи візуально визначити перевантажені чи недовантажені елементи. Цю операцію зручно застосовувати для швидкого пошуку небезпечних перерізів.

2) Локальний режим дозволяє розрахувати окремий сталевий переріз за розрахунковим сполученням зусиль, що задаються. Режим застосовується для виконання простих інженерних задач, що стосуються безпосередньо розрахунку окремого елемента як за результатами роботи ПК ЛІРА, так і без них. Допускається здійснювати як багатоваріантний підбір, так і перевірку елемента. Локальний розрахунок дозволяє отримати дуже детальну інформацію про елемент. У вікні локального розрахунку можуть відображатися огинаючі епюри зусиль, таблиця з вихідними даними для розрахунку елемента і таблиця, що містить детальні результати розрахунку елемента і його поперечного перерізу.

2. Для всіх розрахованих перерізів елементів виводяться результати перевірок на міцність і стійкість (за першою групою граничних станів), на гнучкість і прогини

(за другою групою граничних станів) і на місцеву стійкість на основі відповідних пунктів ДБН В.2.6-198:2014. Результати виводяться у вигляді *відсотків використання перерізу* порівняно з граничною несучою здатністю за тою чи іншою перевіркою.

Результат виглядає так:

$$\text{Відсоток використання, \%} = \frac{\text{максимальне значення}}{\text{гранична несуча здатність}} \cdot 100\% \quad (14.1)$$

Відсоток використання перерізу за першою групою граничних станів (1ГС) – це найбільший з відсотків за перевірками міцності та загальної стійкості, обчислений за всіма РСЗ.

Відсоток використання перерізу за другою групою граничних станів (2ГС) – це найбільший з відсотків за перевірками граничної гнучкості або прогину, узятий за всіма РСЗ.

Відсоток використання перерізу за місцевою стійкістю (МС) – найбільший з відсотків за перевірками стійкості стінки і полиці перерізу, узятий за всіма РСЗ.

Результати розрахунку представляються в табличній формі. Таблиці результатів формуються для виділених на схемі елементів або для всієї схеми. Форма таблиці залежить від виду елемента. Існують таблиці для БАЛОК, КОЛОН, НАСКРІЗНИХ КОЛОН, ФЕРМ і КАНАТІВ. Таблиці результатів мають такий вигляд:

Колони

Елемент	НП	Група	Крок ребер (планок)	Проценти вичерпання несучої здатності колони по перерізах, %										Довжина елемента		
				нор	СУ1	СZ1	СУZ	ГУ1	ГZ1	СС	СП	1ГС	2ГС		МС	

Наскрізні стержні

Елемент	НП	Група	Крок решітки (ребер)	Проценти вичерпання несучої здатності по перерізах, %										Довжина елемента		
				нор	СУ1	СZ1	Г>Г*	ГУ1	ГZ1	СС	СП	1ГС	2ГС		МС	

Балки

Елемент	НП	Група	Крок ребер (планок)	Ф _b min	Проценти вичерпання несучої здатності балки по перерізах, %										Довжина елемента	
					нор	тау	с1	УБ	Прг	СС	СП	1ГС	2ГС	МС		

Ферми

Елемент	НП	Група	Крок ребер (планок)	Проценти вичерпання несучої здатності ферми по перерізах, %									Довжина елемента		
				нор	СУ1	СZ1	ГУ1	ГZ1	СС	СП	1ГС	2ГС		МС	

Канати

Елемент	НП	Група	Проценти вичерпання несучої здатності каната по перерізах, %	Довжина елемента
---------	----	-------	--	------------------

В даних таблицях використовуються наступні позначення:

Елемент – номер скінченного елемента

НП – номер перерізу по довжині скінченного елемента

Група – група уніфікації елемента, конструктивний елемент

Крок ребер (планок) – крок поперечних ребер жорсткості чи з'єднувальної решітки (планок)

Φ_{min} – мінімальний коефіцієнт поперечного згину

Прг – чвідносний прогин балки (наближено)

нор – нормальні напруження

тау – дотичні напруження

с1 – еквівалентні (приведені) напруження

СБ – загальна стійкість балки

СУ1 – стійкість відносно осі У1

СZ1 – стійкість відносно осі Z1

СYZ – стійкість колони, стиснутої у 2-х площинах

ГУ1 – гранична гнучкість відносно осі У1

ГZ1 – гранична гнучкість відносно осі Z1

$\Gamma > \Gamma^*$ – відношення гнучкості наскрізної колони до гнучкості вітки

СС – місцева стійкість стінки

СП – місцева стійкість стиснутого поясу

1ГС – зведений % використання перерізу за 1 групою граничних станів

2ГС – зведений % використання перерізу за 2 групою граничних станів

МС – зведений % використання перерізу на місцеву стійкість

Довжина елемента – геометрична довжина конструктивного елемента

3. Конструктивний елемент – це сукупність декількох скінчених елементів, які при конструюванні розглядатимуться як єдине ціле. Якщо конструктивний елемент складається з елементів виду БАЛКА, то на схемі він позначатиметься КБ, КОЛОНА – КК, ФЕРМА – КФ, КАНАТ – К.

У конструктивний елемент можуть входити тільки елементи з однаковим перерізом. Між ними не повинно бути розривів, вони повинні мати спільні вузли і лежати на одній прямій. Конструктивні елементи можуть входити в склад інших конструктивних елементів чи груп уніфікації скінчених елементів.

Для розрахунку конструктивних елементів вибираються всі РСЗ для всіх перерізів елементів, що входять в конструктивний елемент.

Уніфікація скінченних елементів використовується, коли необхідно підібрати однаковий поперечний переріз для декількох елементів. Використовуються наступні типи уніфікації:

- всі перерізи уніфікуються між собою;
- елементи уніфікуються між собою по відповідних перерізах;
- елементи уніфікуються між собою з врахуванням симетрії.

Для уніфікації по 2-у і 3-у типах потрібно, щоб кількість розрахункових перерізів в уніфікованих елементах була однаковою.

Підбір перерізів уніфікованої групи відбувається по найбільш небезпечних РСЗ, котрі виникли у всіх перерізах елементів уніфікованої групи. Перевірка перерізів для елементів уніфікованої групи проводиться по РСЗ, що виникають в кожному елементі, а не по РСЗ всієї уніфікованої групи.

Якщо елементи виду БАЛКА об'єднані в групу уніфікації, то на схемі вони будуть позначені УБ, а далі номер групи уніфікації. Для КОЛОН аналогічно УК, а далі номер групи уніфікації. Для ФЕРМ – УФ, а далі номер групи уніфікації.

Також дозволяється уніфікація конструктивних елементів, коли необхідно підібрати для них однаковий поперечний переріз. При уніфікації конструктивних елементів необхідно, щоб кількість елементів, що входять в уніфіковані конструктивні елементи, розміри перерізів та кількість розрахункових перерізів елементів були однаковими.

Якщо конструктивні елементи виду БАЛКА об'єднані в групу уніфікації, то умовне позначення буде УКБ, а далі номер групи уніфікації конструктивних елементів. Аналогічно для елементів виду КОЛОНА – УКК, ФЕРМА – УКФ.

Уніфікація скінченних та конструктивних елементів використовується тільки при розрахунку по РСЗ. При підборі перерізів елементів за окремими навантаженнями чи РСН уніфікація елементів ігнорується. При розрахунку будуть використані значення розрахункових зусиль для кожного елемента, а не для групи уніфікації.

ТЕМА 15. Розрахунок конструкцій на пружній основі

1. Врахування роботи конструкцій спільно з пружною основою.
2. Класична модель основи Вінклера.
3. Модель основи Пастернака.
4. Модифікована модель основи Вінклера.

1. В інженерній практиці прийнято розраховувати плити і ростверки на пружній основі як самостійні конструкції, що піддаються дії навантажень від надземних конструкцій. ПК ЛІРА дозволяє розраховувати конструкції всієї

споруди в цілому, враховуючи при цьому великі резерви несучої здатності. Прикладом може служити розрахунок, конструкцій на пружній основі спільно з надземною спорудою (рис. 15.1).

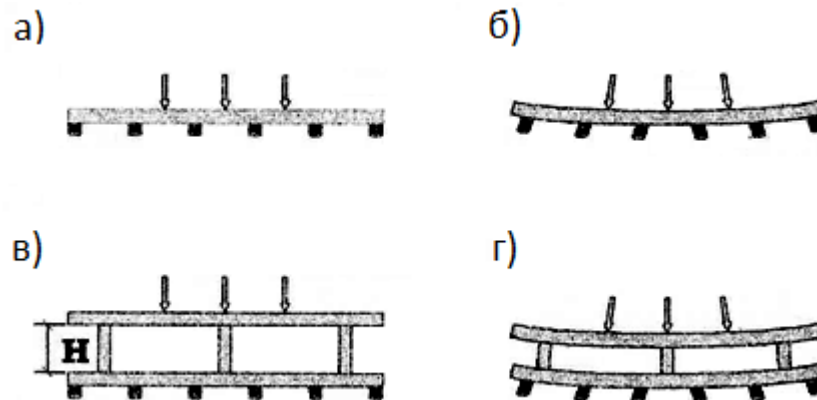


Рисунок 15.1 – Робота конструкцій спільно з основою

У випадку, якщо фундаментні балки або плити розраховуються як самостійні конструкції (рис. 15.1, а, б), в них виникають значні моменти M , внаслідок чого конструкції необхідно виготовляти досить громіздкими

Якщо розрахункова схема передбачає включення в роботу вищерозміщених перекриттів (рис. 15.1, в), то момент M сприйматиметься мембранним зусиллям у плиті на пружній основі і вищерозміщеними перекриттями, тобто в роботу включається конструкція верхніх поверхів (як правило, основний ефект дає включення тільки першого поверху). Як бачимо з рис. 15.1, г), у плитах на пружній основі виникають розтягуючі мембранні зусилля та невеликі місцеві моменти, а у вищерозміщених перекриттях – стискаючі мембранні зусилля. Необхідно мати на увазі, що в цьому випадку в конструкціях колон і стін виникають зсувні зусилля у двох напрямках і потрібно забезпечити їх сприйняття.

Як правило, врахування спільної роботи конструкцій на пружній основі і вищерозміщених перекриттів дозволяє значно зменшити витрати матеріалів.

2. Класичною розрахунковою механічною моделлю основи Вінклера є ряд не пов'язаних між собою пружин, закріплених на абсолютно жорсткій основі.

Штамп, прикладений до поверхні такої моделі, при навантаженні вдавлюється на глибину S , пропорційну середньому тиску P і при знятті навантаження повертається в початкове положення. Поверхня цієї моделі за межами штампу не деформується, тобто не враховується робота ґрунту за межами фундаменту.

Механічні властивості моделі Вінклера характеризуються коефіцієнтом постелі C_1 . По фізичному сенсу коефіцієнт постелі означає величину зусилля, яке необхідно прикласти до 1 м^2 поверхні основи, щоб він осів на 1 м . Розмірність C_1 – кН/м^3 .

Згідно з гіпотезою Вінклера коефіцієнт постелі в i -ій точці ґрунту дорівнює відношенню тиску на ґрунт в цій точці до її осідання:

$$C_{li} = \frac{P_i}{S_i}, \quad P_i < R \quad (15.1)$$

Приведене рівняння справедливе за умови, коли середній тиск під подошвою фундаменту P не перевищує значення R – розрахункового опору ґрунту для цього виду ґрунту і фундаменту. В іншому випадку необхідно використовувати моделі основи, що нелінійно деформується, або знижувати величину середнього тиску P , збільшуючи розміри площі фундаментів.

У класичній постановці коефіцієнт постелі моделі Вінклера залежить тільки від виду ґрунту і приймається постійним за всією контактною площею основи і фундаменту.

Для реалізації моделі Вінклера в ПК ЛІРА можуть бути використані СЕ 51, 55. Жорсткість EF_z даних елементів можна визначити за формулою:

$$EF_z = C_1 F \quad (15.2)$$

де F – контактна площа основи і фундаменту.

3. Модель основи Пастернака характеризується двома коефіцієнтами постелі C_1 (кН/м³), C_2 (кН/м), що описують тільки вертикальні деформації основи і фундаментів. Параметр C_2 враховує роботу ґрунту за межами фундаменту. У разі $C_2 = 0$ модель Пастернака є аналогом моделі Вінклера.

Основним обмеженням по практичному застосуванню моделі Пастернака є трудомісткість способів визначення коефіцієнтів постелі C_1 , C_2 . Теоретично параметри C_1 , C_2 можуть бути отримані тільки для одного або для двох шарів основи.

1. Стрічковий і плитний фундаменти на одношаровій основі:

$$C_1 = \frac{E_1}{h_1(1-\nu_1^2)} \quad (15.3)$$

$$C_2 = \frac{E_1 h_1}{6(1+\nu_1)}$$

2. Стрічковий фундамент на двохшаровій основі:

$$C_1 = \frac{1}{\frac{E_1}{h_1(1-\nu_1^2)} + \frac{E_2}{h_2(1-\nu_2^2)}} \quad (15.4)$$

$$C_2 = \frac{1}{6(1+\varepsilon_1)^2} \left[\frac{E_1 h_1}{1+\nu_1} (3+3\varepsilon_1 + \varepsilon_1^2) + \frac{E_2 h_2}{1+\nu_2} \right]$$

3. Плитний фундамент на двохшаровій основі:

$$C_1 = \frac{1}{\frac{h_1}{E_1}(1-2\nu_1^2) + \frac{h_2}{E_2}(1-2\nu_2^2)} \quad (15.5)$$

$$C_2 = \frac{1}{6(1+\varepsilon_2)^2} \left[\frac{E_1 h_1}{1+\nu_1} (3+3\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2) + \frac{E_2 h_2}{1+\nu_2} \right]$$

де $E_1, \nu_1, h_1, E_2, \nu_2, h_2$, – відповідно модуль деформацій, коефіцієнт Пуассона і товщина першого та другого шарів стискуваної товщі ґрунтової основи;

$$\varepsilon_1 = \frac{E_2(1-\nu_1^2)h_1}{E_1(1-\nu_2^2)h_2} \quad \varepsilon_2 = \frac{E_2(1-\nu_1^2)h_1}{E_1(1-\nu_2^2)h_2}$$

Для реалізації моделі Пастернака залежно від конструкції фундаменту можна використовувати універсальні СЕ стержнів та пластин з урахуванням роботи основи за межами фундаменту (C_1 і C_2 постійні по всій площі основи).

4. Модифікована модель основи Вінклера є універсальною, знімає всі вище приведені обмеження класичних моделей основи і в загальному випадку характеризується двома параметрами:

K_1 – коефіцієнт жорсткості лінійно деформівної основи при стиску від дії вертикального навантаження (кН/м³);

K_2 – коефіцієнт жорсткості лінійно деформівної основи при зсуві при дії горизонтального навантаження (кН/м³).

Тут в поняття коефіцієнта жорсткості K_1 вкладається інший сенс в порівнянні з аналогічним параметром C_1 класичної моделі Вінклера. В даному випадку K_1 враховує не лише вид ґрунту (єдиний чинник, який характеризує класичну модель Вінклера), але й такі важливі чинники, як форма і розміри фундаментів, змінні властивості ґрунтів по глибині основи і в плані споруди, роботу ґрунту за межами фундаменту.

Крім того, модифікована модель Вінклера дозволяє за допомогою параметра K_2 враховувати спільні горизонтальні деформації основ і фундаментів при дії горизонтальних навантажень. Враховуючи наближеність початкових даних за визначенням деформацій основи при дії горизонтального навантаження, рекомендується приймати $K_2 = 0,7K_1$.

Коефіцієнт жорсткості K_1 обчислюється за формулою для C_1 , виходячи з очікуваних (заздалегідь визначених) осідань поверхні основи S .

Отримані значення коефіцієнтів жорсткості K_1, K_2 можуть використовуватися при визначенні характеристик жорсткості для СЕ 51, 55 (рис. 15.2):

$$EF_z = K_1 F \text{ – по напрямку осі } Z \text{ (при вертикальному навантаженні)}$$

$$EF_y = EF_x = K_2 F \text{ – по напрямку осі } X, Y \text{ (при горизонтальному навантаженні)},$$

де F – контактна площа основи і фундаменту.

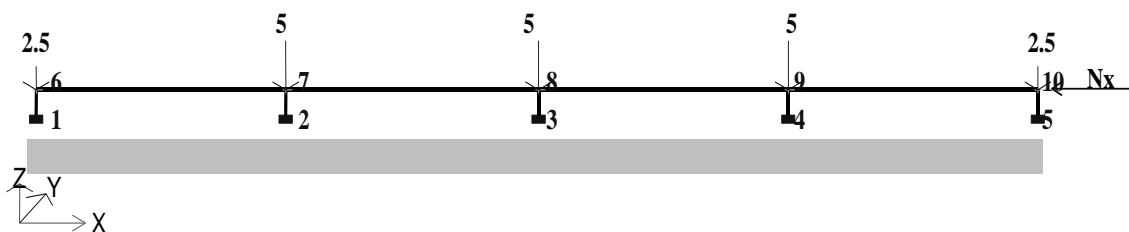


Рисунок 15.2 – Модифікована модель Вінклера на основі СЕ 51

ТЕМА 16. Розрахунок конструкцій на динамічні впливи

1. Загальна характеристика розрахунків на динамічні впливи.
2. Сейсмічні навантаження.
3. Вітрове навантаження з врахуванням пульсацій.

1. У ПК ЛІРА-САПР реалізовані можливості розрахунку на наступні динамічні впливи:

- сейсмічні;
- сейсмічні по заданих акселерограмах;
- пульсації вітру;
- імпульсні;
- удар;
- гармонічні;
- проведення модального аналізу.

Для розрахунку на динамічні дії необхідно підготувати дані про варіанти динамічних завантажень і задати для кожного з цих завантажень набір характеристик відповідної дії, що породжує коливання системи.

Динамічні завантаження повинні враховувати інерційні сили. Ці сили пов'язані з вузловими зосередженими масами і масами, розташованими на елементах системи. Напрямок вузлових мас повинен відповідати поступальному динамічному ступеню свободи, відповідним граничним умовам, та ознаці схеми.

Завантаження сейсмічним і вітровим пульсаційним впливами описуються за допомогою задання лише ваги маси. Для завантажень ударним, імпульсним і гармонічним впливами крім ваги маси необхідно задати ще й характеристики та напрямки цих впливів у вузлах, де вони прикладені.

Завантаження для розрахунку на динаміку мають бути задані в строгому порядку:

1. Перше завантаження – це статичне навантаження на конструкцію (наприклад, власна вага конструкції або власна вага з технологічним навантаженням і т.д.) Задання першого завантаження нічим не відрізняється від задання звичайних статичних завантажень. Це завантаження не є обов'язковим (може бути відсутнім).
2. Друге завантаження – це ваги мас. Дозволяються такі способи задання ваги маси:

а) Задання розподіленої ваги маси на елементи. При розрахунку здійснюється автоматичний збір ваги маси у вузли розрахункової схеми на основі даних про їх густину.

б) Задання ваги маси у вузли як сил, що діють у заданому напрямку. У цьому випадку користувач самостійно призначає вузли схеми, до яких будуть прикладені ці сили, обчислює їх самостійно і задає напрямок їхньої дії.

в) Формування ваги маси зі статичного завантаження. При цьому, як і у випадку 1, здійснюється автоматизований збір ваги у вузли. Проте вага мас буде зібрана лише з тих навантажень статичного завантаження, що діють уздовж осі Z.

Дозволяється застосування всіх способів в одному і тому ж завантаженні.

3. Третє завантаження – це діюче динамічне навантаження на конструкцію.

Реалізовано 4 типи динамічних навантажень:

а) кусочно-лінійне навантаження (ламана) з довільним кроком (рис. 16.1, а).
Задається кількість пар точок і пари точок «час – значення»;

б) синусоїдальне навантаження (рис. 16.1, б). Задається у виді $A \sin(\omega t + \varphi)$, де A – амплітуда, ω – частота, φ – зсув фаз, також задається час початку і закінчення дії навантаження;

в) акселерограма у відносних одиницях (рис. 16.1, в). Задається кількість точок в акселерограмі, час початку, крок дискретизації, масштабуючий коефіцієнт до акселерограми і значення акселерограми. Під масштабуючим коефіцієнтом слід розуміти добуток наступних коефіцієнтів:

- коефіцієнта переведення значень акселерограми в m/s^2 ;
- коефіцієнта приведення до необхідної бальності майданчика будівництва.

Наприклад, початкова акселерограма задана в долях g (прискорення вільного падіння) для 9-ти бального землетрусу (максимальна амплітуда 0,4), а необхідно її прикласти для 7-ми бального майданчика будівництва, то масштабуючий коефіцієнт має бути призначений $k = 9,81 \cdot 0,1 / 0,4 = 2,54$, де 0,1 – максимальна амплітуда для 7-ми бального землетрусу;

г) кусочно-лінійне навантаження з рівномірним кроком (рис. 16.1, г).
Задається кількість точок, час початку, крок дискретизації; масштабуючий коефіцієнт і значення ламаної.

4. Четверте завантаження – це демпфуючі характеристики конструкції (завантаження не є обов'язковим і може бути відсутнім). Задання четвертого завантаження нічим не відрізняється від задання статичного завантаження. У ньому можуть бути присутніми як зосереджені, так і розподілені навантаження, що відбивають демпфуючі властивості конструкції. З четвертого завантаження формується діагональна матриця вузлових демпферів тільки по лінійних ступенях вільності. Напрямок демпфуючого навантаження не має значення, оскільки його величина береться по абсолютному значенню. Сили демпфування приймаються прямо пропорційними швидкостям.

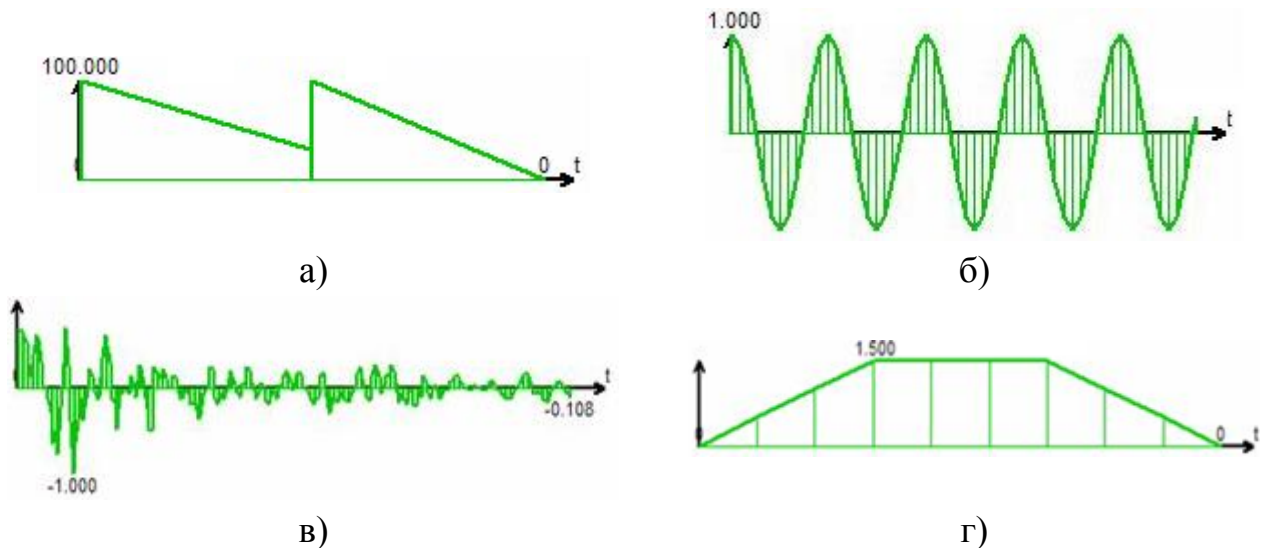


Рисунок 16.1 – Типи динамічних завантажень

2. В ПК ЛІРА реалізований розрахунок сейсмічних впливів відповідно до вимог ДБН В.1.1-12:2006 «Будівництво у сейсмічних районах України» та ДБН 2.2-24:2009 «Проектування висотних житлових і громадських будинків», а також ряду стандартів країн Європи та СНД. Для проведення розрахунку згідно даних норм необхідне задання додаткових параметрів.

Сейсмічність майданчика будівництва задається без урахування категорії ґрунту. Зміну сейсмічності залежно від категорії ґрунту слід врахувати при заданні значення поправочного коефіцієнта.

Поправочний коефіцієнт задається для коригування початкових даних. Цей коефіцієнт може приймати будь-яке позитивне значення, і на нього множаться результати розрахунку інерційних сил від сейсмічної дії. Як приклади, коли необхідно застосовувати значення поправочного коефіцієнта, відмінне від одиниці, можна вказати на такі ситуації:

- категорія ґрунту вимагає зміни сейсмічності майданчика (наприклад її зменшення на один бал), що призводить до необхідності завдання шестибальної сейсміки. Враховуючи те, що підвищення сейсмічності на один бал призводить до подвоєння результату, можна вказати сейсмічність площадки як семибальну і задати значення поправочного коефіцієнта рівним 0,5;
- необхідно перевірити розрахунком реально існуючу конструкцію на дію землетрусу з нецілим значенням інтенсивності в балах. Наприклад, для 8,5 балів досить вказати сейсмічність площадки в 8 балів і задати значення поправочного коефіцієнта рівним $2^{8.5}/2^8 = 1,414$;
- ПН Г-5-006-87 «Нормы проектирования атомных станций» вимагають враховувати спеціальний коефіцієнт особливих умов експлуатації атомних станцій K_9 . Це можна зробити, задаючи відповідні значення поправочного коефіцієнта для сейсміки.

Напрям дії сейсмічного навантаження задається значеннями напрямних косинусів по відношенню до осей загальної системи координат.

Для максимально детального врахування умов роботи конструкції при землетрусах можна використовувати файли стандартних акселерограм, що поставляються разом з ПК ЛПА і відповідають землетрусам різної бальності.

Сумарне зусилля N при сейсмічній дії в загальному випадку визначається за формулою

$$N = \sqrt{\sum_{i=1}^{kf} N_i^2} \quad (16.1)$$

де N_i – узагальнене зусилля i -ї форми коливань, kf – кількість форм власних коливань, що враховується.

3. Розрахунок на вітрові дії з врахуванням пульсацій проводиться згідно ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження і впливи».

Тиск вітру на споруду в точці, розташованій на висоті z від рівня землі, розглядається як сума статичної і пульсаційної складових вітрового навантаження

$$q(z,t) = q_s(z) + q_p(z,t) \quad (16.2)$$

Останній доданок є випадковою функцією часу, що обумовлена випадковою швидкістю пульсацій, має нульове середнє і нормальній закон розподілу.

При розрахунку задаються додаткові характеристики завантаження:

- напрям дії вітру в глобальній системі координат;
- значення ширини будівлі по фронту поверхні, що обдувається, і довжини уздовж заданого напрямку дії вітру;
- номер вітрового статичного завантаження;
- число форм власних коливань конструкції, які необхідно врахувати в розрахунку, зазвичай задається 3 – для плоских конструкцій і 6 – для просторових. При цьому число врахованих в результаті форм може виявитися менше, оскільки, якщо власна частота менше граничної частоти споруди, то згідно ДБН вона не враховується.

Сумарні зусилля N в елементах схеми обчислюються за наступною формулою:

$$N = N_C + \sqrt{\sum_{i=1}^{kf} N_i^2} \quad (16.3)$$

де N_i – узагальнене зусилля i -ї форми коливань, N_C – зусилля від статичної складової.

Якщо проводиться розрахунок конструкції за розрахунковими сполученнями зусиль (РСЗ), то постійна складова завантаження оголошується статичним вітровим для пульсації (вид завантаження – 9), а динамічне пульсаційне завантаження оголошується як правило миттєвим (вид завантаження – 7). Вид завантаження 9 задається для того, щоб статична складова від завантаження не

увійшла в РСЗ двічі – і як статичне завантаження, і як постійна складова динамічного).

ТЕМА 17. Розрахунок на імпульсну та ударну дію

1. Розрахунок на задане гармонічне завантаження.
2. Розрахунки на імпульсну та ударну дію.
3. Модальна маса.

1. Розрахунок на гармонічні коливання виду $P\cos(\theta t)$ може бути виконаний без урахування частотних зон і з урахуванням частотних зон.

Для гармонійного навантаження при розрахунку на гармонійні коливання без урахування частотних зон кожна вимушена частота породжує пару інерційних сил – дійсну і уявну складові. Складові інерційних сил не мають фізичного тлумачення, але їх використання як статичних завантажень дозволяє визначити амплітудні значення переміщень, зусиль і напружень для цього варіанту.

ПК ЛІРА дозволяє за умовчанням проводити врахування резонансних станів для власних частот, менших вимушеної частоти.

При розрахунку з урахуванням частотних зон враховується погрішність обчислення власних частот і можлива їх зміна в процесі експлуатації споруди. Це здійснюється шляхом введення частотних зон, усередині яких повинні знаходитися власні частоти. Межі частотних зон визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}\omega_i' &= (1 - \varepsilon)\omega_i \\ \omega_i'' &= (1 + \varepsilon)\omega_i\end{aligned}\tag{17.1}$$

де ω_i' , ω_i'' – ліва і права межі частотної зони;

ε – задана погрішність при визначенні частоти, залежна від типу конструкції і розрахункової схеми;

ω_i – частота власних коливань, визначена в результаті розрахунку.

При цьому можливі два випадки положення вимушеної частоти, для яких розрахунок проводиться за різними алгоритмами:

- а) вимушена частота потрапляє в одну або декілька частотних зон;
- б) вимушена частота не потрапляє в жодну частотну зону.

Сумарне зусилля N при гармонічній дії визначається за формулою

$$N_i = \sqrt{N_{ri}^2 + N_{mi}^2}\tag{17.2}$$

де N_i – узагальнене зусилля i -ї форми коливань, де N_{ri} , N_{mi} – дійсна та уявна складові гармонічного навантаження.

2. Імпульсні навантаження є короткочасними силами або ударами, час дії яких τ не перевищує $2,5T_s$, де T_s – період найменшої з форм коливань, що враховуються. Розрізняють одноразові імпульси, для яких навантаження $f(t)=0$ при $t>\tau$, і імпульси багатократної дії, з числа яких найчастіше виділяють періодичні імпульси, що повторюються кілька разів через рівні проміжки часу T_0 .

Імпульс характеризується тривалістю дії τ , формою $f(t)$ і найбільшим значенням P_0 (табл. 17.1), або величиною імпульсу

$$S = P_0 \int_0^\tau f(t) dt \quad (17.3)$$

Усереднена величина сили імпульсу (удару) P_d обчислюється за формулою:

$$P_d = \frac{P_0}{\tau} \int_0^\tau f(t) dt \quad (17.4)$$

При $t < 0,1T_s$ імпульс можна вважати миттєвим і не розрізняти форми $f(t)$, оскільки усі вони призводять практично до тотожних результатів.

При прямому ударі тіла маси M_0 по конструкції імпульс визначається формулою

$$S = M_0 v_0 (1 + k_0), \quad (17.5)$$

де v_0 – швидкість ударяючого тіла на початку зіткнення, k_0 – коефіцієнт відновлення, залежний від форми і матеріалу тіл.

Якщо маса M_0 мала в порівнянні з сумою мас споруди, то розрахунок на удар можна виконати як на імпульс величиною S , інакше M_0 слід врахувати як приєднану масу і уточнити таким чином частоти власних коливань. Форма функції $f(t)$ при ударі рекомендується дзвоноподібною (табл. 17.1, № 6).

Сумарне зусилля N при імпульсній дії визначається за формулою

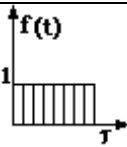
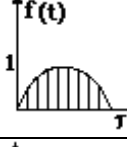
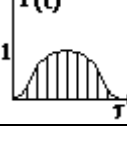
$$N = \sqrt{\sum_{i=1}^{kf} N_i^2} \quad (17.6)$$

Аналогічно для удару

$$N = N_m + \sqrt{\sum_{i=1}^{kf} N_i^2} \quad (17.7)$$

де N_i – узагальнене зусилля i -ї форми коливань, N_m – зусилля від ваги тіла, що вдаряється, kf – кількість форм власних коливань, що враховується.

Таблиця 17.1 – Основні форми імпульсних дій

№	Форма імпульсу	Формула $f(t)$	Усереднена величина сили імпульсу P_d
1		$f(t) = 1$	$P_d = P_0$
2		$f(t) = t/\tau$	$P_d = P_0/2$
3		$f(t) = 1 - t/\tau$	$P_d = P_0/2$
4		$f(t) = \sin(\pi t/\tau)$	$P_d = 2P_0/\pi$
5		$f(t) = 2t/\tau \quad (t < \tau/2)$ $f(t) = 2(1-t/\tau) \quad (t > \tau/2)$	$P_d = P_0/2$
6		$f(t) = 0.5(1 - \cos(2\pi t/\tau))$	$P_d = P_0/2$

3. Модальна маса за k -ою формою коливань визначається як

$$Q_k = \frac{(\sum Q_{ki} X_{ki})^2}{\sum Q_{ki} X_{ki}^2} \quad (17.8)$$

де X_{ki} – переміщення i -го вузла схеми, $\sum Q_k = Q$ – загальна маса споруди.

В таблиці частот власних коливань видається відсоток загальної маси, яка бере участь в k -ій формі коливань, $Q_k/Q \cdot 100\%$.

Крім того, визначається сумарна ефективна модальна маса – сума модальних мас за врахованими в розрахунку формами коливань

$$\bar{Q} = \sum_{k=1}^{\bar{n}} Q_k \quad (17.9)$$

Вона використовується для визначення необхідної кількості форм коливань, які включаються в розрахунок. Так, згідно вимог ДБН В.1.1-12:2006 необхідно, щоб сумарна модальна маса складала не менше 85% повної суми модальних мас конструкції при коливаннях в горизонтальному напрямку і не менше 75% – у вертикальному.

ТЕМА 18. Нелінійні розрахунки будівельних конструкцій

1. Загальна характеристика нелінійних розрахунків.
2. Розв'язування систем нелінійних рівнянь.
3. Кроковий метод.

1. Раніше розглядалося рішення тільки лінійних задач – тобто таких, в яких зв'язок між силами, що діють на конструкцію, і переміщеннями її точок приймається лінійним, а в основі фізичних рівнянь, як правило, лежить узагальнений закон Гука. Насправді це часто не відповідає дійсності. Наприклад, бетон, дерево, пластик і деякі інші будівельні матеріали характеризуються нелінійною залежністю напружень від деформацій навіть при невеликих навантаженнях. Така нелінійність називається *фізичною*. Проявляється вона при виникненні пластичних деформацій, при криволінійній діаграмі «напруження-деформації», при зміні властивостей матеріалів від зовнішніх впливів і т. д.

При значних переміщеннях, співрозмірних з розмірами конструкції, необхідно враховувати *геометричну* нелінійність, наприклад, в разі поздовжнього і поздовжньо-поперечного згину стержнів, зміні координат точок конструкції через порівняно великі переміщення.

Особливе місце займає *конструктивна* нелінійність, пов'язана зі зміною розрахункової схеми конструкції в процесі навантаження (врахування односторонніх зв'язків): при контактній взаємодії деформівних тіл (односторонні опори, тріщини), при розрахунку конструкцій типу вант, з затяжками і т. п.

Класифікація та характеристики основних типів задач наведені на рис. 18.1, узагальнене порівняння характеристик лінійного та нелінійного розрахунків приведено в табл. 18.1.

Завдання розрахунку несучих конструкцій, орієнтовані на уточнене прогнозування особливостей поведінки системи на усіх етапах її роботи, включаючи етапи, що передують руйнуванню, найчастіше не можуть бути вирішені методами лінійної будівельної механіки. Відхилення від закону Гука (фізична нелінійність), відмова від розгляду умов рівноваги в геометричних термінах недеформованого стану (геометрична нелінійність), врахування можливої зміни розрахункової схеми в процесі деформування (конструктивна нелінійність) складають звичайний «набір нелінійностей».

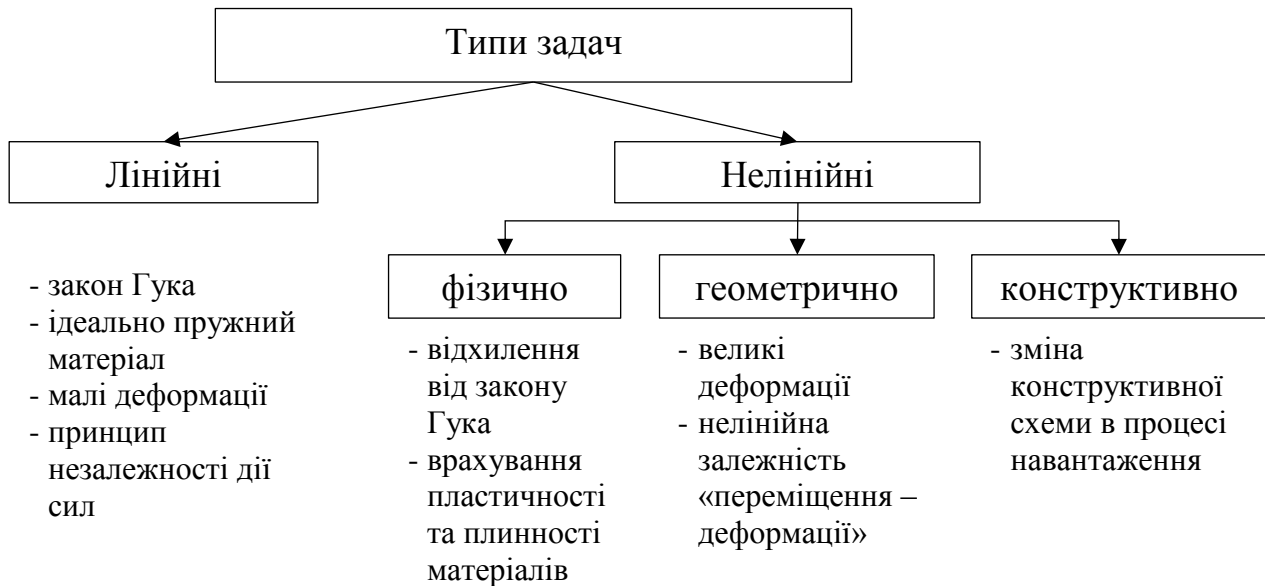


Рисунок 18.1 – Класифікація та характеристики основних типів задач

Цей набір далеко не повний. Він не включає розгляд ефектів, що виникають при протіканні процесів реологій в матеріалі (наприклад, повзучість) і нелінійні ефекти опору руху типу сухого тертя або іншої природи, крім того він опускає нелінійності, пов'язані з накопиченням напружень і деформацій в процесі зміни конструкції при її створенні (генетичну нелінійність). Останній тип нелінійності, звичайно можна розглядати, як варіант конструктивної нелінійності, оскільки розглядаються системи зі змінною розрахунковою схемою, але тут зміни відбуваються не в результаті дії навантаження, а цілеспрямовано, за задумом проектувальника, що дає підстави для її окремого розгляду і найменування.

Особливо слід застерегти користувача програмних засобів, де представлена «фізична нелінійність». Річ у тому, що в багатьох з них розглядається задача, що відрізняється від лінійної тільки тим, що функціональна лінійна залежність між напруженнями і деформаціями замінена деякою нелінійною функцією. При цьому така функція приймається однозначною і однаковою для навантаження і розвантаження. Проте такі нелінійно-пружні матеріали в природі майже не зустрічаються, а відхилення від закону Гука у більшості конструкційних матеріалів пов'язані з явищами пластичності. Але реальний пластичний матеріал після розвантаження дає залишкові деформації.

Приведене вище зауваження часто парюється посиланням на те, що розглядатимуться тільки такі історії поведінки конструкції, коли усі навантаження тільки зростають. Але річ у тому, що зростання навантажень не гарантує росту напружень в усіх точках тіла, тому, навіть прийнявши таке самообмеження, не можна себе застрахувати від помилки.

Таблиця 18.1 – Порівняння лінійного та нелінійного розрахунків

Характеристика	Лінійні задачі	Нелінійні задачі
Залежність переміщень від навантаження	Лінійно залежність	Нелінійна залежність
Зв'язок між напруженнями та деформаціями	Лінійна залежність	Нелінійна залежність напружень від деформацій або часу
Величина переміщення	Зміни геометрії через переміщення вважаються малими та ігноруються при перевірці рівноваги	Переміщення можуть бути не малими, для перевірки рівноваги використовують деформований стан
Властивості матеріалу	Лінійні пружні властивості, які просто визначаються	Нелінійні властивості, часто невідомі, що потребує проведення додаткових експериментальних досліджень
Зворотність деформацій	Всі деформації повністю зворотні і зникають при розвантаженні системи	Після зняття навантаження стан системи може відрізнятись від вихідного
Граничні умови	Під час розрахунку залишаються незмінними	Можуть змінюватися (наприклад, змінюються площадки контакту).
Послідовність прикладання навантажень	Не важлива, результуючий стан від неї не залежить	Стан конструкції може залежати від послідовності прикладання навантажень
Час виконання обчислень	Менший, ніж при нелінійному розрахунку	Приріст навантаження та ітерації потребують значного часу, особливо при високій ступені точності
Використання результатів	Результати розрахунку на різні навантаження допускають додавання та домноження на деякі коефіцієнти з метою отримання розрахункових сполучень	Розклад задачі на складові впливи і наступне об'єднання результатів неможливе
Вихідний напружено-деформівний стан	Вихідний НДС неважливий	Вихідний НДС потрібно задати

2. Розрахунок нелінійних систем є більш складним завданням в порівнянні з рішенням лінійних задач, оскільки тут доводиться враховувати деформований стан розглянутої області, відмовитися від принципу незалежності дії сил, застосовувати спеціальні методи пошуку і аналізу рішення. При цих умовах отримати аналітичний розв'язок задачі, як правило, не вдається, тому розрахунок

виконується за допомогою чисельних методів, найчастіше МСЕ, використовуючи при цьому процедури послідовних наближень.

Методи, що розглядаються нижче, часто застосовуються для вирішення нелінійних задач. Усі вони засновані на лінеаризації нелінійних рівнянь, тобто пошук розв'язку нелінійних рівнянь здійснюється розв'язуванням рекурентної послідовності лінійних. Деякі з них порівняно мало відомі (метод послідовних жорсткостей), хоча у ряді випадків досить ефективні.

Розглянуті методи можна розділити на два класи:

1) *ітераційні*, для яких відома точність рішення, але невідома кількість обчислень (ітерацій), які знадобляться, щоб досягти задану точність:

- метод пружних розв'язків (рис. 18.2, а) – загальна матриця жорсткості представляється як сума лінійної та нелінійної складових;
- метод змінних жорсткостей (у математиці він відомий як метод січних, рис. 18.2, б) – загальна матриця жорсткості i -ї ітерації визначається на основі переміщень $(i-1)$ ітерації;
- метод Ньютона-Рафсона (рис. 18.2, в) – на кожній ітерації визначається поправка на основі відхилення вузлових сил;
- метод Ньютона-Канторовича (рис. 18.2, г) – модифікований м-д Ньютона-Рафсона без перерахунку матриці жорсткості на кожній ітерації.

2) *прямі*, для яких заздалегідь відома кількість обчислень, але невідомо, яка буде досягнута точність. Сюди відносяться *крокові методи*:

- метод послідовних жорсткостей;
- метод послідовних навантажень з урахуванням нев'язок.

Відомі також і інші модифікації крокових методів. Більшість модифікацій крокових методів пов'язана з уточненням рішення на кожному або на наступних кроках.

Крокові методи знайшли дуже широке застосування, і це, разом з достатньо легкою реалізацією, пояснюється також можливістю організації комп'ютерного моделювання процесу навантаження або процесу зміни напружено-деформованого стану конструкції в часі, викликаного таким чинником, як повзучість.

При необхідності вирішення тільки нелінійної задачі, тобто визначення напружено-деформованого стану, відповідного заданому навантаженню, перевагу слід віддавати ітераційним методам. При необхідності проведення математичного моделювання процесу навантаження використовуються крокові методи.

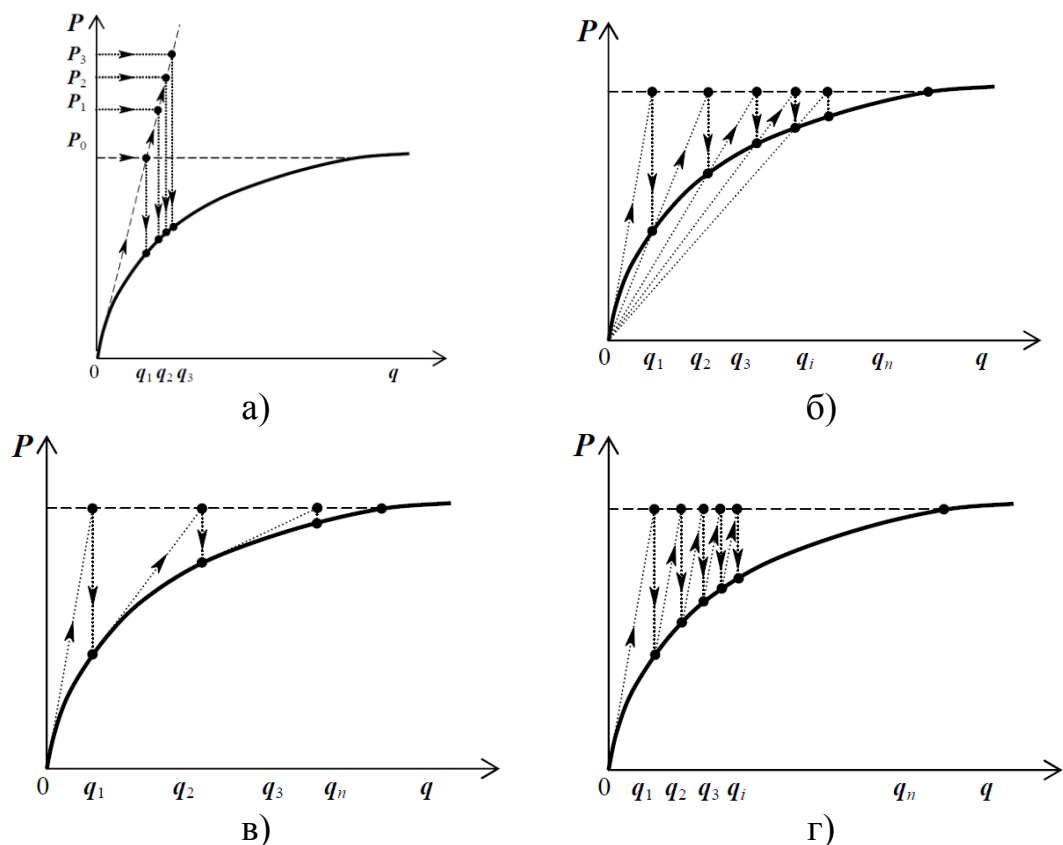


Рисунок 18.2 – Графічна інтерпретація ітераційних методів розрахунку

3. Відомі декілька варіантів крокової процедури, які відрізняються лише використовуваними методами чисельного рішення задачі Коші. Усі вони випробувані на практиці і мають свою сферу застосування. Так, в ПК ЛІРА є можливість використовувати наступні модифікації крокового методу:

- простий кроковий метод;
- кроковий метод з уточненнями;
- кроково-ітераційний.

У першому випадку на кожному кроці вирішується лінеаризована задача, і в припущенні, що це рішення є досить точним, реалізується перехід до наступного кроку навантаження (рис. 18.3, а). Погрішність розв'язку нелінійної задачі не контролюється – передбачається, що погрішність мала за рахунок вибору малого кроку чисельного інтегрування.

Другий варіант передбачає контроль нев'язок на кожному кроці та ітераційне уточнення навантаження чергового кроку за рахунок врахування нев'язки в рівняннях рівноваги (рис. 18.3, б).

Нарешті, в третьому випадку виробляється ітераційне уточнення рішення на кожному кроці з коригуванням лінеаризованої матриці жорсткості на кожній ітерації (рис. 18.3, в).

Важливою особливістю крокової процедури і її привабливою відмінністю від інших методів рішення нелінійних рівнянь є те, що лінеаризована в околі деякого навантаження система може аналізуватися звичайними методами лінійної

будівельної механіки. Мають сенс оцінки коефіцієнта запасу стійкості або частоти і форми власних коливань такої лінеаризованої системи.

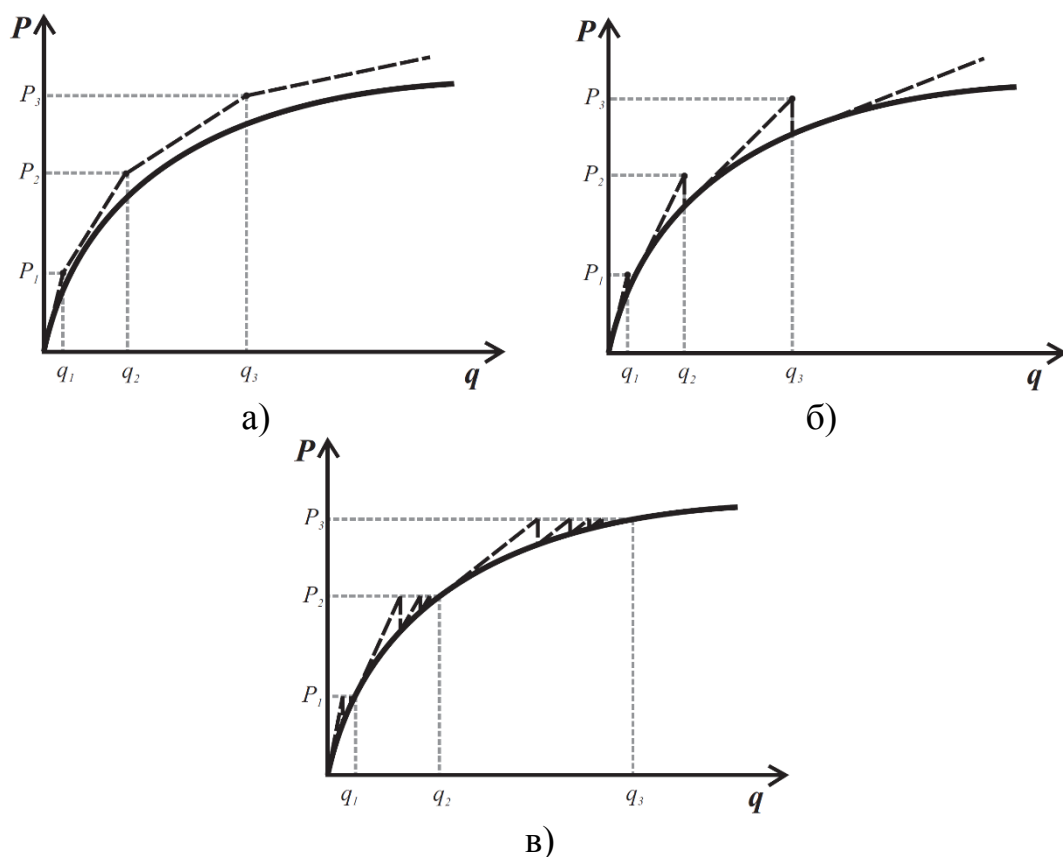


Рисунок 18.3 – Графічна інтерпретація крокових методів розрахунк

Необхідно відмітити, що дослідження поведінки нелінійної системи може вимагати перегляду прийнятої раніше розрахункової схеми, зокрема, збільшення деталізації скінченно-елементної сітки.

Для вирішення фізично і геометрично нелінійних завдань будівельної механіки кроковим методом в ПК ЛПА призначений кроковий процесор ЛПР-СТЕП. Він організовує кроковий процес і забезпечує рішення лінеаризованої системи дозволяючих рівнянь на кроці для поточного приросту вектора вузлових навантажень, сформованого для конкретного навантаження.

Кроковий процесор дозволяє отримати напружено-деформований стан з урахуванням нелінійних ефектів як для мономатеріальних, так і для біматеріальних (залізобетон) систем. Для біматеріальних систем пропонується певний набір типів армуючих включень.

Матриця жорсткості лінеаризованої фізично нелінійної системи формується на основі змінних інтегральних жорсткостей, що отримуються в точках інтегрування скінченного елемента при вирішенні пружної задачі на конкретному кроці. Схема чисельного інтегрування по області скінченного елемента і набір використовуваних жорсткостей визначаються типом скінченного елемента. Для отримання відповідного набору інтегральних жорсткостей переріз скінченного

елементу в точках інтегрування дробиться на ряд елементарних підобластей, в центрах яких визначаються нові значення фізико-механічних характеристик матеріалу, відповідно до заданої користувачем діаграми деформування матеріалу. На кожному кроці вирішується лінеаризоване завдання з формуванням векторів переміщень, зусиль і нових інтегральних жорсткостей із дотичного модуля для наступного кроку. Кількість кроків і коефіцієнти до навантаження задаються користувачем. В цьому випадку основне рівняння МСЕ має вигляд

$$[\tilde{K}(u)]\{u\} = \{P\} \quad (17.10)$$

де $[\tilde{K}(u)]$ – матриця жорсткості, яка перераховується на кожному кроці з врахуванням поточного значення модуля пружності матеріалу.

ЛІР-СТЕП дозволяє комбінувати лінійні і нелінійні скінченні елементи, а також реалізовувати розрахунок за суперелементною схемою, якщо нелінійні елементи присутні тільки в основній схемі.

Для задання параметрів нелінійності у всіх діалогових вікнах задання характеристик жорсткості для стандартних перерізів додається група кнопок «Врахування нелінійності», які стають активними після задання відповідного типу скінченних елементів.

ТЕМА 19. Розрахунки з врахуванням фізичної нелінійності

1. Фізична нелінійність бетону.
2. Закони деформування фізично нелінійних скінченних елементів. Бібліотека фізично нелінійних скінченних елементів.

1. Відхилення від закону Гука спостерігається для бетону вже на початкових стадіях навантаження. У бетоні як в матеріалі пружно-пластичному має місце нелінійна залежність між напруженнями і деформаціями, тобто при виконанні розрахунку стає необхідним врахування фізичної нелінійності бетону

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (18.1)$$

Початковий модуль пружності бетону E_0 відповідає лише миттєвому навантаженню зразка, при якому виникають тільки пружні деформації. Геометрично E_0 виражається тангенсом кута нахилу прямої пружних деформацій (рис. 19.1).

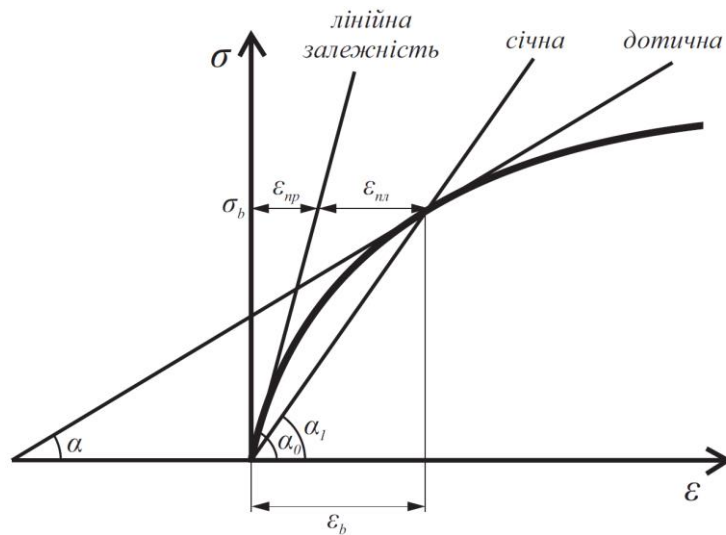


Рисунок 19.1 – Залежність σ - ϵ для бетону і модуль деформації

При тривалій дії навантаження у зв'язку з розвитком пластичних деформацій модуль повних деформацій бетону стає змінною величиною і геометрично може бути виражений тангенсом кута нахилу дотичної до кривої σ - ϵ в точці із заданим напруженням:

$$E' = \operatorname{tg} \alpha \quad (18.2)$$

Отже, модуль деформації бетону E' є похідною від напруження по деформаціях:

$$E' = \frac{d\sigma_b}{d\epsilon_b} \quad (18.3)$$

Користуючись змінним модулем деформації E' , можна було б знаходити деформації інтегруванням функції

$$\epsilon_b = \int \frac{d\sigma_b}{f(\sigma)},$$

але практично такий спосіб визначення деформації важкий, оскільки тут потрібна аналітична залежність $E' = f(\sigma)$.

За пропозицією В. І. Мурашева, при розрахунку залізобетонних конструкцій користуються середнім модулем пружнопластичності бетону, що є тангенсом кута нахилу січної до кривої повних деформацій в точці із заданим напруженням (див. рис. 19.1):

$$E' = \operatorname{tg} \alpha_1 \quad (18.4)$$

В файлах звітів після виконання нелінійного розрахунку друкуються переміщення та зусилля у вузлах та елементах схеми, а також виводяться повідомлення:

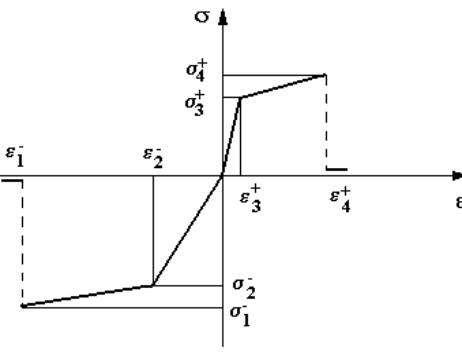
- про розвиток процесу тріщиноутворення з орієнтацією тріщин в загальній системі координат при переважанні розтягуючих напружень;
- про дроблення матеріалу, при переважанні стискуючих напружень;
- про виколювання матеріалу між тріщинами при знакозмінних напруженнях;

- про текучість, розриви, зім'яття, зрізи арматури;
- про точки утворення пластичних шарнірів.

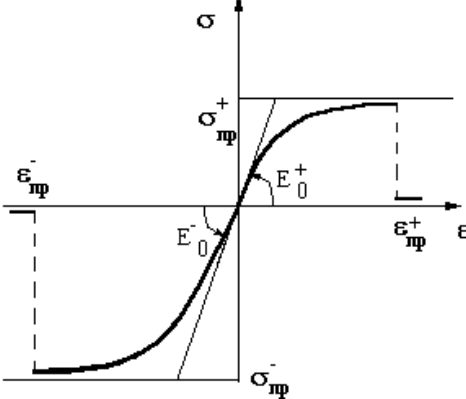
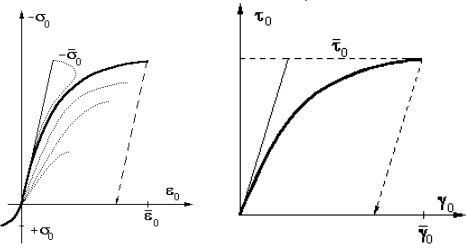
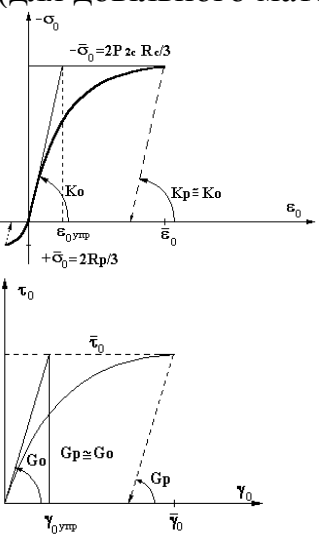
2. Для моделювання фізичної нелінійності використовуються СЕ №200-299 з бібліотеки ПК ЛПА, для яких можна задати різні закони деформування. Їх опис відбувається за допомогою розвиненої бібліотеки законів деформування матеріалів (залежностей напруження-деформація), які дозволяють моделювати практично будь-які фізично-нелінійні властивості матеріалу. Бібліотека законів деформування матеріалу є бібліотекою відкритого типу, що полегшує її поповнення новими законами. Склад бібліотеки приведений в таблиці 19.1.

Характеристики міцності для усіх задіяних в комплексі класів бетонів зберігаються в базі даних ПК ЛПА і прийняті відповідно до ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонні и залізобетонні конструкції».

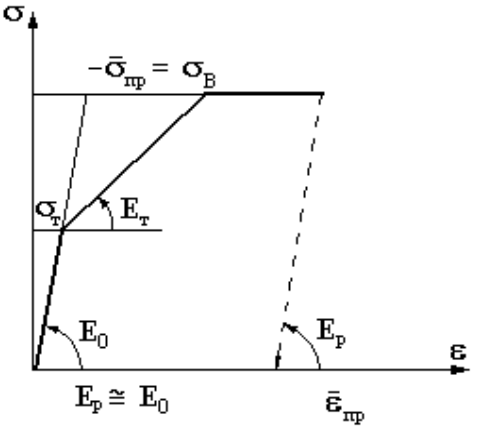
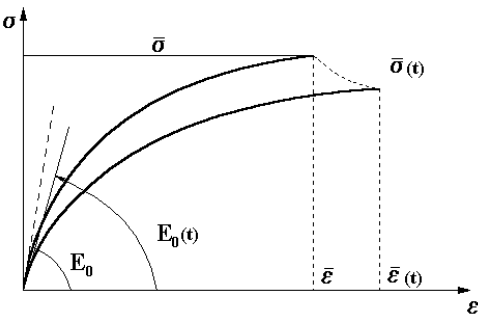
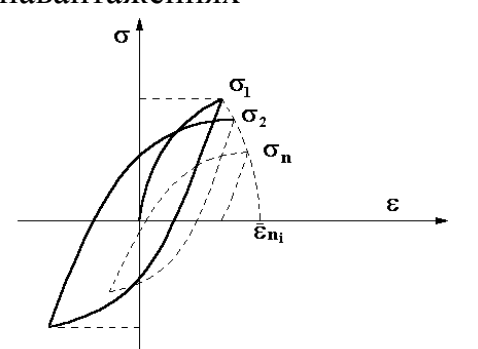
Таблиця 19.1 – Бібліотека законів деформування фізично нелінійних СЕ

№	Вид залежності	Параметри
1	Експоненціальна залежність 	E_0^- – початкове значення модуля Юнга на стиск; $\sigma_{пр}^-$ – граничне значення напруження на стиск (негативне значення); E_0^+ – початкове значення модуля Юнга на розтяг; $\sigma_{пр}^+$ – граничне значення напруження на розтяг.
2	Закон ламаної типу «деформація – напруження» 	ε_i – деформація в проміжній точці; σ_i – напруження в проміжній точці. Кількість точок i не обмежена; ділянки задаються зліва направо (стиск-розтяг). Якщо значення узагальненої деформації виходить за межі заданої ламаної, моделюється виключення матеріалу ($E_i = 1$) елементарного майданчика з роботи перерізу. Обмеження: не можна задавати горизонтальні ділянки.

Продовження таблиці 19.1.

№	Вид залежності	Параметри
3	<p>Експоненціальна залежність для залізобетону</p> 	<p>E_0^- – початкове значення модуля Юнга на стиск; σ_{np}^- – граничний опір на стиск; ε_{np}^- – гранична деформація на стиск; E_0^+ – початкове значення модуля Юнга на розтяг; σ_{np}^+ – граничний опір на розтяг; ε_{np}^+ – гранична деформація на розтяг.</p>
<p><i>Група законів, що враховують роботу матеріалів з тріщинами при багатоосному напружено-деформованому стані.</i></p>		
4	<p>Експоненціальні залежності для основного матеріалу (бетону по нормативних значеннях міцності)</p> 	<p>B_i, ($i = 3.5, 5, 7.5, 10-60$) – номер класу важкого бетону по ДБН В.2.6-98:2009; додаткові характеристики для спеціальних видів бетону (їх задання не є обов'язковим). Основні залежності $\sigma_0 - \varepsilon_0$ реалізовані з урахуванням чинників накопичення пошкоджень і можливої лінійної гілки розвантаження.</p>
5	<p>Експоненціальні залежності (для довільного матеріалу)</p> 	<p>E_0^+ – початкове значення модуля Юнга на стиск; R_c^+ – граничне значення напруження на стиск; R_p^+ – граничне значення напруження на розтяг; $\bar{Q} = \frac{\bar{\varepsilon}_0}{\varepsilon_{0,упр}}$ – коефіцієнт граничних об'ємних деформацій; $\bar{S} = \frac{\bar{\gamma}_0}{\gamma_{0,упр}}$ – коефіцієнт граничних деформацій зсуву; P_{2c} – коефіцієнт підвищення міцності при двовісному стиску.</p>

Закінчення таблиці 19.1.

№	Вид залежності	Параметри
6	<p>Закон ламаної типу напруження-деформації для армуючого матеріалу по напрямку $i = X, Y (Z)$ σ_b – межа міцності на розрив</p> 	<p>E_{0i}^+ – початкове значення модуля Юнга по i-у напрямку; σ_{ai}^+ – межа текучості арматури по i-у напрямку; E_{ai} – модуль текучості арматури по i-у напрямку; σ_{npi} – межа розриву арматури по i-у напрямку; ε_{npi} – гранична деформація розриву арматури по i-у напрямку. Додаткові параметри при розрахунку ширини розкриття тріщин: d_{ai} – діаметр арматури по i-у напрямку (у сантиметрах); K_{li} – номери класів арматури 1, 2, 3, 4, 5, 6 відповідають типам А1; А2; А3; А4; А5; В1 і В2. При однакових характеристиках арматури по</p>
<p><i>Група законів, що враховують температурну повзучість матеріалу при дії підвищених і високих температур і циклічності дії навантажень</i></p>		
7	<p>Закон нелінійної повзучості для довільного матеріалу</p> 	<p>β_E – коефіцієнт зниження модуля пружності E_0 в результаті температурної ($t > 20^\circ\text{C}$) дії; γ_R – коефіцієнт зниження міцності матеріалу в результаті температурної ($t > 20^\circ\text{C}$) дії; λ_D – коефіцієнт впливу температури на граничну деформівність. Нелінійна температурна повзучість враховується шляхом накладення температурного закону на закон деформації</p>
8	<p>Закон деградації реакції бетону при малоциклових навантаженнях</p> 	<p>$n_i < 20$ – кількість циклів повторних навантажень. Деградація реакції при повторному (циклічному) навантаженні враховується шляхом накладання на закон статичного навантаження з розвантаженням закону псевдоциклічного навантаження. При цьому кількість завантажень повинна дорівнювати кількості циклів. Обмеження: коефіцієнти кроку навантаження мають бути рівними</p>

ТЕМА 20. Розрахунки з врахуванням геометричної та конструктивної нелінійності.

1. Геометрична нелінійність.
2. Універсальний стержневий скінченний елемент геометрично нелінійної задачі.
3. Конструктивна нелінійність. Односторонні зв'язки.

1. У геометрично нелінійних завданнях нелінійною є залежність між переміщеннями і деформаціями, крім того, при застосуванні принципу можливих переміщень необхідно враховувати зміну геометрії схеми.

Виділяють наступні 4 ієрархічних рівні геометрично нелінійних постановок завдань для скінченно вимірних систем:

1). До першого рівня геометричної нелінійності віднесемо слабкий варіант геометрично нелінійної теорії. У цьому варіанті теорії вважається, що рівняння рівноваги слід записувати для деформованого стану системи. Що стосується зв'язку деформацій з переміщеннями, то ці співвідношення для першого рівня геометрично нелінійних завдань приймаються в лінійному варіанті. У будівельній механіці завдання першого рівня геометричної нелінійності іноді називають розрахунком за деформованою схемою.

2). Для другого рівня геометричної нелінійності вводиться нелінійна залежність між переміщеннями та деформаціями. Істотним тут є розрізнення порядків малості деформацій і поворотів, при цьому вважається, що квадрати кутів поворотів елементів даної розрахункової схеми є величинами того ж порядку малості, що і компоненти деформації, які, у свою чергу, набагато менші за одиницю. Малі в порівнянні з одиницею і самі повороти.

$$\varepsilon \ll 1, \gamma \ll 1 \quad (20.1)$$

3). До третього рівня геометричної нелінійності можна віднести завдання, в яких деформації малі в порівнянні з одиницею, тоді як відносно кутів поворотів таких припущень зробити не можна. Конструкції з гнучкими нитками служать відмінним прикладом завдань цього рівня геометричної нелінійності.

$$\varepsilon \ll 1, \gamma \sim 1 \quad (20.2)$$

4). Для четвертого рівня геометричної нелінійності самі відносні деформації не можна вважати малими величинами в порівнянні з одиницею, наприклад при проведенні розрахунків виробів з гуми і подібних матеріалів.

$$\varepsilon \sim 1, \gamma \sim 1 \quad (20.3)$$

2. Універсальний стержневий скінченний елемент геометрично нелінійної задачі (тип СЕ 310) орієнтований на забезпечення розрахунку усіх видів стержневих систем з врахуванням геометричної нелінійності і по архітектурі є

аналогом універсального лінійного стержневого скінченного елемента для лінійної задачі (тип СЕ 10).

Для врахування геометричної нелінійності стержня вважається, що виконується закон Гука ($\sigma = E\varepsilon$), а деформація, що входить в цей вираз, має наступний вигляд:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{du}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right] - z \frac{d^2w}{dx^2} - y \frac{d^2w}{dx^2} \quad (19.1)$$

Для коректного розв'язування задач, що містять геометрично нелінійні СЕ необхідно проводити досить дрібне розбиття стержнів між точками опори, оскільки побудова епюр проводиться по приведеному у вузли схеми навантаженню і тому на кожному із стержнів епюри будуть лінійними.

Бібліотека геометрично нелінійних СЕ містить елементи, що дозволяють проводити статичний аналіз конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності стержнів, плит, оболонок та об'ємних тіл. Для моделювання геометричної нелінійності використовуються СЕ №300-399 з бібліотеки СЕ ПК ЛПА, а СЕ з №400-499 одночасно володіють властивостями фізичної та геометричної нелінійності.

3. Даний клас задач враховує зміну розрахункової схеми в процесі навантаження – виникнення нових в'язей чи усунення існуючих.

Діапазон можливих переміщень в цьому випадку задається односторонніми в'язями – елементами, які працюють тільки на розтяг або тільки на стиск. Математично описуються умовами-нерівностями для переміщень.

Системи, де обмеження на переміщення визначені умовами-нерівностями (односторонні в'язі) зустрічаються частіше, ніж про це звично думають. Конструкція, вільно оперта на деяку поверхню, котра забороняє переміщення у бік цієї поверхні і не перешкоджає переміщенню в протилежному напрямі, гнучкі нитки, які дозволяють зближуватися своїм кінцевим точкам і не дозволяють їм віддалятися більш ніж на довжину нитки є простими прикладами (рис 20.1). Типовими прикладами можуть також служити: кам'яна кладка, виконана насухо, зв'язок між фундаментом споруди і ґрунтом, що його підстиляє. Сипучі ґрунти або абсолютно гнучкі мембрани можуть служити прикладами складніших систем з односторонніми в'язями.

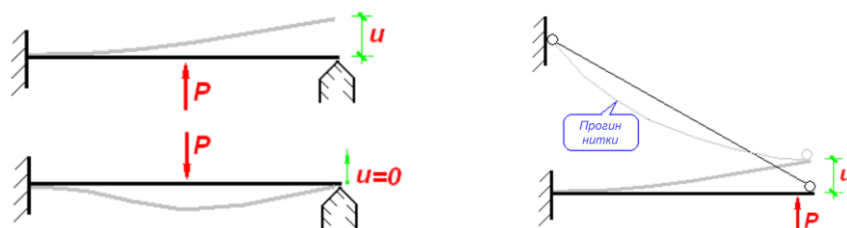


Рисунок 20.1 – Приклади конструктивної нелінійності

За традицією, такого роду в'язі розглядають як ідеальні двосторонні, перевіряючи апостеріорно чи не порушує отримане рішення характер роботи в'язей. Ця традиція склалася давно, коли вручну отримати рішення для правильно сформульованого завдання було досить складно, зараз же практично будь-який сучасний програмний комплекс такі завдання вирішує в правильній постановці.

Моделювання конструктивної нелінійності проводиться з допомогою одно- та двохвузлових СЕ односторонньої в'язі (СЕ №251, 252, 255, 256), які можуть знаходитися в одному з двох станів – робочому (в'язь включено) чи неробочому (в'язь виключено). Дані СЕ дозволяють врахувати нелінійність в'язей між вузлами розрахункової схеми або нерівність границь податливості в'язі в прямому і протилежному напрямках, коли граничне зусилля розтягу не рівне граничному зусиллю стиску.

ТЕМА 21. Моделювання життєвого циклу конструкцій

1. Моделювання процесу навантаження елементів.
2. Моделювання процесу зведення конструкції.
3. Комп'ютерне моделювання життєвого циклу конструкції.

1. Вирішуючи фізично нелінійні завдання кроковим методом, який часто ідентифікують як метод послідовних навантажень, по суті, можна організувати моделювання процесу навантаження конструкції. Дійсно, в цьому випадку навантаження прикладається частинами, а на кожному кроці змінюються характеристики жорсткості системи.

З позицій інженерів, що проектують будівельні конструкції, найбільший інтерес викликає врахування фізичної нелінійності при розрахунку залізобетонних конструкцій. Це пояснюється тим, що з одного боку це найбільш поширений тип конструкцій, з іншого боку, нелінійна залежність між напруженнями і переміщеннями проявляється вже на ранніх стадіях навантаження.

Широко відомий факт, що для залізобетонних плит, що згинаються, і балок прогин при експлуатаційному навантаженні в 3-4 рази перевищує отриманий з лінійно-пружного розрахунку.

Для прикладу розглянемо просту конструкцію – однопролітну затиснену по кінцях балку під рівномірно розподілене навантаження (рис. 21.1).

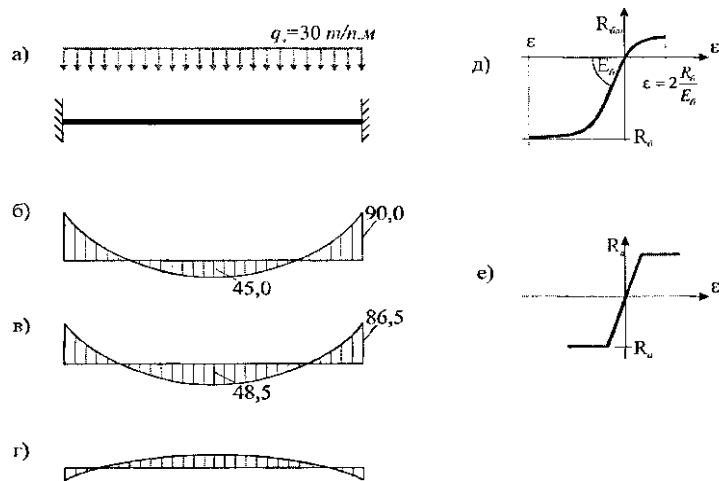


Рисунок 21.1 – Модель процесу навантаження балки

Спочатку балка працює як лінійно пружна, потім з'являються тріщини у опор, потім з'являються тріщини в прольоті, прогини нелінійно наростають, конструкція міняє свою розрахункову схему пристосовуючись до збільшеного навантаження (бетон добре працює на стиск, тому конструкція знаходить додаткові резерви у вигляді додаткової конструктивної схеми стиснутої арки, а також за рахунок збільшення граничного моменту і за рахунок наявності стискуючої сили). В опорних перерізах балки утворюються пластичні шарніри, проте вона продовжує працювати як шарнірно оперта балка + арка за рахунок того, що несуча здатність пролітних перерізів ще не вичерпана. При збільшенні навантаження в пролітних перерізах балки утворюються пластичні шарніри, конструкція перетворюється на механізм, переміщення необмежено наростає, що може свідчити про руйнування конструкції.

Навіть по такому простому прикладу можна судити наскільки убогою виглядає інформація, отримана на основі лінійно-пружного розрахунку (по суті, вона обмежується тільки знанням про епюру моментів – рис. 21.1, б) в порівнянні з інформацією, отриманою на основі комп'ютерного моделювання процесу навантаження у фізично нелінійній постановці.

Для пластинчатих залізобетонних конструкцій моделювання процесу навантаження пов'язане з врахуванням початкової ортотропії, обумовленої розташуванням арматури і подальшої анізотропії, обумовленої появою тріщин.

Використовуючи основні положення викладеної методики комп'ютерного моделювання залізобетонних конструкцій можна організувати комп'ютерне моделювання для конструкцій з інших матеріалів (метал, пластмаси, ґрунт), звичайно, якщо будуть відомі залежності між напруженнями (зусиллями) і деформаціями (переміщеннями). Звичайно, комп'ютерне моделювання процесу навантаження пов'язано з введенням ряду гіпотез і допущень. Це в першу чергу: гіпотеза про активне навантаження; перенесення параметрів нелінійних залежностей для одновісного напруженого стану на залежності між еквівалентним

напруженням і деформаціями; нехтування порушенням цілісності (прийняття розташування тріщин настільки частим, щоб їх можна було б віднести до мікромасштабу) та ін.

В той же час, можна привести ряд аргументів на користь можливості застосування комп'ютерного моделювання вже зараз у рамках наявного інструментарію:

1) більшість прийнятих гіпотез мають такий же порядок погрешностей, що і загальноприйняті допущення, пов'язані з ідеалізацією геометрії, навантажень, фізико-механічних властивостей матеріалу;

2) подальші досягнення в області експериментального вивчення фізико-механічних властивостей матеріалу в області вдосконалення математичних методів, алгоритмів і програмних реалізацій, безумовно, пом'якшуватимуть раніше прийняті допущення і розвиватимуть рамки правомірності комп'ютерного моделювання процесу навантаження;

3) комп'ютерне моделювання процесу навантаження дає величезну кількість цікавої і корисної інформації, яка представляє інтерес для роздумів про дійсну роботу конструкції (зняття піків напружень і зусиль, перерозподіл зусиль, підвищення деформівності, ефекти пристосовності та багато ін.), значення якої просто важко переоцінити.

2. Для сучасних складних споруд (мости, балки, великопролітні покриття, висотні будівлі та ін.), як правило, конструктивна схема обумовлюється не лише експлуатаційною стадією, але і стадією зведення. В процесі зведення конструктивна схема споруди може багаторазово змінюватися, зусилля і переміщення «заморожуватися», визначаючи перерізи елементів і конструкції вузлів саме на цій стадії.

Класичний приклад впливу стадії навантаження на НДС експлуатаційної стадії приведено на рис. 21.2. На трьохпролітну балку прикладено монтажне і експлуатаційне навантаження. Епюра моментів і величина прогину в середині середнього прольоту у випадку, якщо усі навантаження прикладено на остаточну (експлуатаційна стадія) схему, представлена на рис. 21.2, б).

Якщо балка зводиться методом навішування (метод іноді застосовується в практиці мостобудування), тобто на середні опори симетрично навішуються пролітні елементи і спираються на крайні опори, то перед замиканням середнього прольоту епюра моментів і прогин в середині матимуть вигляд, представлений на рис. 21.2, в). Зведена таким чином конструкція працюватиме як трьохпролітна балка тільки на експлуатаційне навантаження. Дійсна епюра моментів є сумарною епюрою від монтажного навантаження для консольної схеми (рис. 21.2, в) і експлуатаційного навантаження для пролітної балки (рис. 21.2, г) матиме вигляд представлений на рис. 21.2, д). Як видно, ця епюра сильно відрізняється від епюри

рис. 21.2, б), отриманої без врахування впливу способу зведення конструкції: опорні моменти в 1,5 разів більші, а прогин в середині в 1,3.

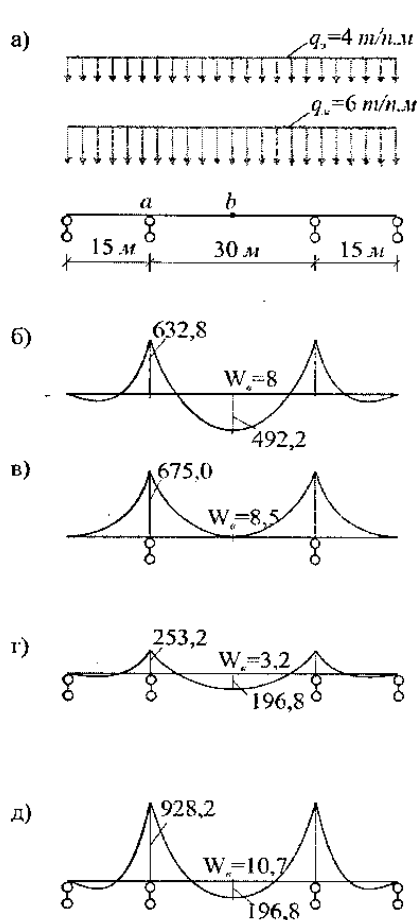


Рисунок 21.2 –
Моделювання процесу
зведення багатопрілітної
балки

Моделювання процесу зведення набуває важливого значення для конструкцій висотних будівель з монолітного залізобетону, оскільки виготовлення монолітних конструкцій пов'язане з установкою тимчасових опор, які істотно змінюють конструктивну схему будівлі на етапах зведення.

Характерна організація комп'ютерного моделювання процесу зведення конструкцій висотних будівель реалізована в спеціалізованому процесорі МОНТАЖ+ у складі ПК ЛІРА.

У цьому процесорі окрім врахування конструктивної схеми несучих конструкцій враховуються процеси зняття і установки тимчасових опор, прикладання і зняття монтажних навантажень, можливої тимчасової зниженої міцності і жорсткості бетону, обумовленої тимчасовим недобором 28-денної міцності бетонної суміші або її тимчасовим замерзанням.

Послідовність моделювання процесу зведення:

1) задається конструктивна схема усього об'єкту, тобто описуються усі елементи, включаючи як основні несучі елементи об'єкту (колони, балки, плити, діафрагми), так і тимчасові елементи (елементи опалубки, стійки підмостків та ін.);

2) для кожного етапу зведення описуються усі конструктивні елементи, які зведені на момент цього етапу, тимчасові опори, які присутні на цьому етапі, а також опори, які демонтуються на цьому етапі;

3) для кожного етапу задаються навантаження (власна вага, монтажні навантаження), які діють на цьому етапі, а також при необхідності понижуючий коефіцієнт міцності бетону.

Початкові дані для останнього етапу відповідають експлуатаційній стадії об'єкту, тобто стадії, коли об'єкт повністю зведений, прибрані тимчасові опори, набрана експлуатаційна міцність бетону, діють експлуатаційні навантаження (власна вага, вітер, сніг, корисні навантаження).

На кожному етапі зведення об'єкту відбувається розрахунок відповідної конструктивної схеми на власну вагу і монтажні навантаження з урахуванням наявних, знятих або доданих тимчасових опор.

Подальший розрахунок на розрахункові поєднання експлуатаційних навантажень (сніг, вітер, власна вага покрівлі) виконуються не з «нульового» НДС змонтованої конструкції, а з НДС відповідного останній стадії монтажу.

Схематично організація комп'ютерного моделювання процесу зведення однопрілітної триповерхової рами представлена на рис. 21.3.

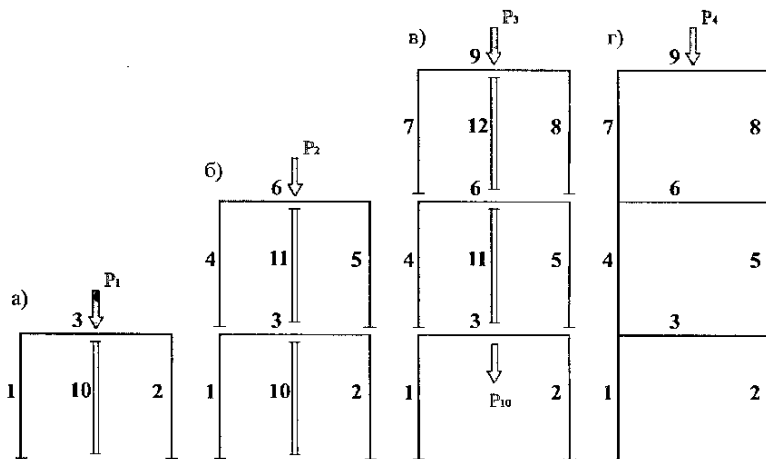


Рисунок 21.3 – Моделювання процесу зведення багатоповерхової рами

Перша стадія монтажу (рис. 21.3, а) – змонтовані елементи першого поверху 1, 2, 3 і стійка опалубки 10. Узагальнене навантаження P_1 – власна вага змонтованих конструкцій разом з монтажним навантаженням, відповідним цьому етапу зведення. В результаті розрахунку окрім усіх параметрів НДС визначається арматура в перерізі елементів 1, 2, 3 з урахуванням зниженої міцності бетону, наприклад $K_1=0,3$.

Друга стадія монтажу (рис. 21.3, б) – окрім елементів першого поверху додатково зведені елементи другого поверху 4, 5, 6 і встановлена додаткова тимчасова стійка 11. Навантаження P_2 – власна вага знову зведених конструкцій + монтажне навантаження на цьому поверсі. Зусилля в елементах відповідні навантаженню P_2 підсумовуються із зафіксованими зусиллями в елементах присутніх на етапі 1 від навантаження P_1 . По знайдених зусиллях визначається арматура в усіх елементах 1, 2, 3, 4, 5, 6 з урахуванням неповної міцності бетону, яка може бути різною для різних елементів. Наприклад, для зведених на другому етапі (елементи 4, 5, 6) $K_2=0,3$, а для зведених на першому етапі (елементи 1, 2, 3) $K_1=0,6$.

Третя стадія монтажу (рис. 21.3, в) – окрім елементів перших двох поверхів 1, 2, 3, 4, 5, 6 зведені елементи третього поверху 7, 8, 9, встановлена додаткова тимчасова стійка 12, тимчасова стійка 11 залишена, а тимчасова стійка 10 видалена. Навантаження P_3 – власна вага знову зведених конструкцій разом з монтажним навантаженням на цьому етапі. Видалення тимчасової стійки моделюється додаванням сили P_{10} рівної зусиллю в прибраній стійці.

Накопичення зусиль в елементах на цьому етапі аналогічно другому етапу, тобто для раніше зведених елементів 1-6 відбувається підсумовування зафіксованих зусиль на попередньому другому етапі зі знову отриманими зусиллями на третьому етапі.

По знайдених зусиллях визначається арматура в усіх елементах 1-9 з урахуванням зниженої міцності бетону на цьому етапі, наприклад, $K_3=0,3$, $K_2=0,6$, $K_1=0,8$.

Експлуатаційна стадія (рис. 21.3, г) – на цій стадії розрахункова схема відповідає проектній. Процедура видалення усіх тимчасових стійок виконується аналогічно видаленню стійки 10 на третьому етапі. Узагальнене навантаження P_4 включає усі корисні навантаження і додаткові постійні навантаження, за винятком навантажень від власної ваги, включених в навантаження P_1, P_2, P_3 , зусилля від яких зафіксовані на попередніх етапах розрахунку. Міцність бетону на цій стадії може прийматися відповідно до класу бетону або бути дещо зниженою, оскільки заморожування бетонної суміші в процесі монтажу може понизити остаточну міцність бетону.

3. Викладені вище методи комп'ютерного моделювання процесів зведення та навантаження конструкцій дозволяють судити про можливості моделювання (поки що дещо схематичного) життєвого циклу конструкцій. Схема такого моделювання представлена на рис. 21.4.

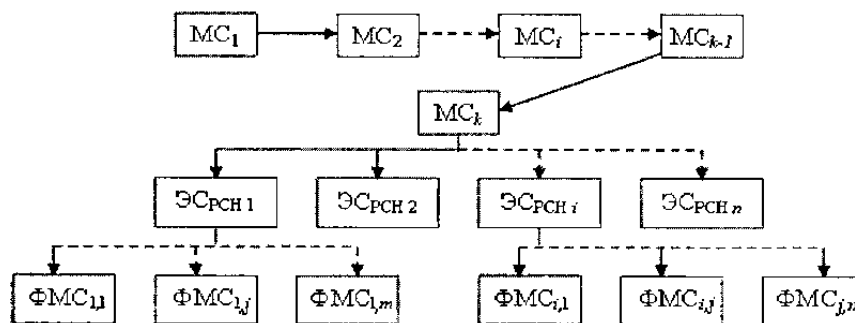


Рисунок 21.4 – Схема моделювання життєвого циклу конструкцій

Введені наступні позначення:

МС – монтажна стадія, загальна кількість k .

ЕС – експлуатаційна стадія, загальна кількість n .

ФМС – форс-мажорні стадії (під такими ситуаціями мається на увазі раптовий вихід з ладу відповідальних несучих елементів), загальна кількість t .

Монтажні стадії послідовно змінюють одна одну і відповідають послідовності зведення конструкції. Остання k -а стадія відповідає зведеній конструкції і її НДС «пам'ятає» усю інформацію послідовності зведення, пов'язану із змінами конструктивної схеми, прикладанням і зняттям монтажних навантажень і т.п.

Стадія МСк є стартовою для розрахунку на експлуатаційні навантаження. НДС на експлуатаційних стадіях визначається розрахунком на різні поєднання навантажень. Деякі експлуатаційні стадії у свою чергу є стартовими для моделювання форс-мажорних ситуацій.

Звичайно, таке моделювання, навіть з урахуванням все зростаючих можливостей сучасної обчислювальної техніки, є громіздким. Виконується велика кількість розрахунків різних конструктивних схем, кожен з них, як правило, потрібно проводити у фізично і геометрично нелінійній постановці. Особливо це стосується форс-мажорних ситуацій, коли необхідно визначати додаткові резерви здатності несучої конструкції не допустити прогресуючого руйнування при мінімальних додаткових витратах матеріалів. Крім того, визначення НДС конструкції на експлуатаційних стадіях повинно враховувати часові зміни властивостей реологій матеріалу (усадка, повзучість та ін.), що також обумовлює необхідність проведення розрахунку в нелінійній постановці.

Програмні комплекси, які дозволяють проводити комп'ютерне моделювання процесів зведення та навантаження, проводити розрахунки фізично і геометрично нелінійній постановці, вже підійшли до вирішення цієї проблеми. Ну і звичайно, програмні комплекси, орієнтовані на моделювання життєвого циклу конструкцій, повинні мати зручний і розвинений моніторинг, що дозволяє в автоматичному режимі відстежувати поведінку конструкції на всіх стадіях і видавати інформацію про ті стадії, які є визначальними для перерізів того або іншого елемента.

ТЕМА 22. Виконання розрахунку моделі

1. Послідовність виконання розрахунку моделі.
2. Керування розрахунковими процесорами ПК ЛІРА-САПР.
3. Протокол вирішення задачі.

1. Ядром ПК ЛІРА є розрахункові процесори ЛІР-ЛІН і ЛІР-СТЕП. Створена у ВІЗОР-САПР розрахункова схема з усіма її параметрами автоматично переводиться в текстовий файл, який передається розрахунковому процесору. Можливий також розрахунок безпосередньо з текстового файлу.

Процес розрахунку заданої розрахункової схеми розділяється на наступні етапи (зірочкою відмічені номери етапів, виконання яких не обов'язкове):

1. Ввід початкових даних, записаних на вхідній мові, і їх синтаксичний контроль; контроль суперелементів – їх геометричної форми, збігу координат вузлів стикування суперелементів з вузлами основної схеми, відповідність характеристик жорсткості, навантажень і т.п.

Контроль проводиться за допомогою спеціальної діагностичної підсистеми. Виявлені в тексті початкових даних невідповідності вхідній мові розділяються на помилки і попередження. За наявності помилок робота процесорів припиняється, оскільки початкові дані вимагають коригування. За наявності попереджень процесори продовжують роботу, проте виконання завдання може бути припинене користувачем для аналізу отриманих повідомлень. Якщо ці повідомлення несуттєві, то виконання роботи може бути продовжене без внесення коректив. Повідомлення про помилки і попередження формуються в протокол проходження завдання, текст якого може бути викликаний на екран.

2*. Перенумерація невідомих з метою зменшення профілю матриці жорсткості (оптимізація).

Реалізовані наступні методи оптимізації:

- 1) зворотний алгоритм Катхілла-Маккі;
- 2) метод паралельних перерізів;
- 3) алгоритм мінімального степеню;
- 4) метод фактор-дерев;
- 5) метод вкладених перерізів.

За замовчуванням використовується 1-й метод.

3*. Формування матриці жорсткості суперелементів.

4. Формування матриці жорсткості основної схеми.

5. Формування матриці завантажень (права частина основного рівняння МСЕ).

6*. Обробка динамічних впливів на основну схему: визначення періодів, частот і форм коливань, обчислення інерційних сил і т.д.

7. Обчислення переміщень основної схеми.

8. Контроль розв'язку системи рівнянь.

9*. Обчислення переміщень в суперелементах і основній схемі.

10. Обчислення зусиль.

11*. Обчислення РСЗ чи РСН.

2. Розрахункові процесори ЛІР-ЛІН і ЛІР-СТЕП передбачають чотири режими виконання завдання:

1. Повний розрахунок – виконання усіх етапів розрахунку відповідно до складу початкових даних.

2. Продовження розрахунку – продовження завдання з будь-якого перерваного кроку (причина переривання значення не має).

3. Повторний розрахунок – повторення раніше виконаного розрахунку при наявності в початкових даних змін, що не впливають на формування матриці жорсткості.

4. Розрахунок з перериванням – виконання розрахунку по етапах. При вході в цей режим на екрані з'являється меню етапів, необхідні з них відзначаються.

Розрахункові процесори надають можливість управління параметрами розрахунку, перелік яких з'являється на екрані при активізації режиму розрахунку:

1) Точність розкладання матриці – мінімальне число на діагоналі матриці жорсткості. Наявність цієї величини на діагоналі розглядається як ознака геометричної змінності схеми. За замовчуванням параметр заданий рівним $1E-8$, максимально допустиме значення параметра $1E-21$.

2) Тип оптимізації (значення параметра – від 0 до 5).

3) Точність стикування суперелементів – допустима розбіжність координат вузлів стикування суперелемента з вузлами основної схеми, за замовчуванням 1 мм.

4) Каталоги для розміщення файлів вихідних даних та результатів розрахунку.

3. В процесі роботи розрахункових процесорів формується протокол вирішення задачі, в якому знаходяться усі повідомлення про хід виконання розв'язку. За наявності геометричної змінності в протоколі вказуються номери вузлів і ступені вільності в цих вузлах, на які були автоматично накладені в'язі. Протокол також містить інформацію про порядок системи рівнянь, ширину стрічки до і після оптимізації, кількості вузлів, елементів, суперелементів і завантажень. Вказується прогнозований і реальний час рішення задачі.

Розрахунок підготовленої моделі на задані навантаження виконується в режимі повної автоматизації. На екран виводяться повідомлення про проходження основних етапів, а в нижній частині вікна виводяться повідомлення про виконання етапів розрахунку і на вертикальній лінійці зображується об'єм виконання завдання у відсотках.

Після закінчення розрахунку програмним комплексом створюються файли, що містять початкові дані, модель, протокол розрахунку і результати. У таблиці 22.1 наведено перелік файлів, що генеруються програмним комплексом в процесі виконання завдання.

Ім'я файлу утворюється за формою: *ім'я задачі_код.шифр задачі*, де ім'я і шифр задачі задаються користувачем при створенні нової задачі.

При наявності помилок у вихідних даних розрахунок зупиняється і в кінці протоколу виводяться повідомлення про причини зупинки розрахунку. Типові помилки наступні:

- не задані або неповно задані закріплення;
- не задані або задані некоректно жорсткості. Некоректно в даному випадку означає, що жорсткості відрізняються між собою в 10^6 чи більше разів;
- не задані навантаження або не повністю сформована таблиця РСЗ;
- в розрахунковій схемі введені шарніри, що роблять систему геометрично змінною.

Некоректно задані жорсткості і зайві шарніри викликають зупинку у виконанні завдання з повідомленням «Геометрично змінна система».

Таблиця 22.1 – Файли завдання

Код файлу	Вміст файлу
_01.	Протокол рішення задачі розрахунковим процесором
_02.	Розгорнуті початкові дані
_03.	Тексти помилок і попереджень
_05.	Таблиця переміщень вузлів
_06.	Таблиця зусиль в елементах
_08.	Розрахункові поєднання зусиль (РСЗ)
_09.	Частоти і періоди власних коливань
_10.	Форми власних коливань
_11.	Інерційні сили при розрахунку динамічних впливів
_13.	Стан матеріалу при нелінійному розрахунку
_14.	Головні та еквівалентні напруження в елементах по кожному завантаженню
_15.	Головні та еквівалентні напруження в елементах за РСЗ або РСН
_17.	Величини ваги мас у вузлах
_18.	Коефіцієнти запасу стійкості по кожному завантаженню
_19.	Коефіцієнти вільної довжини стержневих елементів по кожному завантаженню
_20.	Форми втрати стійкості по кожному завантаженню
_22.	Зусилля в елементах, відповідні комбінаціям завантажень (РСН)
_23.	Переміщення вузлів, відповідні комбінаціям завантажень (РСН)
_26.	Навантаження на фрагмент схеми
_35.	Переміщення вузлів схеми по кроках при нелінійному розрахунку
_36.	Зусилля (напруження) в елементах по кроках при нелінійному розрахунку

ТЕМА 23. Оцінювання точності результатів розрахунку

1. Одночасне використання декількох розрахункових схем.
2. Зіставлення розрахункових і експериментальних даних.
3. Верифікація програмного комплексу.

1. Практично будь-який об'єкт проектування, за винятком простих, в процесі розрахунку розглядається з різних точок зору, і при цьому цілком природним було б поставити у відповідність такому об'єкту не одну, а багато розрахункових схем. Кожна з таких схем вносить свій вклад до розуміння роботи споруди, і лише їх

сукупність дає більш менш адекватне уявлення про дійсний характер його несучої здатності. Крім того, збіг рішень за різними незалежними схемами різко підвищує оцінку достовірності результату.

Можливість маніпулювання спектром розрахункових схем є дієвим засобом боротьби з надмірним ускладненням розрахунків. Адже наддеталізація системи часто є реакцією недосвідченого користувача на його потребу в точних даних по екстремальних результатах за відсутності попередньої інформації про місце появи такого результату. Тоді, про всяк випадок, застосовується деталізована розрахункова схема в надії, що вона не пропустить необхідний результат. Але цей результат може бути упущений із-за труднощі осмислення і аналізу потоку інформації, що різко збільшується на виході складної розрахункової моделі. Річ у тому, що, починаючи з деякого рівня складності системи, здатність людини формулювати осмислені і точні твердження про поведінку системи починає різко падати. Звідси прагнення досвідченого користувача до використання досить простої моделі, а оскільки в силу своєї простоти вона не може охопити усі сторони явища, то виникає необхідність створити декілька різних розрахункових моделей.

До відносно недавнього часу і досвідчені користувачі не надто широко використовували прийоми роботи з набором розрахункових моделей. Це було пов'язано з досить великою трудомісткістю підготовки і перевірки розрахункової схеми. Тоді вважали за краще зробити досить універсальну детальну модель, перевірка якої виконувалося тільки один раз. Зараз, коли така робота істотно полегшена сучасними засобами діагностування, і робота в інтерактивному режимі обчислюється максимум годинами, вказане міркування багато в чому втрачає свою силу.

Слід враховувати, що ряд простих розрахункових моделей може дати точніший результат, ніж одна складна розрахункова схема, результати розрахунку якої досить важко осмислити. Аналіз результатів розрахунку по складній моделі нагадує узагальнення і осмислення великого масиву експериментальних даних, а оцінка явища в цілому (з допомогою простих розрахункових моделей) дозволяє з великим розумінням підійти як до побудови, так і до аналізу уточненої моделі.

Для забезпечення такого режиму роботи сучасні програмні комплекси володіють функціональним інструментарієм для обміну інформацією між кількома паралельними розрахунковими моделями одного і того ж об'єкту, в них передбачена можливість зіставлення результатів розрахунку за різними схемами. Такі оцінки повинні виконуватися по різних типах результуючих даних як локально (пошук найбільших відмінностей з вказівкою елементів або вузлів системи, де вони реалізуються), так і в середньому по деякій області (для схеми в цілому, для фрагмента або підсхеми).

2. Існує необхідність експериментального обґрунтування правильності використовуваних розрахункових моделей. Але, незважаючи на це, такого роду роботи виконуються не дуже часто, а їх методологічне забезпечення залишає бажати кращого. Інтерпретація результатів експерименту найчастіше зводиться до вибіркового зіставлення деяких вимірів з результатами розрахунку і якісними висновками типу "спостерігається хороша відповідність".

Для проведення кількісного аналізу і достовірного порівняння використовують метод найменших квадратів, ідеологія якого стала пануючою і створила традицію застосовувати як міру близькості суму квадратів різниць між компонентами вектора експериментальних даних y^e і їх розрахункових значень y

$$S_0 = \sum_{k=1}^n (y_k^e - y_k)^2 \quad (22.1)$$

Якщо в експерименті вимірюються різнорідні величини (наприклад, переміщення, кути повороту, відносні деформації і т.п.), то у функціонал (22.1) вводяться вагові коефіцієнти, що визначають не лише міру довіри до різних вимірів, як це зазвичай робиться при використанні зважених сум, але і нормують їх до однорідного масиву даних.

З іншого боку, абсолютні різниці типу $(y_k^e - y_k)$ рідко використовуються на практиці при оцінці точності вимірів. Частіше застосовується відносна похибка

$$\delta_k = \frac{y_k^e - y_k}{y_k^e} \quad (22.2)$$

З її допомогою можна побудувати функціонал

$$S_\delta = \sum_{k=1}^n \frac{(y_k^e - y_k)^2}{(y_k^e)^2} \quad (22.3)$$

у якому роль вагових коефіцієнтів відіграють величини $1/(y_k^e)^2$, а однорідність забезпечується через безрозмірність величин δ_k .

Різницю між експериментальними і розрахунковими значеннями більшою мірою відбивають максимальні відносні відхилення

$$\Delta_k = \frac{y_k^e - y_k}{\min(|y_k^e|, |y_k|)} \quad (22.4)$$

Якщо проведено по d вимірів кожної з досліджуваних величин і знайдені експериментальні середні

$$\bar{y}_k^e = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d y_{kj}^e, \quad (22.5)$$

то мірою розбіжності цих середніх з розрахунковими даними буде величина

$$S_{ad}^2 = \frac{d}{n-1} \sum_{k=1}^n \left[\frac{\bar{y}_k^e - y_k}{\min(|\bar{y}_k^e|, |y_k|)} \right]^2, \quad (22.6)$$

яка називається *дисперсією адекватності*.

Для вироблення обґрунтованих суджень про величину дисперсії адекватності використовують розкид результатів повторних вимірів. Якщо цей розкид великий, то фізична модель сама по собі є досить нестійкою по відношенню до тих випадкових умов, які реалізуються при кожному повторенні експерименту. У цих умовах досягти хорошого збігу розрахункових і експериментальних результатів стає важко.

Для вимірювання розкиду експериментальних даних використовується *дисперсія відтворюваності*

$$S_{cp}^2 = \frac{1}{n(d-1)} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^d \left[\frac{y_{kj}^e - \bar{y}_k^e}{\bar{y}_k^e} \right]^2 \quad (22.7)$$

При зазвичай використовуваних припущеннях про нормальний закон розподілу похибок *перевірка адекватності* може бути виконана за критерієм Фішера (Пірсона, Колмогорова чи ін.):

$$F_e = \frac{S_{ad}^2}{S_{cp}^2} \leq F_1(v_1, v_2, \alpha), \quad (22.8)$$

де $F(v_1, v_2, \alpha)$ – табличне значення критерію Фішера, що визначається в залежності від числа ступенів вільності чисельника $v_1 = n-1$ і числа ступенів вільності знаменника $v_2 = n(d-1)$ при рівні значущості α .

Помітимо, що використання відносних помилок δ_k при уточненні параметрів розрахункової моделі по методу найменших квадратів найефективніше в тих випадках, коли в числі компонент y_k є декілька величин з великими по модулю, абсолютними відхиленнями $(y_k^e - y_k)$, що різко виділяються на середньому рівні. Даючи найбільший вклад у функціонал (22.1) (суму квадратів різниць), саме ці величини будуть наближатися якнайкраще, тоді як основна маса експериментальних даних виявиться наближеною гірше.

3. Потрібно дуже уважно відноситися до процедури тестування програмного комплексу, який користувач збирається використовувати. Йому можна порекомендувати заздалегідь вирішити деякі з відомих «поганих» завдань, наприклад, завдання про консольний стержень з нумерацією від защемлення до вільного кінця.

Одним з необхідних методів тестування є перевірка на співпадіння результатів розрахунку при симетричному і несиметричному розбитті області на скінченні елементи (рис. 23.1, а). Лише при хорошому збігу результатів можна бути впевненим, що в практичних завданнях з нерегулярною сіткою, концентраторами напружень і т.п., коли симетричне розбиття неможливе, результатам розрахунку можна довіряти.

Ефективною перевіркою працездатності програми і використаних в ній скінченних елементів є *петч-тест*, запропонований Брюсом Айронсом. Ідея цього

тесту полягає в тому, що для завдання з відомим аналітичним рішенням спеціально застосовується вкрай хаотично сконструйована розрахункова модель.

Типовим прикладом може бути прямокутна пластинка в умовах однорідного стиску, а також сферичного або циліндричного згину (рис. 23.1, б). Хаотичне розташування скінченних елементів розкриває ті властивості розрахункової моделі, які могли б не проявитися при використанні регулярної розрахункової схеми.

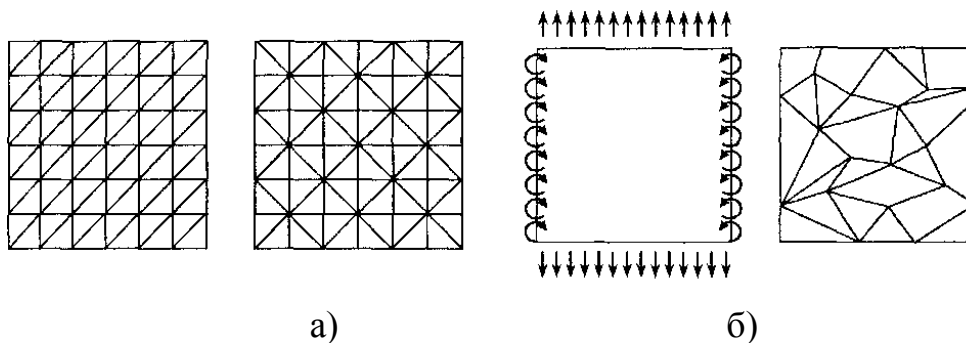


Рисунок 23.1 – Перевірка точності результатів розрахунку:
а) – несиметричне розбиття на скінченні елементи; б) – петч-тест

Для оцінки точності результатів розрахунку схеми методом скінченних елементів за допомогою програмного комплексу використовується ряд верифікаційних тестів, які є обов'язковими при сертифікації комерційних програмних комплексів. Верифікаційні тести полягають у порівнянні результатів розрахунку певної схеми МСЕ (переміщень, зусиль, напружень) з результатами, отриманими для даної задачі на основі її точного аналітичного рішення. Так, для ПК ЛІРА більшість верифікаційних тестів дають похибку в межах 5%, а для стержневих конструкцій – менше 1%.

Основні види верифікаційних тестів:

- лінійні статичні задачі для стержневих систем, пластин, оболонок, просторових тіл;
- фізично нелінійні задачі;
- геометрично нелінійні задачі для ниток, вантових ферм та стержнів;
- задачі стійкості;
- динамічні задачі та модальний аналіз;
- задачі розрахунку геометричних характеристик перерізів.

ТЕМА 24. Аналіз та інтерпретація результатів розрахунку

1. Візуалізація результатів розрахунків.
2. Проблема аналізу результатів.
3. Перевірка адекватності отриманих результатів.

1. Візуалізація напружено-деформованого стану схеми значно полегшує аналіз результатів розв'язку задачі.

Використовуючи графічні можливості, можна легко оцінити достовірність деформованого стану схеми від кожного завантаження чи їх комбінації, коректність задання в'язей та жорсткостей, отримати чисельну інформацію по кожному вузлу чи елементу.

Загальноприйнятий набір потрібних результатів (переміщення, зусилля, поля напружень) став настільки традиційним, що майже не обговорюється. Проте цей набір далеко не достатній для серйозного осмислення характеру отриманого розв'язку задачі. Крім того, способи відображення цих результатів є дуже громіздкими, що також не сприяє ясному розумінню особливостей вирішеного завдання.

Результати статичного і динамічного розрахунків складної системи, представлені в числовій формі, містять такі величезні масиви даних, що їх осмислення і аналіз практично нездійснимі. Мало допомагає і передбачена в більшості програмних систем можливість вибіркового друку результатів, оскільки користувач не завжди знає, які з них виявляться критичними.

Набагато більша наочність досягається при графічному відображенні результатів у вигляді епюр та ізополів, при якому відбувається серйозне стискування інформації і вона отримує наочність. В ідеалі, програмна система має бути здатна видавати ізополя (або ізолінії) тих параметрів напружень/деформацій, функціональну залежність яких від компонент тензора напружень/деформацій формулює сам користувач.

ПК ЛІРА забезпечує наочну візуалізацію наступних результатів з можливістю фрагментації, масштабування та повороту:

- деформована схема конструкції;
- мозаїки переміщень та поворотів вузлів схеми;
- епюри та ізополя сил, моментів і напружень в елементах схеми;
- анімації форм коливань системи;
- прискорення та інерційні сили у вузлах схеми;
- навантаження на фрагменти.

Але і це не завжди дозволяє якісно виконати аналіз, оскільки для системи в цілому графічна інформація може виявитися недостатньо розбірливою і легкою для читання, а при її фрагментації відновлюється наочність, але виникає нова проблема – пошук того фрагмента, на якому реалізувалися значення тих або інших результатів розрахунку, що цікавлять користувача. Вирішення цієї задачі для скільки-небудь складної схеми зовсім нетривіальне.

Виходом з положення може служити прийом, заснований на управлінні колірним відображенням. Є можливість видачі в кольорі тільки тих частин ізополя,

які належать певному діапазону значень, з відключенням усіх інших рівнів. Тоді стає очевидною локалізація «критичних» значень результатів розрахунку.

Зручно, якщо вибір колірної шкали ізополів або мозаїк регулюється користувачем, тоді з'являється можливість відсіяти несуттєві результати шляхом відмови від їх виводу в кольорі. При цьому користувач має можливість самостійно регулювати кількість і розмір інтервалів між лініями рівнів, що збільшує його можливості по аналізу результатів, оскільки реалізується команда типу "Показати область, в якій результат X (зусилля, переміщення) має значення від X_1 до X_2 ".

Слід зазначити, що представлення ізополів є наочним лише у разі двомірних об'єктів. Для задач, де розглядаються тривимірні тіла, доступні тільки зображення ізополів на зовнішніх межах (рис. 24.1, а) і можна ще використовувати ізополя, побудовані на розрізах, які вказуються користувачем. Проте процедура побудови розрізів все ж є не дає представлення про загальну картину. У зв'язку з цим заслуговує на увагу наявна в деяких програмних системах (наприклад, в ANSYS) можливість показу системи ізоповерхонь (рис. 24.1, б).

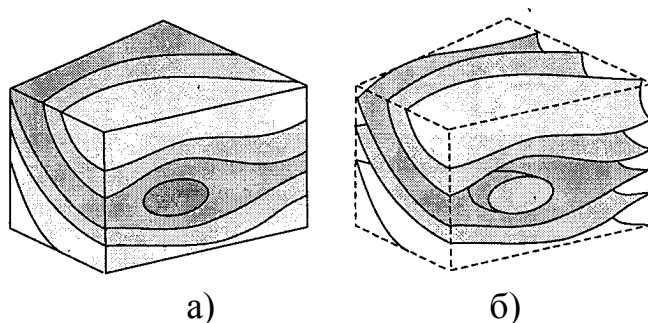


Рисунок 24.1 – Приклад візуалізації результатів для тривимірних тіл:
а) – ізополя на гранях; б) – ізоповерхні

Невдала візуалізація результатів розрахунку може звести нанівець усі переваги, які були отримані в процесі його виконання. Розробники програмних засобів зазвичай звертають велику увагу на цю сторону проблеми і надають користувачеві на вибір декілька систем візуалізації. Окрім ізополів це може бути представлення результатів розрахунку (переміщень, зусиль, напружень) у вигляді так званих мозаїк, коли користувач може розфарбувати скінченні елементи або вузли в кольори, відповідні деяким вибраним діапазонам значень або ж нанести на скінченні елементи спеціальні кольорові маркери. Дуже корисна наявна в багатьох програмних системах функція "пробника", що дозволяє отримати оцифровані значення ізополів в будь-яких точках, які користувач помітить курсором.

Незважаючи на усі зручності графічного представлення результатів, отримані числові значення також украй важливі і не лише для наступної обробки числової інформації, але і для уточнення даних, представлених в графічній формі. Одним з найбільш вдалих варіантів слід вважати можливість одночасного показу даних

розрахунку в чисельній і графічній формі, що представляється деякими програмними системами.

2. Складну конструкцію можна спроектувати, поклавшись або на строгий розрахунок, або на удачу або, нарешті, прийняти до реалізації традиційний проект. При ручних методах виконання строгих розрахунків часто було дуже складним, і оскільки удача, як відомо, непостійна, то приходилось орієнтуватися на традиційні конструкції, надійність яких була перевірена багаторічним досвідом. Але зараз ситуація змінилася.

Не дивлячись на те, що нині обчислювальні можливості різко зросли, це не означає, що усі розрахунки, що виконуються на комп'ютерах з використанням спеціального програмного забезпечення, є хорошими. Поведінка складної конструкції є складною – ця проста думка не завжди усвідомлюється в належній мірі, а звідси і виникають багато погрешностей. Виявляється, що для хорошого розрахунку вимагається не лише відповідна програма для ЕОМ, але і участь кваліфікованого користувача. Застосування складної програмної системи без достатнього розуміння її теоретичної основи і використаних методів вирішення завдання, без ретельного неформального аналізу результатів розрахунку часто призводить лише до ілюзорного відчуття обґрунтованості прийнятих проектних рішень.

Проведенню хорошого розрахунку складної і відповідальної конструкції можуть перешкодити наступні чинники:

- недостатнє розуміння користувачем основних ідей виконаного машинного розрахунку, недостатня кваліфікація користувача;
- неповна інформація про особливості використаної програми (наприклад, про властивості застосованих скінченних елементів);
- обмеження на час виконання розрахунку;
- відсутність наочності отриманих результатів, маскуванню основних даних численними несуттєвими деталями.

3. Правильність результатів – поняття дуже невизначене і розтяжне, врешті-решт, це теж термін і про нього можна сперечатися.

У технології проведення комп'ютерного моделювання фігурують два учасники користувач і програмний комплекс. Користувач як відповідальна особа повинен мати розвинений набір засобів і знань, щоб не допустити помилок на етапі синтезу комп'ютерної моделі, а потім винести вердикт про правильність отриманих результатів.

Помилки можуть бути обумовлені недосконалістю програмного комплексу або збоями комп'ютера. Збої комп'ютера зустрічаються вкрай рідко і легко діагностуються, оскільки отримані результати в цьому випадку мають

нечитабельний вигляд. Помилки, обумовлені неправильною реалізацією в програмному комплексі різних методів, зустрічаються частіше. Тут слід зробити такі зауваження:

1) як правило, програмні комплекси масового застосування розробляють фахівці високої кваліфікації, а жорсткі закони конкуренції примушують їх з особливим завзяттям піклуватися про якість створюваного продукту;

2) в сертифікацію програмного продукту включається така процедура як верифікація. Верифікація ґрунтується на рішенні ряду завдань, точне рішення яких заздалегідь відоме.

Проте набагато більше поле для помилок надає сам користувач. Причин для цього багато – від неповної інформації про можливості програмного комплексу до елементарної неуважності. По характеру помилки умовно можна розділити на формальні і змістовні.

До *формальних помилок* відносяться такі, які можна виявити на основі строгих формальних міркувань. Наприклад, навантаження прикладене поза областю конструкції або вказаний тип чотирикутного скінченного елемента, а в описі вказано тільки три вузли і т.п. Програмний комплекс допомагає користувачеві виявити і усунути більшість формальних помилок. З одного боку програмний комплекс безпосередньо виявляє помилки (режим діагностики), з іншого боку надає користувачеві численні режими візуальної перевірки створеної комп'ютерної моделі (численні фільтри, колірна індексація, візуалізація в тілі, масштабування, багатовіконний режим роботи).

Дуже важлива наявність в програмному комплексі режиму попереджень, орієнтованого на пошук різних невідповідностей, які можуть бути допущені користувачем, у тому числі і свідомо. Наприклад, наявність вузлів з однаковими координатами, дублювання скінчених елементів, негативна жорсткість і т.п. Користувач має бути попереджений про ці невідповідності і на власний розсуд приймати або не приймати відповідні заходи.

Змістовні помилки виявити на стадії створення комп'ютерної моделі значно складніше. Їх характер дуже різноманітний – помилка у величинах навантажень, в жорсткостях, в геометрії системи, неправильне накладання в'язей, неправильне об'єднання переміщень і багато іншого. На жаль, окрім неуважності, основною причиною допущення такого роду помилок є недостатня кваліфікація користувача.

Виявити ці помилки на стадії створення комп'ютерної моделі, окрім прояву особливої ретельності, можна використовуючи декілька різних способів задання початкових даних. Сучасні програмні комплекси допускають можливі альтернативні варіанти створення комп'ютерних моделей. Звичайно, кардинальнішим рішенням проблеми є вирішення задачі по двох різних програмних комплексах з подальшим порівнянням отриманих результатів.

І все-таки більшість в основному змістовних помилок виявляється при аналізі результатів рішення задачі.

Аналіз результатів – це завершальний етап комп'ютерного моделювання, який передує подальшому проектуванню конструкції або встановленню життєздатності існуючої конструкції.

Передусім, необхідно переконатися, що отримані результати відповідають створеній комп'ютерній моделі. Тут користувачеві велику допомогу надає програмний комплекс, що має єдине інтуїтивне середовище. В цьому випадку користувач в багатівіконному режимі може переглядати і аналізувати створену модель і отримані результати.

Так, наприклад, правильність накладання в'язей легко перевірити, аналізуючи деформовані схеми, правильність прикладеного навантаження побічно можна перевірити, аналізуючи епюри або ізополя зусиль, правильність розподілу мас і задання жорсткостей також можна перевірити, проглянувши анімацію коливань і т.п.

Програмні комплекси окрім стандартної інформації про напружено-деформований стан конструкції (деформовані схеми, епюри, ізополя, ізолінії зусиль і напружень, таблиці значень переміщень, зусиль, напружень, характеристик динамічного аналізу) видають багато додатковій інформації, яка також допомагає користувачеві в аналізі НДС. До такого типу інформації відноситься вказівка найбільш навантажених елементів, вузлів з найбільшими зусиллями, вказівка центрів ваги мас, жорсткостей, рівнодійних навантажень для усієї конструкції або її фрагментів. Наприклад, дуже корисно знати рівнодійну вертикальних сил і моментів на фундаментну плиту будівлі.

Проте можливість знайти і задокументувати необхідні результати ще не вирішує проблему їх оцінки.

Обов'язковою є *перевірка фізичного сенсу* отриманих результатів, тут можна виділити наступні очевидні *аспекти*:

- аналіз порядку чисельних результатів (чи є вони практично реальними);
- встановлення несуперечливості результатів з точки зору розмірності;
- встановлення відповідності опорних реакцій сумарним рівнодійним горизонтальних і вертикальних навантажень;
- перевірка граничних випадків;
- перевірка тенденції зміни параметрів схеми;
- перевірка на повноту (чи всі істотні чинники враховані).

Цей загальний список перевірок можна доповнювати або звужувати, але ясно, що загальна апробація є дуже важливим етапом роботи. Користувачеві можна розповісти про перевірки, але його не можна змусити виконати їх.

Після отримання результатів розрахунку, як правило, виконується їх загальна оцінка. В першу чергу робиться перевірка найбільш очевидних очікуваних

властивостей розв'язку (наприклад, властивостей симетрії переміщень у випадку розрахунку симетричної системи на симетричне навантаження). На тестування такого роду ніколи не слід жаліти зусиль, бо увесь накопичений досвід виконання машинних розрахунків свідчить про нескінченний потік помилок в початкових даних. Тому упевненість в їх безпомилковості дорого стоїть. Іноді з цією метою створюються спеціальні "пробні" варіанти навантажень, які породжують заздалегідь передбачувані особливості рішення.

Природно, що оцінка результатів починається з оцінки повідомлень, які система видає в процесі розв'язку задачі. Ці повідомлення зазвичай заносяться в протокол розв'язку задачі, який ведеться більшістю сучасних розрахункових комплексів, і відбиває не лише послідовність виконаних розрахункових операцій, але і ті труднощі, які можуть зустрітися на шляху рішення.

Наступним етапом загальної апробації результатів розрахунку може служити аналіз загальної картини деформації системи. Її графічне відображення дає уявлення про багато загальних закономірностей роботи конструкції, деякі з яких можуть передбачатися користувачем (наприклад, очікувана симетрія), а інші можуть звернути на себе увагу своєю несподіванкою.

В усякому разі, такі грубі помилки, як неправильно встановлені закріплення або різка зміна параметрів жорсткості досить часто виявляються при такому неформальному аналізі. Типовим прикладом може служити ситуація, коли в одній точці простору (див. точку С на рис. 24.2, а) розташовуються два вузли, і суміжні елементи приєднані до різних вузлів. На схемі таку помилку можна і пропустити, але розглядаючи деформовану систему, таку помилку відразу ж можна побачити (рис 24.2, б).

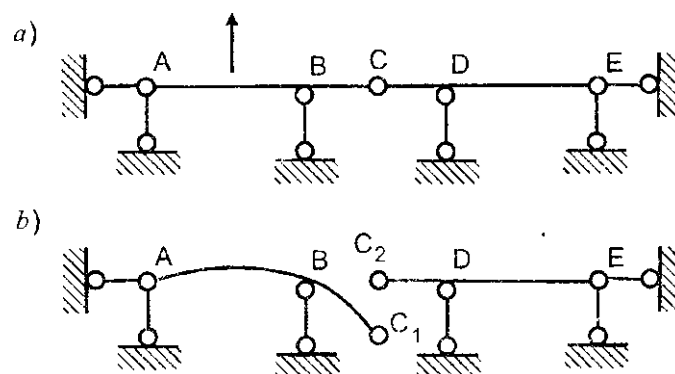


Рисунок 24.2 – Помилка використання співпадаючих вузлів:

а) – схема; б) – картина деформування

Взагалі, пошук несподіванок часто дає дуже корисні результати; він дозволяє не лише виявляти помилки в початкових даних, але і критично віднестися до використовуваної розрахункової моделі, приводячи до її уточнення або зміни. Яких би то не було загальних правил тут не існує, дуже багато залежить від досвіду і

інтуїції розраховувача, але сама настроєність на такий пошук повинна стати неодмінним правилом дій.

Крім того, традиційно прийнято представляти результати розрахунку (переміщення, зусилля, напруження) в деякій остаточній формі, забуваючи про всі погрішності, присутні в початковій інформації, а також про можливі погрішності обчислень. Нагадування про наближеність отриманого рішення важливе, особливо для нелінійних завдань, рішення яких знаходиться приблизно.

ТЕМА 25. Документування результатів розрахунку

1. Створення стандартних та інтерактивних таблиць.
2. Автоматична генерація пояснювальної записки. Графічний документатор.

1. В результаті розрахунку програмним комплексом обчислюються усі компоненти напружено-деформованого стану конструкції:

- переміщення вузлів;
- зусилля і напруження в перерізах елементів;
- зусилля у вузлах стикування елементів.

Крім того, з розрахунку на динамічні впливи обчислюються періоди і частоти коливань, їх форми, інерційні сили і відповідні їм переміщення вузлів.

ПК ЛІРА має засоби, що дозволяють вивести на екран усі результати в зручній для користувача формі, наочно і швидко виконати аналіз отриманих даних, відібрати з них потрібні для складання звіту.

В склад ПК ЛІРА входить система документування ДОКУМЕНТАТОР, яка дозволяє в інтерактивному режимі роботи автоматично створювати:

- таблиці з чисельними результатами розрахунку;
- листи з графічною, табличною та текстовою інформацією;
- текстові документи з описом задачі, методів її розв'язання та результатами.

Стандартні таблиці формуються для всіх задач залежно від типу розрахунку, проте для всіх розрахунків обов'язковими є:

1. Переміщення вузлів. У шапці таблиці вказуються номери вузлів схеми в порядку зростання. Під шапкою в окремих рядках вказуються номери завантажень і форми коливань, якщо завантаження є динамічними. Під номерами завантажень вказуються ідентифікатори переміщень, а в графах під номерами вузлів – їх значення.

2. Зусилля і напруження. У шапці таблиці вказується тип скінченного елемента, його порядковий номер в схемі, номер перерізу для стержня чи вузла для

площинного елемента. Під шапкою в окремому рядку вказуються номери завантажень і форми коливань, якщо завантаження динамічне. Під номерами завантажень вказуються ідентифікатори зусиль або напружень, відповідні типу елемента.

Інтерактивні таблиці дозволяють користувачу вільно змінювати їх вміст відповідно до необхідності. Для інтерактивних таблиць передбачений набір стандартних форм таблиць, які користувач може редагувати або доповнювати на власний розсуд.

Створення форми таблиці це вибір змісту таблиці і відповідне формування її структури. Передбачено наступні стандартні форми таблиць:

- вузли;
- елементи;
- вузлові навантаження;
- жорсткості;
- місцеві навантаження;
- зусилля (стержні);
- зусилля (пластини);
- зусилля (спец. елементи);
- РСЗ (стержні);
- РСЗ (пластини);
- частоти коливань;
- форми коливань і вага мас;
- інерційні навантаження.

Виведення результатів відбувається в одиницях виміру, які були задані користувачем в опціях налаштування програмного комплексу.

Існує можливість експорту створених таблиць в форматах **.xls*, **.html*, використання в пояснювальній записці та графічних листах задачі.

2. ПК ЛІРА також передбачає автоматичне формування пояснювальної записки до задачі. Вона містить загальні відомості про задачу, інформацію про програмний комплекс та властивості використаних скінченних елементів, результати розрахунку, занесені з таблиць. Обов'язково виводяться правила знаків для всіх використаних в схемі типів скінченних елементів. Пояснювальна записка може бути відредагована або експортована в інші текстові редактори.

Додаткові опції для генерації текстових документів з результатами розрахунку доступні в меню графічного документатора. Він дозволяє зберігати будь-які знімки екрану та таблиці з результатами розрахунку, оновлювати їх вміст при зміні та повторному розрахунку моделі, а також додавати їх до тексту пояснювальної записки в форматі **.doc*.

Графічне документування дозволяє формувати набір листів з графічною інформацією. Графічні документи створюються незалежно від друкуючого пристрою. На листи з графічною інформацією можуть бути поміщені розрахункові схеми, схеми деформації, епюри зусиль, ізополя деформацій і зусиль, а також чисельна інформація з інтерактивних таблиць та текстові пояснення. Результати можуть бути експортовані в графічні файли, формат *.dxf або виведені на друк.

ТЕМА 26. Обмін інформацією з іншими програмними засобами

1. Імпорт розрахункових схем з системи AutoCAD.
2. Імпорт планів поверхів з файлів DXF.
3. Використання систем ArchiCAD і Allplan для створення розрахункових схем ПК ЛІРА.
4. Особливості імпорту файлів з Revit Structure.
5. Експорт результатів розрахунку та конструювання в системи автоматизованого проектування.

1. Будь-яке креслення в системі AutoCAD створюється за допомогою креслярських примітивів. Для того, щоб скористатися можливістю імпорту креслення в ПК ЛІРА необхідно обмежитися використанням наступних примітивів системи AutoCAD:

- 1). Просторова лінія (LINE).
- 2). Просторова полілінія (POLYLINE), що складається з лінійних сегментів.
- 3). Тривимірна грань (3DFACE), що визначається чотирма або трьома точками, які лежать в одній площині. Для триточкової грані третя і четверта точка повинні співпадати.
- 4). Тривимірна багатокутна сітка без поверхні згладжування. Тривимірна багатокутна сітка може бути незамкнутою або замкнутою в одному чи обох напрямках.
- 5). Багатогранна сітка.

Просторові об'єкти, створені в AutoCAD, експортуються в ПК ЛІРА у вигляді набору плоских граней, що викликано обмеженнями формату DXF. Дозволяється використовувати наступні просторові примітиви AutoCAD: паралелепіпед, піраміда, сфера, конус, клин, тор, купол, чашка. Їх застосування може спростити і прискорити роботу при побудові сіток складної конфігурації.

Слід зауважити, що в AutoCAD для подальшого імпорту в ПК ЛІРА можна створювати тільки поверхні, тверді тіла в ПК ЛІРА не імпортуються.

Креслення, виконане в системі AutoCAD з дотриманням вказаних вище обмежень, необхідно експортувати в DXF-файл. ЛІРА імпортує креслення

розрахункової схеми з відповідного DXF-файла, при цьому колір, тип і ширина ліній ігноруються.

При імпорті креслення з системи AutoCAD розрахункова схема в ПК ЛІРА зображується з використанням скінченних елементів стержень (тип 10) і пластина (тип 42 або 44).

Після імпорту креслення з AutoCAD рекомендується виконувати упаковку схеми для усунення можливого дублювання елементів і вузлів схеми.

2. ПК ЛІРА дозволяє імпортувати з текстових DXF-файлів наступні види даних: будівельні осі, стіни, плити, балки і колони. Для того, щоб ПК ЛІРА імпортував ці об'єкти, в DXF-файлі вони мають бути представлені певним об'єктом і належати шару із визначеним ім'ям.

В таблиці 26.1 наведено опис задання об'єктів в DXF-файлі і їх відповідність з об'єктами моделі ПК ЛІРА при імпорті.

При створенні планів поверхів слід враховувати наступне:

- У ПК ЛІРА не імпортуються перегородки, імена будівельних осей та навантаження.
- Вертикальний стержень, до якого під час імпорту перетвориться колона, задана контуром поперечного перерізу, проходить через центр ваги цього контуру.
- Лінія стіни не повинна розриватися в дверних і віконних отворах.
- Закруглення поліліній не допускаються, в разі потреби вони мають бути апроксимовані прямими відрізками.
- Імена шарів дверних отворів можуть мати суфікс *Н-число*, де *число* – висота дверного отвору від центру перекриття в мм.
- Імена шарів віконних отворів можуть мати суфікси *В-число/Н-число2*, де *число1* – висота низу віконного отвору від центру перекриття в мм; *число2* – висота віконного отвору в мм.
- Імена шарів колон, балок, стін і плит можуть мати суфікси, що визначають їх поперечний переріз. Також можна присвоїти іменам шарів балок, колон, плит і стін суфікси *_1*, *_2*, *_3* і т.д. В цьому випадку імпортовані стержні і оболонки отримують різну жорсткість, яку після імпорту можна призначити безпосередньо в середовищі ПК ЛІРА.
- За замовчуванням ПК ЛІРА імпортує один поверх. DXF-файл, що містить план цього поверху, може мати будь-яке ім'я. ПК ЛІРА може імпортувати одночасно декілька планів поверхів. У такому разі план кожного поверху має бути збережений в окремому файлі, що іменується *1.dxf* для першого поверху, *2.dxf* для другого поверху і т. д. Усі ці файли повинні знаходитися в одній і тій же папці. Координати планів поверхів у глобальній системі координат мають бути пов'язані між собою.

Таблиця 26.1 – Задання об’єктів в DXF-файлі плану поверху при імпорті

Конструктивний елемент	Представлення в DXF	Об’єкт DXF	Шар DXF	Об’єкт ПК ЛІРА
Будівельна вісь	Пряма	LINE	AXES	Будівельна вісь
Колона	Центр або контур поперечного перерізу в плані	POINT або POLYLINE	COLUMNS	Скінченний елемент – стержень
Балка	Центральна вісь	LINE	BEAMS	Скінченний елемент – стержень
Стіна	Проекція серединної площини в плані	LINE	WALLS	Масив оболонки
Плита	Контур серединної площини	POLYLINE	SLABS	Масив оболонки
Фундаментна плита	Контур серединної площини	POLYLINE	FOUNDATION_SLABS	Масив оболонки
Отвір в плиті	Контур	POLYLINE	SLAB_OPENINGS	
Отвір в фундаментній плиті	Контур	POLYLINE	FOUNDATION_SLAB_OPENINGS	
Віконний отвір	Проекція в плані	LINE	WALL_WINDOWS	
Дверний отвір	Проекція в плані	LINE	WALL_DOORS	

При встановленні ПК ЛІРА здатний підключати до програм, що підтримують AutoLISP (AutoCAD, IntelliCAD), своє меню «ЛІРА», команди якого допомагають в побудові планів поверхів для наступного імпорту.

При імпорті користувач повинен вказати крок триангуляції, висоту поверху і одиниці вимірювання, в яких виконаний план поверхів. Побудова складних розрахункових схем може зайняти тривалий час.

Якщо дані, що імпортуються, містять помилки, ПК ЛІРА виведе список виявлених помилок і виділить місце помилки у вікні попереднього перегляду.

3. При використанні системи ArchiCAD для створення розрахункових схем обмін інформацією з ПК ЛІРА можливий за допомогою наступних типів файлів:

*.*mdb* – файл бази даних Microsoft Access, містить всі дані про геометрію, перерізи та жорсткості схеми;

*.*ifc* – файл IFC 2.x, містить як геометрію, так і жорсткості розрахункової схеми;

*.*obj* – файл WaveFront, що містить лише дані про 3D-геометрію схеми;

*.*dxf* – універсальні текстові файли для обміну інформацією між різними САПР, накладаються ті ж обмеження що й для імпорту DXF-файлів з AutoCAD.

Особливості імпорту файлів з розширенням *.*mdb*.

Перетворення об'єкту ArchiCAD в розрахункову схему ПК ЛІРА робиться за допомогою спеціалізованої програми, що зберігає інформацію про об'єкт у форматах бази даних Access у файлі з розширенням *.*mdb*.

У ПК ЛІРА коректно реалізований імпорт наступних примітивів ArchiCAD: стіна, колона, балка, вікно, двері, дах, плита. За замовчанням вважається, що усі елементи виконані із залізобетону.

Стіна перетвориться в пластину, товщина враховується при заданні жорсткості. Незалежно від того, яким чином стіна задана в ArchiCAD, в ПК ЛІРА вона моделюється своєю серединною площиною. Для зображення круглих ділянок стіни необхідно будувати її з апроксимуючих прямолінійних ділянок.

Колона та балка при імпорті перетвориться в стержень такого перерізу, який було вказано в ArchiCAD. Вікно і двері перетворюються в отвори в пластині. Якщо отвори перетинаються або дотикаються, то вони перетворюються в одно отвір. Дах перетвориться в набір пластин, дотичних по серединної площини. Плита перетвориться в пластину, товщина враховується при заданні жорсткості.

Особливості імпорту файлів IFC 2.x (*.*ifc*).

Імпорт даних в розрахунковий програмний комплекс ЛІРА обмежений тільки деякими конструктивними елементами. ПК ЛІРА імпортує: стіни стандартного виду, плити, колони і балки. В деяких випадках плити, стіни і стержневі конструктивні елементи не можуть бути імпортовані.

Перерізи стержневих конструктивних елементів, що імпортуються, обмежені тільки стандартними прямокутним і круглим перерізами. Перерізи сортаментів не створюються. Інші перерізи стержневих конструктивних елементів замінюються на трубчасті перерізи еквівалентної площі.

4. Модель будівлі в Revit Structure складається з архітектурної моделі і аналітичної моделі. Саме з аналітичної моделі ПК ЛІРА формує свою скінченно-елементну модель. Для обміну інформацією використовується формат файлів *.*LiraKM* (Модель ЛІРА-КМ), можна також скористатися форматом IFC або DXF.

ПК ЛІРА імпортує наступні елементи аналітичної моделі:

- прямолінійні будівельні осі (Grid);
- колони (Structural Column) і елементи рам (Structural Framing);
- плоскі стіни (Wall) і перекриття (Floor);
- навантаження (Load) та імена завантажень (Load Case);
- граничні умови (Boundary Condition).

При цьому враховуються наступні особливості:

1) Експортуються тільки елементи, для яких існує аналітична модель.

2) Шарніри (End Release) в елементах рам (Structural Framing) не експортуються.

3) Центральна вісь стержнів, що експортуються, співпадає з віссю аналітичної моделі колон (Structural Column) і елементів рам (Structural Framing).

4) Для стержнів робиться спроба розпізнати поперечний переріз. Якщо поперечний переріз розпізнаний як сталевий, робиться спроба знайти його у базі сортаментів ПК ЛПА. Якщо переріз не знайдений у базі сортаменту, він створюється в одному з файлів в підкаталозі Revit. Слід мати на увазі, що переріз створюється по його наближеному зовнішньому контуру, відповідно, його розміри і геометричні характеристики є наближеними. Після виконання експорту слід відкрити файл сортаменту із створеним перерізом в редакторі сортаментів PC-SAPR і відкоригувати розміри перерізу, його геометричні і механічні характеристики.

5. Крім експорту текстової, табличної та графічної інформації з результатами розрахунку моделі в ПК ЛПА передбачена можливість експорту геометрії розрахункової схеми. Для цього використовуються формати файлів **.dxf* та **.obj*. При цьому в DXF-файлі створюються окремі шари для стержневих (STER), плоских (PLAST), об'ємних (SOLID) елементів схеми, суперелементів (SUPEL) та текстових підписів (TITLE). Вся інформація про перерізи елементів та їх жорсткості при експорті втрачається.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Городецкий, А.С. Компьютерные модели конструкций [Текст] / А.С. Городецкий, И.Д. Евзеров. – К.: Факт, 2007. – 394 с.
2. Верюжский, Ю.В. Компьютерные технологии проектирование железобетонных конструкций [Текст] / Ю.В. Верюжский, В.И. Колчунов, М.С. Барабаш, Ю.В. Гензерский. – К.: Национальный авиационный университет, 2006. – 808 с.
3. Барабаш, М.С. Современные технологии расчета и проектирования металлических и деревянных конструкций [Текст] / М.С. Барабаш, М.В. Лазнюк, М.Л. Мартынова, Н.И. Пресняков. – М.: Из-во Ассоциации строительных вузов, 2008. – 328 с.
4. Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа [Текст] / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – К.: Из-во "Сталь", 2002. – 600 с.
5. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2013: Учебное пособие [Текст] / Д.А. Городецкий, М.С. Барабаш, Р.Ю. Водопьянов, В.П. Титок, А.Е. Артамонова / Под ред. академика РААСН Городецкого А.С. – К.–М.: Электронное издание, 2013. – 376 с.
6. Водопьянов, Р.Ю. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2015: Руководство пользователя. Обучающие примеры [Текст] / Р.Ю. Водопьянов, В.П. Титок, А.Е. Артамонова / Под ред. академика РААСН Городецкого А.С. – М.: Электронное издание, 2015. – 460 с.
7. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике [Текст] / О. Зенкевич; пер. с англ. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1975. – 542 с.

Додаткові джерела інформації

1. Офіційний сайт ЛИРА-САПР [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Електронні дані. – К: ВАТ «ЛИРА САПР», 2002-2017. – Режим доступу: <http://www.liraland.ua>
2. Форум користувачів ЛИРА-САПР [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Електронні дані. – Режим доступу: <https://forum.dwg.ru/forumdisplay.php?f=37>
3. ЛИРА-САПР. Офіційний канал [Електронний ресурс] : [Веб-портал]. – Електронні дані. – YouTube LLC, 2017. – Режим доступу: <https://www.youtube.com/user/LiraLand>
4. Смирнов, В.В. Метод конечных элементов [Электронный ресурс] / В.В. Смирнов. – Электронные данные. – Компания Softline, 1993-2017. – Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/smirnov/main.asp>

Навчально-методична література

Сорочак А.П.

**Конспект лекцій
з курсу
«Програмне забезпечення інженерних розрахунків»**

для студентів спеціальності
192 «Будівництво та цивільна інженерія»
всіх форм навчання

Комп'ютерне макетування та верстка *А.П. Сорочак*

Формат 60x90/16. Обл. вид. арк. 2,68. Тираж 10 прим. Зам. № 2994.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя.
46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4226 від 08.12.11.